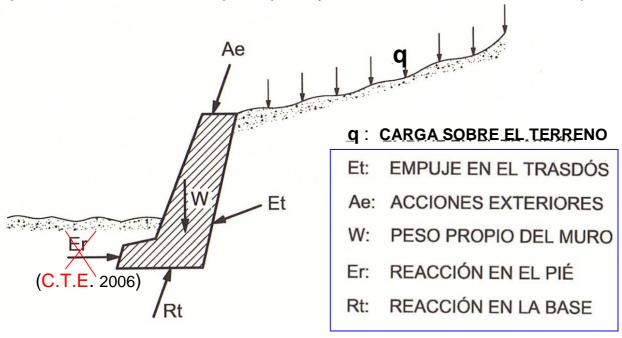
## Empuje sobre muros

En ocasiones para poder insertar en el terreno la construcción de un edificio es necesario que se tenga que establecer dos niveles geométricos diferenciados por su cota.

En el caso de que no se pueda salvar este desnivel mediante una transición en talud más o menos suave, se recurre a la utilización de muros de contención.

Las estructuras de contención tienen que soportar las acciones exteriores y las provenientes del terreno que sujetan y a la vez trasmitirlas al terreno por debajo



Acciones sobre una estructura de contención

Para proyectar estas estructuras con el adecuado coeficiente de seguridad, es necesario analizar los empujes que el terreno realiza sobre las mismas

Datos básicos para el proyecto de muros de contención:

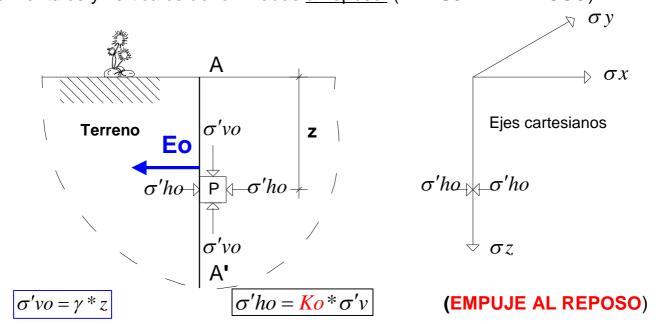
- 1/ Peso específico aparente de suelo " $\gamma$ " o en su caso , si procede, el peso sumergido.
- 2/ Angulo de rozamiento interno efectivo del terreno "  $\phi'$  ".
- 3 /Cohesión "C".

#### Muro Sostenimiento Muro Contención Muro Revestimiento



## Empuje al reposo y empuje activo

Imaginemos un suelo indefinido en el que no se ha introducido obra alguna; si se considera una línea vertical A-A´, un elemento diferencial de terreno situado junto a dicha línea y a una profundidad "z" estará sometido a las tensiones: horizontales y verticales denominadas al reposo. (EMPUJE AL REPOSO)

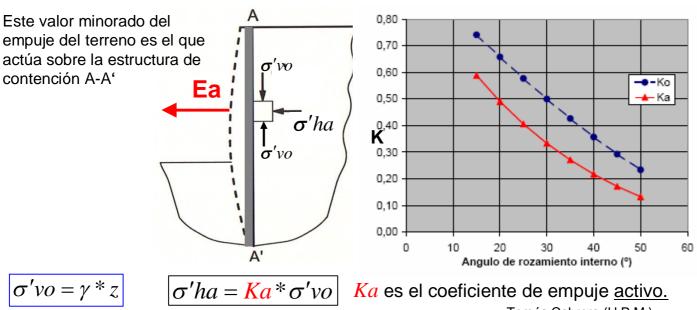


Donde el coeficiente " Ko " es el coeficiente de empuje al reposo.

Si ahora se elimina el terreno situado a la izquierda de la línea A-A' rompemos el equilibrio, interno del terreno, de fuerzas horizontales.

El terreno de la derecha se descomprime y experimenta un movimiento horizontal hacia la zona eliminada que reduce las tensiones horizontales hasta alcanzar una valor permanente "oha".

