

Diseño de Estructuras de Concreto: Conforme al Reglamento ACI 318-05 TALLER

Ing. Alberto Borrego

DISEÑO POR FLEXIÓN

Para el diseño o revisión de los elementos sujetos a flexión (vigas y losas), la resistencia nominal de la sección transversal elemento (M_n) se reduce por medio del factor de reducción de resistencia ϕ para flexión ($\phi = 0.90$. Ver el inciso 9.3.2.1 de ACI 318-2005) a fin de obtener la resistencia de diseño ϕM_n de la sección.

La resistencia de diseño es de la forma siguiente:

$$\phi M_n \geq M_u$$

Sección R9.1

Cont...

Todos los elementos sujetos a flexión se diseñarán de tal manera que satisfagan este criterio básico y también cumplirán con los requisitos de funcionalidad para el control de las deflexiones y de los agrietamientos (distribución del refuerzo).

Los ejemplos de diseño que se presentan enseguida, tienen como introducción un procedimiento paso a paso para diseñar secciones rectangulares o vigas T con refuerzo a tensión y a compresión.



DISEÑO DE SECCIONES RECTANGULARES CON REFUERZO ÚNICAMENTE DE Tensión

En el diseño de secciones rectangulares con refuerzo en tensión solamente (figura 1) las dos condiciones de equilibrio son:

1. Equilibrio de fuerzas

$$C=T \quad (1)$$

$$0.85 f'_c b a = A_s f_y = \rho b d f_y$$

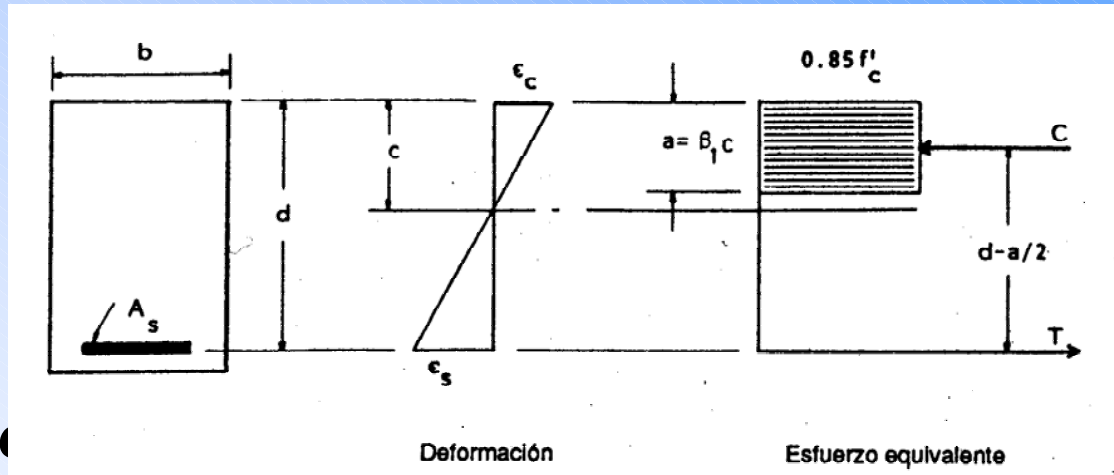
Cuando a partir de la ecuación 1 se establece el porcentaje de acero : $\rho = A_s / b d$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho d f_y}{0.85 f'_c b}$$

Cont...

2. Equilibrio de momentos:

$$M_n = (C \text{ o } T) \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = \rho b d f_y \left[d - \frac{0.5 \rho d f_y}{0.85 f'_c} \right] \quad (2)$$



Dividiendo la ecuación (2), se obtiene un coeficiente de resistencia nominal, R_n :

$$R_n = \frac{M_n}{b d^2} = \rho f_y \left(1 - \frac{0.5 \rho f_y}{0.85 f'_c} \right) \quad (3)$$

Cont...

Al preestablecer b y d , se obtiene ρ resolviendo la ecuación de 2º. Grado, en R_n

$$\rho = \frac{0.85}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85f'_c}} \right)$$

En la figura 2 se muestra la relación entre ρ y R_n para refuerzo de grado 42 y diversos valores de f'_c .

La ecuación (3) puede servir para determinar el porcentaje de acero ρ dado M_u o viceversa, si las propiedades de la sección b y d son conocidas. Al substituir $M_n = \frac{M_u}{\phi}$ en la ecuación (3) y dividir cada miembro por f'_c :

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{\rho f_y}{f'_c} \left(1 - \frac{0.5 \rho f_y}{0.85 f'_c} \right)$$

Cont...