El empuje del terreno en estas condiciones se denomina : (EMPUJE ACTIVO)



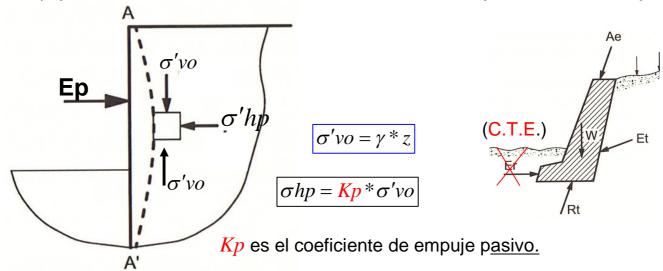
# Empuje pasivo y movimientos del terreno con los empujes

Imaginemos que, por el contrario, la línea A-A' se hubiera desplazado hacia la derecha, es decir, contra el terreno que todavía existe.

Entonces aumentan las tensiones horizontales sobre-comprimiendo el terreno que se opone a este movimiento.

También se llagará a un estado de tensiones permanente denominado "ohp".

El empuje del terreno en estas condiciones se denomina : (EMPUJE PASIVO)



Si se analiza la variación de las tensiones horizontales en un punto, en relación a los movimientos que podría experimentar la línea A-A' se obtiene la figura:



Puede observarse como para pasar del estado de reposo al estado activo es necesario un movimiento pequeño del terreno y que la tensión horizontal en el estado activo es del orden de la mitad que la tensión inicial.

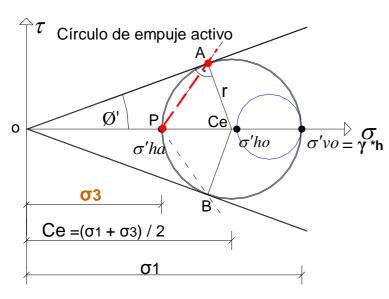
Sin embargo para pasar al estado pasivo, se necesita aumentar varias veces la tensión horizontal e inducir un movimiento mucho mayor.

	Movimiento δh / h				
Tipo de suelo	Estado Activo	Estado Pasivo			
Arena densa	0,0005 a 0,001	0,002			
Arena floja	0,001 a 0,002	0,006			
Arcilla firme	0,004 a 0,01	0,02			
Arcilla blanda	0,004 a 0,02	0,04			

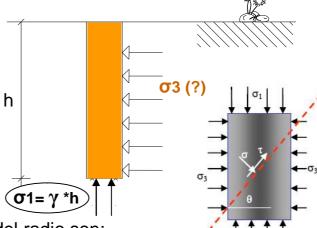
Valores orientativos del movimiento horizontal  $\delta h/h$  en cabeza de un muro de altura "h" suponiendo que éste gira al nivel de su pie.

# Teoría de Rankine y el circulo de Mohr con terreno horizontal (β=0)

Rankine en 1857, calculó el coeficiente de empuje activo, sobre un muro de trasdós vertical (sin rozamiento terreno - trasdos del muro), a partir del círculo de Mohr y las rectas de Coulomb para un terreno sin cohesión. Empuje activo:  $\sigma$ 1 >  $\sigma$ 3



$$\sigma' vo = \gamma * h = \sigma 1$$
  
$$\sigma' ha = Ka * \sigma' vo = Ka * \gamma * h = \sigma 3$$



En el triángulo O-A-Ce, los valores del centro del radio son:

$$Ce = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

$$\sigma$$
1 = Ce + Ce \* sin Ø'

Ce = 
$$\sigma 1 / (1 + \sin \emptyset') = (\sigma 1 + \sigma 3) / 2$$

$$\sigma 1 * [2/(1+\sin \emptyset') - 1] = \sigma 3$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \left(1 - \sin \emptyset'\right) / \left(1 + \sin \emptyset'\right)$$

$$r = Ce * sin \emptyset' \Rightarrow \sigma 1 = Ce + r$$

Ce 
$$(1+\sin \emptyset') = \sigma_1$$

$$[2 * \sigma 1 / (1+\sin \emptyset')] - \sigma 1 = \sigma 3$$

$$\sigma 1 * [2 - 1 - \sin \emptyset') / (1 + \sin \emptyset')] = \sigma 3$$

Como: 
$$\sigma 1 = \gamma * h$$

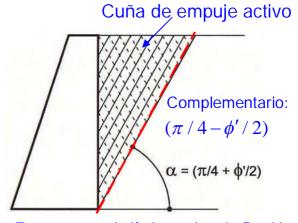
### Finalmente:

$$\sigma 3 = \gamma * h * \frac{(1 - \sin \phi')}{(1 + \sin \phi')}$$

En trigonometría:

$$tg^{2}(\pi/4-\phi'/2) = \frac{(1-\sin\phi')}{(1+\sin\phi')}$$

Que es el coeficiente del empuje activo (Ka)



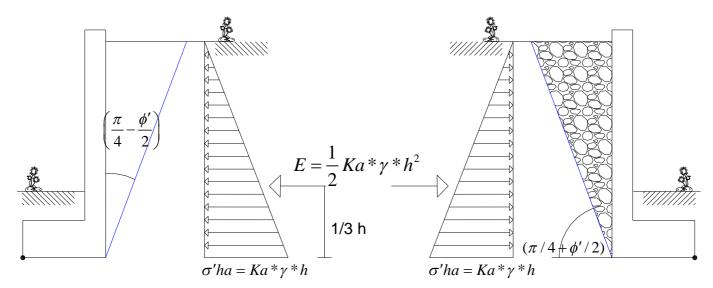
Zona en estado límite activo de Rankine

El ángulo  $(\pi/4-\phi'/2)$  medido con la vertical es el que corresponde a la cuña de terreno empuje activo. (plano: P-A y P-B en el círculo de Mohr).

# Cuña de Rankine y empuje activo con terreno horizontal

En este caso, el empuje unitario (o tensión horizontal) sobre el muro es normal a paramento vertical, es decir, no hay componente tangencial.

Equivale a decir que el rozamiento muro – terreno es nulo:  $\delta = 0$ 



La ley de empujes unitarios tiene una variación lineal creciente con la profundidad al igual que las tenciones verticales.

El empuje total, para un metro de ancho de muro, vale:

Y el punto de aplicación esta situado a la altura de 1/3 h.

Las líneas, según las cuales se produce el deslizamiento del terreno son las indicadas con trazos desde el polo. P-A y P-B en el círculo de Mohr.

Ejemplo: Øʻ =  $30^{\circ}$  terreno horizontal  $\sigma_{V} = \gamma * h = 20 * 3 = 60 \text{ kN/m}^{2}$   $Ka h = 1/3 \rightarrow \sigma h = 1/3 60 = 20 \text{ kN/m}^{2}$   $\sigma_{(20;0)} = 30 \text{ kNm}^{2}$   $\sigma_{(20;0)} = 30 \text{ kNm}^{2}$ 

En estas dos líneas, se verifica que la tensión tangencial vale:  $\tau = \sigma * tg \phi'$ De hecho en la teoría de Rankine se establece, junto al muro, una cuña de

De hecho en la teoría de Rankine se establece, junto al muro, una cuña de terreno en estado plástico o de equilibrio límite definida por una línea que arranca en la base del muro con dicha inclinación.

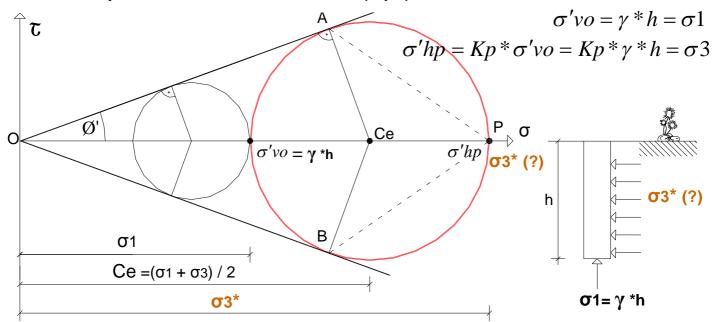
Esta cuña se conoce como cuña de Rankine

Tomás Cabrera (U.P.M.)

 $E = \frac{1}{2} Ka * \gamma * h^2$ 

# Empuje pasivo y teoría de Rankine con terreno horizontal

Rankine determinó también el coeficiente de empuje pasivo de manera teórica a partir del círculo de Mohr y las rectas de Coulomb, valido para un terreno horizontal si cohesión y un muro intradós vertical. Empuje pasivo:  $\sigma$ 3 >  $\sigma$ 1