Si se define ahora $\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c}$ y se substituye este valor en la ecuación anterior, queda:

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \omega(1 - 0.59\omega)$$

A continuación se ingresa a la Tabla 10.1 con el valor de $\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2}$; se encuentra ω y se calcula el porcentaje de acero de refuerzo, mediante $\rho = \frac{\omega f'_c}{f_y}$

w	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0.00	0.0000	0.0010	0.0020	0.0030	0.0040	0.0050	0.0060	0.0070	0.0080	0.0090
0.01	0.0099	0.0109	0.0119	0.0129	0.0139	0.0149	0.0158	0.0168	0.0178	0.0188
0.02	0.0198	0.0207	0.0217	0.0227	0.0237	0.0246	0.0256	0.0266	0.0275	0.0285
0.03	0.0295	0.0304	0.0314	0.0324	0.0333	0.0343	0.0352	0.0362	0.0371	0.0381
0.04	0.0391	0.0400	0.0410	0.0419	0.0429	0.0438	0.0448	0.0457	0.0466	0.0476
0.05	0.0485	0.0495	0.0504	0.0513	0.0523	0.0532	0.0541	0.0551	0.0560	0.0569
0.06	0.0579	0.0588	0.0597	0.0607	0.0616	0.0625	0.0634	0.0644	0.0653	0.0662
0.07	0.0671	0.0680	0.0689	0.0699	0.0708	0.0717	0.0726	0.0735	0.0744	0.0753
0.08	0.0762	0.0771	0.0780	0.0789	0.0798	0.0807	0.0816	0.0825	0.0834	0.0843
0.09	0.0852	0.0861	0.0870	0.0879	0.0888	0.0897	0.0906	0.0914	0.0923	0.0932
0.10	0.0941	0.0950	0.0959	0.0967	0.0976	0.0985	0.0994	0.1002	0.1011	0.1020
0.11	0.1029	0.1037	0.1046	0.1055	0.1063	0.1072	0.1081	0.1089	0.1098	0.1106
0.12	0.1115	0.1124	0.1132	0.1141	0.1149	0.1158	0.1166	0.1175	0.1183	0.1192

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO PARA LAS SECCIONES CON REFUERZO DE TENSIÓN ÚNICAMENTE

Paso 1:

Elija un valor aproximado del porcentaje ρ del refuerzo, igual o menor a $0.75\rho_b$ pero mayor al mínimo, donde el porcentaje balanceado ρ_b está dado por:

$$\rho_b = \frac{0.85\beta_1 f'_c}{f_y} \left(\frac{6,115}{6,115 + f_y} \right) \quad \text{Ecuación (B.8-1)}$$

Cont....

donde:

$$\beta_1 = 0.85 \quad \text{para } f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$= 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 280}{70} \right) \quad \text{para } 280 \text{ kg/cm}^2 < f'_c < 560 \text{ kg/cm}^2$$

$$= 0.65 \quad \text{para } f'_c \geq 560 \text{ kg/cm}^2$$

Sección 10.2.7.3

Paso 2:

Con ρ ($\rho_{\min} \leq \rho \leq 0.75\rho_b$) preestablecida
calcúlese el valor requerido de bd^2 :

$$bd^2 \text{ (requerido)} = \frac{M_u}{\phi R_n}$$



donde:

$$R_n = \rho f_y \left(1 - \frac{0.5 \rho f_y}{0.85 f'_c} \right)$$

$\Phi=0.90$ para flexión

M_u = momento factorizado aplicado (resistencia requerida para flexión)

Paso 3:

Dénsele dimensiones a la sección que se está diseñando, de tal manera que el valor bd^2 suministrado sea aproximadamente igual al valor bd^2 requerido.



Paso 4:

Utilizando uno de los siguientes métodos, y con base en el bd^2 proporcionado, cálculese un valor mejorado de ρ :

1. Mediante la ecuación (4), donde $R_n = M_u / \phi bd^2$ (Método exacto)
2. Mediante las curvas de resistencia mostradas en la figura 2. Los valores de ρ están dados en términos de $R_n = M_u / \phi bd^2$, para refuerzo con grado 42.
3. Mediante las tablas de momento resistente, tales como las que se muestran la Tabla 10.1. Los valores de $\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c}$ están dados en términos

del momento resistente $R_n = M_u / \phi bd^2$

Cont...



4. Mediante una proporción aproximada:

$$\rho = (\rho \text{ original}) \frac{R_n \text{ revisada}}{R_n \text{ original}}$$

Notese que en la figura 2 la relacion entre R_n y ρ es aprox. lineal

Paso 5:

Calcúlese el área A_s de refuerzo necesaria:

$$A_s = (\rho \text{ mejorada})(bd \text{ suministrado})$$

Cuando b y d se prestablecieron, el área A_s se calcula directamente a partir de:

$$A_s = \rho (bd \text{ suministrado})$$

donde ρ se calcula utilizando uno de los métodos indicados en el Paso 4.



DISEÑO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR CON REFUERZO A COMPRESIÓN

Se resumen los pasos para el diseño de una viga rectangular, con b y d preestablecidas, y que requiere refuerzo a compresión.

Paso 1: Supóngase que la sección contiene solamente refuerzo a tensión y determínese el refuerzo ρ requerido para tensión, con el objeto de resistir el momento M_u . Para ello, se utiliza la ecuación (4), la Tabla 10.1, o la figura 2.



Paso 2: Si $\rho \geq 0.75\rho_b$, iguálase ρ a $0.75\rho_b$ y determínese el momento resistente requerido M'_u que será soportado por el refuerzo de compresión:

$$M'_u = M_u - (\phi M_n)_{\max}$$

donde $(\phi M_n)_{\max}$ corresponde con $A_{s,\max} = 0.75A_{sb} = 0.75\rho_b bd$

Paso 3: Supóngase que el acero de compresión fluye con la carga última y determínese el acero de compresión :

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{M'_u}{\phi f_y (d - d') bd}$$

Cont...

$$\rho = 0.75\rho_b + \rho'$$

$$A_s = \rho b d$$

$$A'_s = \rho' b d$$



Paso 4: Determinélese el refuerzo total requerido:

$$\rho = 0.75 \rho_b + \rho'$$

$$A_s = \rho b d$$

$$A'_s = \rho' b d$$

**Paso 5: Verifíquese si el acero de compresión fluye.
Esto ocurre cuando se satisface la siguiente ecuación:**

$$\frac{A_s - A'_s}{b d} \geq \frac{0.85 \beta_1 f'_c d'}{f_y d} \left(\frac{6,115}{6,115 - f_y} \right)$$

Paso 6: Verifíquese la capacidad a flexión:

$$\phi M_n = \phi \left[(A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d') \right] \geq M_u$$

donde:
$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f'_c b}$$



DISEÑO DE UNA SECCIÓN CON PATÍN, CON REFUERZO A TENSIÓN

Paso 1: Utilizando la Tabla 10-1, determínese la altura del bloque equivalente de esfuerzos suponiendo el comportamiento de una sección rectangular **esto es:** $a \leq h_f$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho d f_y}{0.85 f'_c} = 1.18 \omega d$$

$$M_u / \phi f'_c b d^2.$$

donde ω se obtiene de la tabla 10-1 para

Cont...



Paso 2: Si $a \leq h_f$, determínese el refuerzo como si se tratara de una sección rectangular con refuerzo en tensión únicamente. Si $a > h_f$, ir al paso 3.

Paso 3: Si $a > h_f$, calcúlese el refuerzo A_{sf} requerido y el momento resistente ϕM_{nf} que corresponde al patín en voladizo en compresión de la viga.

$$A_{sf} = \frac{C_f}{f_y} = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_y}$$
$$\phi M_{nf} = \phi \left[A_s f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right]$$

Cont...

Paso 4: Calcúlese el momento resistente requerido que será soportado por el alma de la viga:

$$M_{uw} = M_u - \phi M_{nf}$$

Paso 5: Utilizando la tabla 10-1, calcúlese el refuerzo A_{sw} requerido para desarrollar el momento resistente soportado por el alma:

$$A_{sw} = \frac{0.85 f'_c b_w a_w}{f_y}$$

donde $a_w = 1.18 \omega_w d$, donde ω_w se obtiene de la Tabla 10-1, para $M_u / \phi f'_c b d^2$. En forma alternativa, obténgase A_{sw} a partir de la siguiente expresión:

$$A_{sw} = \frac{\omega_w f'_c b_w d}{f_y}$$

Paso 6: Determinése el refuerzo total requerido:

$$A_s = A_{sf} + A_{sw}$$

Paso 7: Verifíquese el máximo refuerzo a tensión que se permite:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \leq \rho_{\max} = \left[0.75 \frac{b_w}{b} (\bar{\rho}_b + \rho_f) \right]$$

$$\bar{\rho}_b = \frac{0.85 \beta_1 f'_c}{f_y} \left(\frac{6,115}{6,115 + f_y} \right)$$

$$\rho_f = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_y b_w d}$$

Paso 8: Verifíquese la capacidad a flexión:

$$\phi M_n = \phi \left[(A_s - A_{sf}) f_y \left(d - \frac{a_w}{2} \right) + A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right] \geq M_u$$

donde:

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_y}$$

$$a_w = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{0.85 f'_c b_w}$$



Ejemplo 10-1 Diseño de una viga rectangular con refuerzo en tensión únicamente

Seleccionar las dimensiones de una viga rectangular y la cantidad de acero de refuerzo^{4s}, requerida para soportar los momentos debidos a las cargas de servicio:

$$M_D = 7.5 \text{ ton-m} \quad \text{y} \quad M_L = 4.8 \text{ ton-m}$$

Seleccionar el refuerzo para controlar el agrietamiento por flexión

Datos:

Concreto: $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$

Acero: $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$



Cálculos y Comentarios

Referencia al Reglamento

- 1. Para ilustrar el procedimiento completo de diseño de secciones rectangulares con refuerzo de tensión únicamente, se calculará el peralte de la viga utilizando el máximo refuerzo permitido para elementos en flexión: El procedimiento de diseño seguirá los lineamientos del método descrito en páginas anteriores.**

Paso 1: Determinar el máximo porcentaje de refuerzo para los materiales cuya resistencia se indica arriba.

Cont...



$$\rho = 0.0285,$$

de la Tabla 6.1 que se transcribe a continuación:

Tabla 6.1. Relación balanceada del refuerzo en vigas rectangulares con refuerzo en tensión

f_y	$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ $\beta_1 = 0.85$	$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ $\beta_1 = 0.85$	$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ $\beta_1 = 0.80$	$f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$ $\beta_1 = 0.75$	$f'_c = 560 \text{ kg/cm}^2$ $\beta_1 = 0.65$	$f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$ $\beta_1 = 0.65$
2,8	0.0371	0.0495	0.0582	0.0655	0.0655	0.0655
4,2	0.0214	0,0285	0.0335	0.0377	0.0377	0.0377
5,25	0.0155	0.207	0.0243	0.0274	0.0274	0.0274

Porcentaje máximo admisible de refuerzo:

$$0.75\rho_{b,m\acute{a}x} = 0.75(0.0285) = 0.0214 \quad \text{RB 10.3.3}$$

Paso 2: Cálculo del bd^2 requerido.

Cont...



Resistencia necesaria a la flexión:(Sección C1)

ecuación (C-I)

$$M_u = 1.4(7.5) + 1.7(4.8)$$

$$M_u = 18.66 \text{ ton-m}$$

$$R_n = \rho f_y \left[1 - \frac{0.5 \rho f_y}{0.85 f'_c} \right]$$
$$= 0.0214(4,200) \left[1 - \frac{0.5(0.0214)(4,200)}{0.85(280)} \right]$$

$$R_n = 72.91 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi = 0.90 \text{ para flexión}$$

$$b d_{necesaria}^2 = \frac{M_u}{\phi R_n} = \frac{18.66 (10)^5}{0.9 (72.91)} = 28,440 \text{ cm}^3$$



Paso 3: Dimensiones del elemento:

$$b d_{necesaria}^2 < b d_{disponible}^2$$

Supóngase $b = 25$ cm (que es el ancho de la columna)

$$d = \sqrt{\frac{b d_{necesaria}^2}{b}} = \sqrt{\frac{28,440}{25}} = 33.73 \text{ cm}$$

recubrimiento total = $3.5 + 1.27 + 2.86/2 = 6.2$ cm
(rec., diám. del estribo, $1/2$ diám. de la varilla).

Peralte mínimo total = $33.73 + 6.2 = 39.93$ cm



Para la resistencia a la flexión es adecuada una viga de 25 x 40 cm. Sin embargo, es importante revisar las deflexiones cuando se diseñen vigas mediante el procedimiento de resistencia.

Paso 4: Con el peralte total de 40 cm se calcula un valor revisado de ρ . Como ejemplo, se calcula ρ con los cuatro diferentes métodos descritos anteriormente.

$$d = 40 - 6.2 = 33.8 \text{ cm}$$

Cont...



(1) Por medio de la ecuación para el método exacto:

$$R_n = \frac{18.66(10)^5}{0.9(25)33.8^2} = 72.59 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho_{\max} = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right)$$

$$\rho_{\max} = \frac{0.85(280)}{4,200} \left(1 - \sqrt{\frac{2(72.59)}{0.85(280)}} \right) = 0.0213$$

(2) Con las curvas de resistencia, como las de la figura 2; para

$$R_n = 72.59 \text{ kg/cm}^2, \rho = 0.0216$$

Cont...

(3) Por medio de la Tabla de Resistencia, como la 10-1, se obtiene:

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{18.66(10)^2}{0.9(280)25(33.8)^2} = 0.259$$

de donde se determina que $w=0.319$, y entonces:

$$\rho = \omega \frac{f'_c}{f_y} = 0.319 \frac{280}{4,200} = 0.0213$$

(4) Mediante una proporción aproximada:

$$\rho = \rho_{\text{original}} \frac{R_{n,\text{revisada}}}{R_{n,\text{original}}} \quad \rho = 0.0213 \frac{72.59}{72.91} = 0.0212$$

Cont...



Paso 5: Cálculo del área de acero necesaria. De los cuatro valores anteriores, se opta por $\rho = 0.0213$

$$A_{s,\text{revisada}} = \rho b d = 0.0213 (25) 33.8 = 18.00 \text{ cm}^2$$

Para propósitos ilustrativos, selecciónese 3 varillas del #9, para un área total $A_s = 19.26 \text{ cm}^2$. Es conveniente hacer notar que las varillas del No. 9 no siempre se encuentran disponibles en el mercado.

- 1. Es posible revisar la precisión de los cálculos considerando la simple estática:**

$$T = A_s f_y = 19.26(4.2) = 80.89 \text{ ton}$$

Cont...



La altura del bloque rectangular de esfuerzos:

$$a = \frac{C o T}{0.85 f'_c b} = \frac{80.89(10)^3}{0.85(280)25} = 13.60 \text{ cm}$$

La resistencia de diseño para flexión:

$$\phi M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = T \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0.9 (80.89) 10^5 \left(33.8 - \frac{13.6}{2} \right) = 196,579,830 \text{ kg-cm}$$

$$\phi M_n = 19.66 \text{ ton-m}$$

Puesto que: resistencia necesaria < resistencia disponible o bien:

$$M_u < \phi M_n$$

entonces: 18.66 < 19.66 ton-m y por consiguiente:
CORRECTO

Cont...



2. De conformidad con la Sección 10.6.4 de ACI 318-2002, la separación s centro a centro del refuerzo más cercano a una superficie en tensión, no deberá exceder de:

$$s = \frac{94,500}{f_s} - 2.5c_c$$

Donde c_c es el recubrimiento libre desde la superficie en tensión más próxima a la superficie del refuerzo de tensión por flexión, en cm.

$$c_c = 3.5 + 1.27 = 4.77 \text{ cm}$$

Utilícese $f_s = 0.6f_y = 0.6(4,200) = 2,520 \text{ kg/cm}^2$

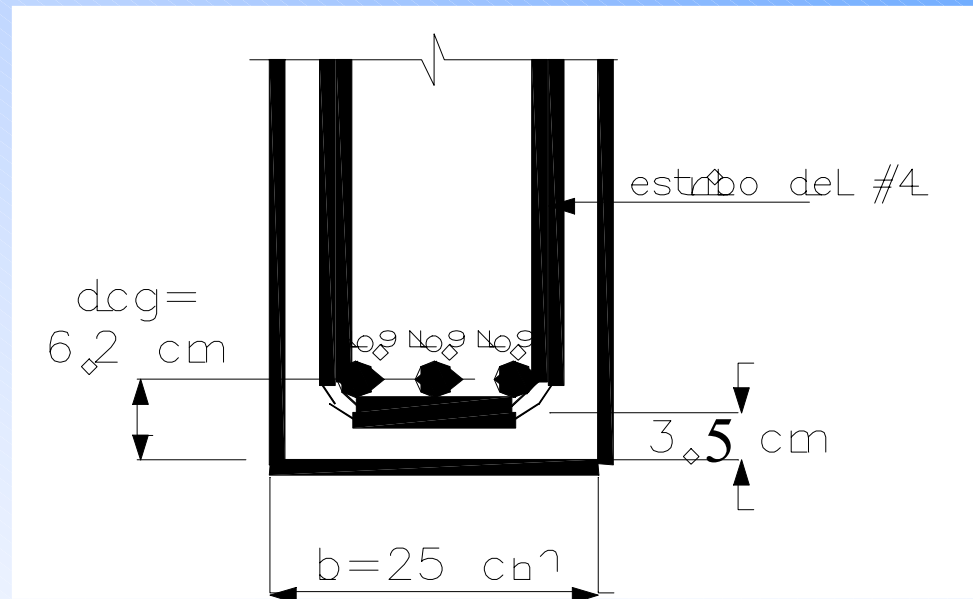
$$s = \frac{94,500}{2,520} - 2.5(4.77) = 25.58 \text{ cm}$$

Cont...



Para propósitos ilustrativos, selecciónense 3 varillas del #9, para un área total de 19.26 cm².

Debe hacerse notar que las varillas del No. 9 no siempre se encuentran disponibles en el mercado.



pero no mayor a $= 30(2,520/2,520) = 30 \text{ cm} > 25.6$

Separación suministrada:

$$\frac{1}{2} \left[25 - 2 \left(3.5 + 1.27 + \frac{2.86}{2} \right) \right] = 6.3 < 26.8 \text{ cm}$$



Ejemplo 10.2. Diseño de una Viga Rectangular con Refuerzo a Compresión

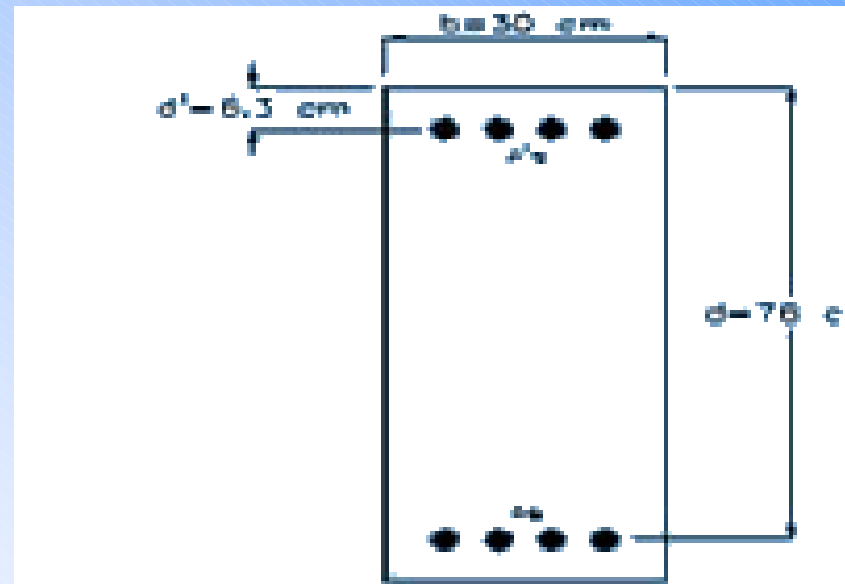
Se tiene una sección de una viga cuyas dimensiones son las indicadas en la siguiente figura y se pide calcular la cantidad de acero para resistir un momento factorizado

$$M_u = 121.5 \text{ ton-m}$$

Datos:

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$$



Cálculos y Comentarios

1. Determinérese el refuerzo requerido.

Paso 1

Verifíquese el diseño suponiendo que existe sólo refuerzo a tensión.

Con la ayuda de la Tabla 10-1, calcúlese el acero de refuerzo a tensión

requerido:

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{121.5(10)^5}{0.9 (280) 30 (76)^2} = 0.2782$$

De la tabla 10.1, $w=0.351$

El porcentaje necesario de acero: $\rho = \omega \frac{f'_c}{f_y} = 0.351 \frac{280}{4,200} = 0.0234$

Si sólo se considera el refuerzo a tensión:

$$\rho_{m\acute{a}x} = 0.75 \rho_b$$

Cont...



Cálculos y Comentarios

De la Tabla 6.1: $\rho_{\text{balanc}} = 0.0285$

$$\rho_{\text{máx}} = 0.75\rho_{\text{balanc}} = (0.75)0.0285 = 0.0214$$

Puesto que $0.0234 > 0.0214$, es necesario incluir refuerzo a compresión.



Paso 2:

Determinése el momento resistente necesario que deberá soportar el refuerzo a compresión.

$$\rho_{m\acute{a}x} = 0.0214 = \frac{\omega f'_c}{f_y}$$

El valor máximo de ω que se permite en vigas con refuerzo de tensión únicamente, vale:

$$\omega = 0.0214 \frac{4,200}{280} = 0.321$$

De la Tabla 10.1, con $\omega=0.321$

$$\frac{M_n}{f'_c b d^2} = 0.2602$$

Cont...



La resistencia máxima a la flexión, con refuerzo a tensión solamente:

$$\phi M_{n,máx} = \phi \omega f'_c b d^2 = 0.9(0.2602)280(30)76^2$$

$$\phi M_{n,máx} = 113.62(10)^5 \text{ kg-cm}$$

y la resistencia complementaria que corresponde al refuerzo en compresión:

$$M'_u = 121.5 - 113.62 = 7.88 \text{ ton-m}$$

Paso 3:

Determinése el acero de compresión requerido.

Suponiendo que el acero a compresión sobrepasa el esfuerzo de fluencia,

$$f'_s = f_y:$$

$$\rho' = \frac{M'_u}{\phi f_y (d - d') b d} = \frac{7.88(10)^5}{0.9(4,200)(76 - 4)30(76)} = 0.00127$$



Paso 4:

Determinése la totalidad del refuerzo requerido

$$\rho_{total} = 0.75 \rho_b + \rho = 0.0214 + 0.00127 = 0.0227$$

Nótese que en los elementos doblemente armados (con refuerzo en tensión y en compresión), el porcentaje de ρ_b con que contribuye el refuerzo de compresión, no se necesita reducir por el factor 0.75 (ver las secciones B10.3 y RB10.3).

$$A_s = \rho b d = 0.0227(30)76 = 51.756 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = \rho' b d = 0.00127(30)76 = 2.896 \text{ cm}^2$$



Paso 5:

Verifíquese la condición de fluencia del refuerzo a compresión:

$$\frac{A_s - A'_s}{b d} > \frac{0.85 \beta_1 f'_c d'}{f_y d} = \frac{6,000}{6,000 - f_y}$$

$$0.0227 - 0.00127 > \frac{0.85(0.85)280(4)}{4,200(76)} \frac{6,000}{6,000 - 4,200}$$

$$0.0214 > 0.00845$$

Por consiguiente, tal y como se supuso, el acero de compresión sí fluye



Paso 6:

Verifíquese la capacidad a flexión

Cuando fluye el refuerzo a compresión:

$$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{0.85 f_c' b} = \frac{48.8(4,200)}{0.85(280)30} = 28.741 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\phi M_n &= \phi \left[(A_s - A_s') f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_s' f_y (d - d') \right] \\ &= 0.9 \left[48.8(4,200) \left(76 - \frac{28.74}{2} \right) + 2.896(4,200)(76 - 4) \right] 10^{-5} \\ &= 122.6 > 121.5 \text{ ton-m} \quad \text{CORRECTO}\end{aligned}$$



Selecciónese el refuerzo de tal manera que satisfagan los criterios de 10.6.4 para el control del agrietamiento debido a la flexión.

En el concreto a compresión:

Colóquense 2 varillas del #5 ($A_s' = 3.98 \text{ cm}^2 > 2.96 \text{ cm}^2$)

En el refuerzo a tensión:

Colóquense en dos lechos

8 varillas del #9 ($A_s = 51.36 \cong 51.76 \text{ cm}^2$)

Existe una deficiencia de menos del 1% .



Continuación del ejemplo 10.2

Separación máxima permitida:

$$S = \frac{94.5}{f_s} - 2.5c_c \quad \text{Ec. (10-4)}$$

$$c_c = 3.5 + 1.27 = 4.77 \text{ cm}$$

(recubrimiento + ϕ del estribo)

Se utiliza: $f_s = 0.6 f_y = 2,520 \text{ kg/cm}^2$ **Secc (9.6.4)**

Reemplazando: $s = \frac{94.5}{2.52} - 2.50(4.77) = 25.575 \text{ cm}$

Cont...

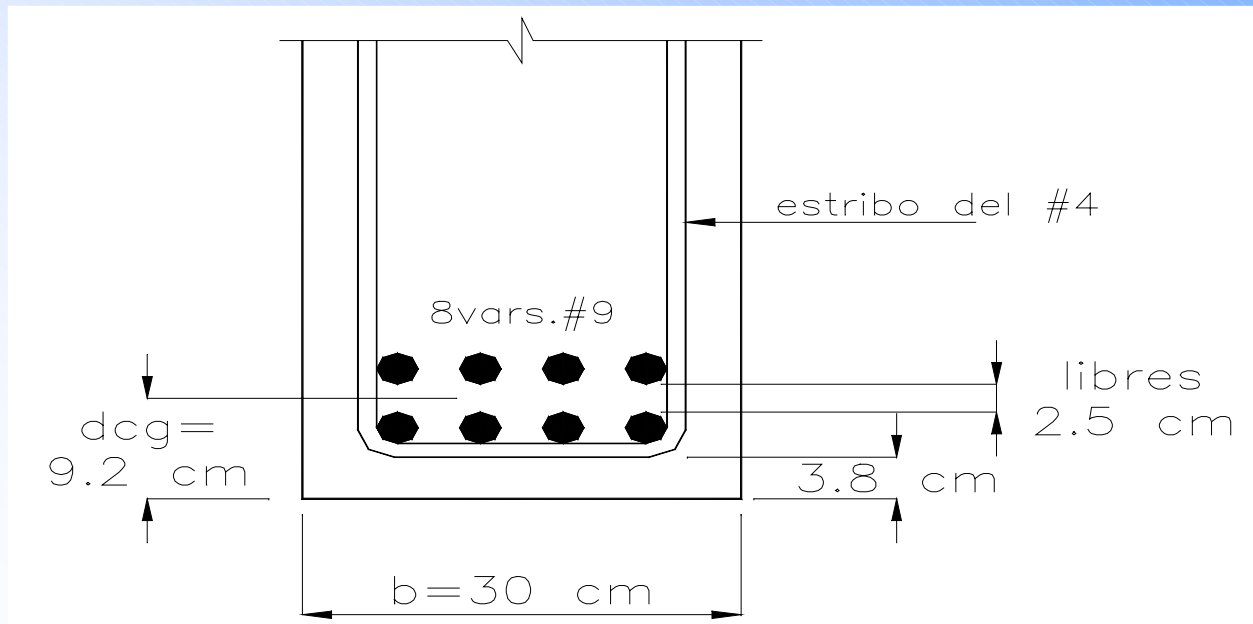


Pero no mayor que $30(2,520/f_s)$:

$$30(2,520/2,520) = 30 > 25.575 \quad \underline{\text{CORRECTO}}$$

Separación disponible:

$$= \frac{1}{3} \left[30 - 2 \left(3.5 + 1.27 + \frac{2.86}{2} \right) \right] = 5.867 \text{ cm} < 25.575 \quad \text{CORRECTO}$$



Se requiere colocar estribos o anillos en toda la distancia donde exista el refuerzo a compresión.

7.11.1

Separación

=16 diámetros de la varilla longitudinal:

=16(1.59)=25.44cm(rige)

7.10.5.2

= 48 diámetros del estribo = 48(1.27) = 60.96 cm

= la menor dimensión del elemento = 30 cm

Colóquense estribos del No. 4 @ 25 cm



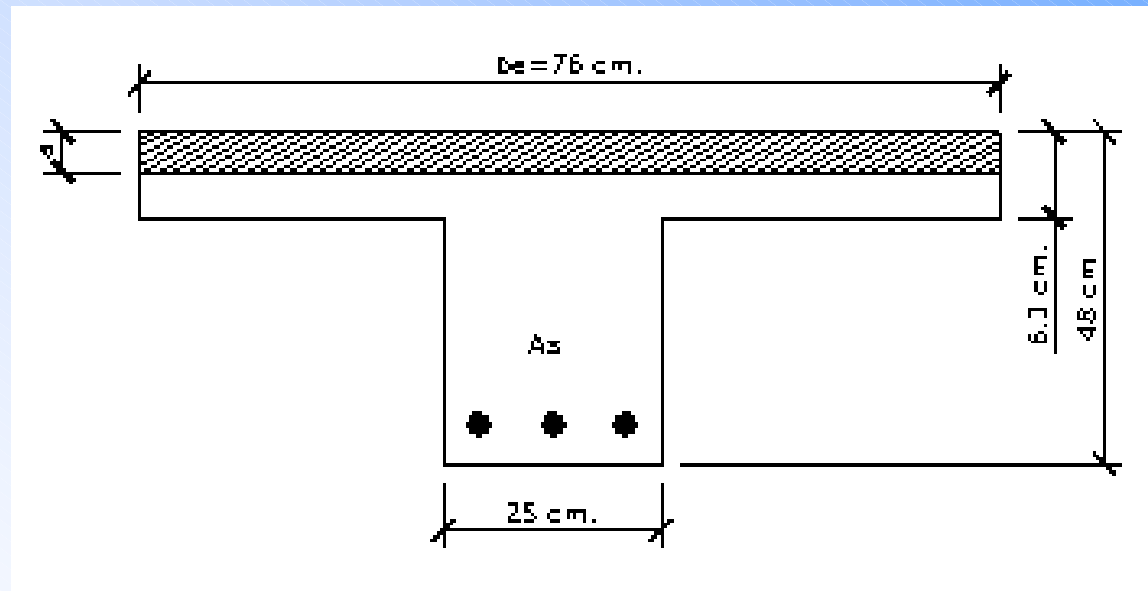
Ejemplo 10.4 Diseño de una Sección con Patín con Refuerzo a Tensión Únicamente

Selecciónese el refuerzo para la sección en T mostrada en la figura, de tal manera que pueda soportar momentos de las cargas muerta y viva de:

$M_D = 9.95 \text{ ton} - \text{m}$ y $M_L = 12.17 \text{ ton} - \text{m}$, respectivamente

$$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$$



Cálculos y Comentarios

1. **Determinése la resistencia requerida a la flexión.**

$$M_u = 1.4 M_D + 1.7 M_L = 1.4(9.95) + 1.7(12.17) = 34.62 \text{ ton} - \text{m}$$

2. **Mediante la Tabla 10-1 determinése el peralte a del bloque equivalente de esfuerzos para una sección rectangular**

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = \frac{34.62(10)^5}{0.9(280)76(48)^2} = 0.0785$$

A partir de la tabla 10-1,

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.0825$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho d f_y}{0.85 f'_c} = 1.18 \quad \omega \quad d = 1.18(0.0825)48 = 4.67 \text{ cm} < 6.35 \text{ cm}$$

Puesto que $a < h_f$, el área de acero se determina en la misma forma que para una sección rectangular. Véase el ejemplo 10.5 con el caso en que $a > h_f$.

3. Calcúlese el A_s requerida

$$A_s f_y = 0.85 f'_c b a$$

$$A_s = \frac{0.85(280)76(4.67)}{4,200} = 20.11 \text{ cm}^2$$

Alternativamente:

$$A_s = \rho b d = \omega \frac{f'_c}{f_y} b d$$

$$= 0.0825 \frac{280}{4,200} (76) 48 = 20.06 \text{ cm}^2$$

Colóquense 3 varillas del #10

$$(A_s = 23.82 \text{ cm}^2)$$

4. Verifíquese el refuerzo mínimo (Secc. 10.5)

$$\rho_{min} = \frac{0.8 \sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.8 \sqrt{280}}{4,200} = 0.0032$$

$$= \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4,200} = 0.0033 \quad (\text{rige})$$

Ec. 10-3)

$$\frac{A_s}{b d} = \frac{23.82}{76(48)} = 0.0065 > 0.0033 \quad \text{CORRECTO}$$



5. Verifíquese la distribución del refuerzo

La separación máxima permisible:

$$s = \frac{94.5}{f_s} - 2.5c_c$$

Para un recubrimiento de 3.5 cm y un diámetro del estribo del #4 ($\phi = 1.27$ cm):

$$c_c = 3.5 + 1.27 = 4.77 \text{ cm}$$

Recuérdese que c_c es el recubrimiento libre desde la superficie más cercana en tensión a la superficie del refuerzo en tensión, en cm

f_s se puede calcular como el 60% de la resistencia de fluencia (Secc. 10.6.4):

$$f_s = 0.6 f_y = 0.6(4.2) = 2.52 \text{ ton/cm}^2$$



Reemplazando valores, queda:

$$s = \frac{94.5}{2.52} - 2.5(4.77) = 25.58 \text{ cm}$$

pero no mayor a:

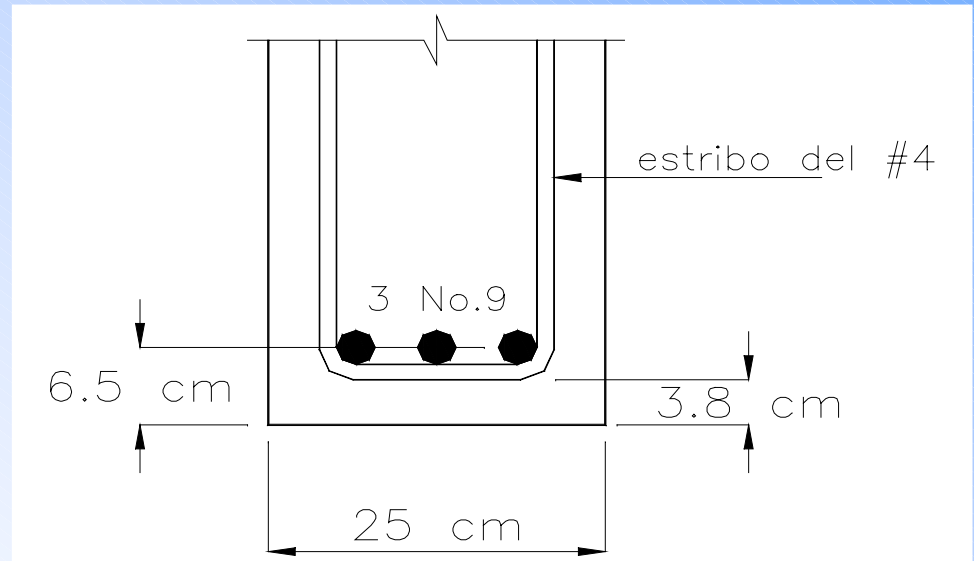
$$30(2,520/f_s) = 30(2,520/2,520) = 30 \text{ cm} > 25.58 \text{ cm}$$

CORRECTO

La separación suministrada:

$$= \frac{1}{2} \left[25 - 2 \left(3.5 + 1.27 + \frac{3.18}{2} \right) \right] = 6.14 < 25.8$$

CORRECTO



La separación máxima permisible :

$$s = \frac{94.5}{f_s} - 2.5c_c$$

Utilícese $f_s = 2,520 \text{ kg/cm}^2$

$$s = \frac{94.5}{2.52} - 2.5(5.08) = 25.6 \text{ cm}$$

$$\text{Separación su min istrada} = \frac{1}{2} \left[25 - 2 \left(3.8 + 1.3 + \frac{2.86}{2} \right) \right] = 5.97 \quad 25\text{cm}$$

CORRECTO