En triángulo O-A-Ce) se observa que los valores del entro del radio son:

$$Ce = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

$$\sigma 1 = Ce - Ce * sin \emptyset'$$

$$\sigma 1 = Ce + Ce * sin \emptyset'$$

Ce = 
$$\sigma 1 / (1 - \sin \emptyset^{\circ}) = (\sigma 1 + \sigma 3^{*}) / 2$$

$$\sigma$$
3\* =  $\sigma$ 1 (1+sin  $\emptyset$ ') / (1 –sin  $\emptyset$ ')

$$r = Ce * sin \emptyset'$$
  $\Rightarrow$   $\sigma 1 = Ce - r$ 

Ce 
$$(1-\sin \emptyset') = \sigma_1$$

Ce 
$$(1+\sin \emptyset') = \sigma_1$$

$$[2 * \sigma 1 / (1-\sin \emptyset')] - \sigma 1 = \sigma 3*$$

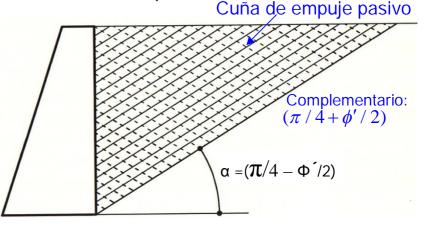
Como: 
$$\sigma 1 = \gamma * h$$

#### Finalmente:

$$\sigma 3^* = \gamma * h * \frac{(1 + \sin \phi')}{(1 - \sin \phi')}$$

En trigonometría:

$$tg^{2}(\pi/4 + \phi'/2) = \frac{(1 + \sin\phi')}{(1 - \sin\phi')}$$



Zona en estado límite pasivo de Rankine

Que es el coeficiente del empuje pasivo (Kp)

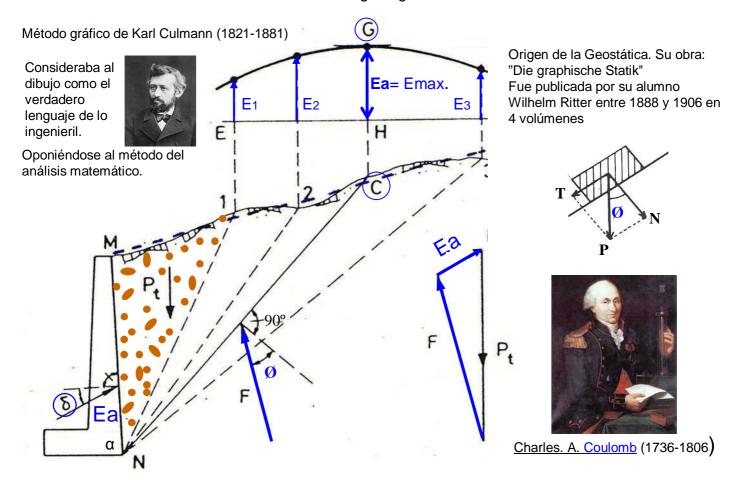
El ángulo  $(\pi/4+\phi'/2)$  medido con la vertical es el que corresponde a la cuña de terreno de empuje pasivo. (plano: P-A y P-B en el círculo de Mohr).

# Teoría de Coulomb y el empuje activo

En 1773 Coulomb estudió el empuje activo sobre un muro en el caso de terreno inclinado un ángulo " $\beta$ " . Trasdós del muro inclinado un ángulo " $\alpha$ " con la horizontal y siendo " $\delta$ " ángulo de rozamiento muro – terreno.

Para un terreno de forma cualquiera la mejor solución es el procedimiento gráfico.

Suponiendo una línea de rotura recta, tendrán que estar en equilibrio el peso "**Pt**" de la cuña de terreno comprendida entre el muro y la línea de rotura, la reacción "**Ea**" del muro contra el terreno, igual y contraria al empuje activo sobre el muro y la reacción "**F**" del terreno sobre la cuña, que formará con la normal a la línea de rotura un ángulo igual al de rozamiento interno del terreno "Ø"



El método consiste en proceder por tanteos sucesivos. Elegido un punto "1" como posible origen de una cuña de deslizamiento, se calcula el peso "Pt" de la cuña y en el polígono vectorial de la figura se trazan los vectores "Ea" y "F" de direcciones conocidas.

El cálculo se repite para otros puntos. Tres tanteos suelen ser suficientes para determinar el punto "G" correspondiente a la cuña de empuje máximo o de empuje activo.

La posición de la resultante de las presiones sobre el muro, es decir el punto de aplicación del empuje activo, puede obtenerse con suficiente aproximación trazando por el centro de gravedad de la cuña M-N-C la paralela a N-C hasta corta al trasdós del muro.

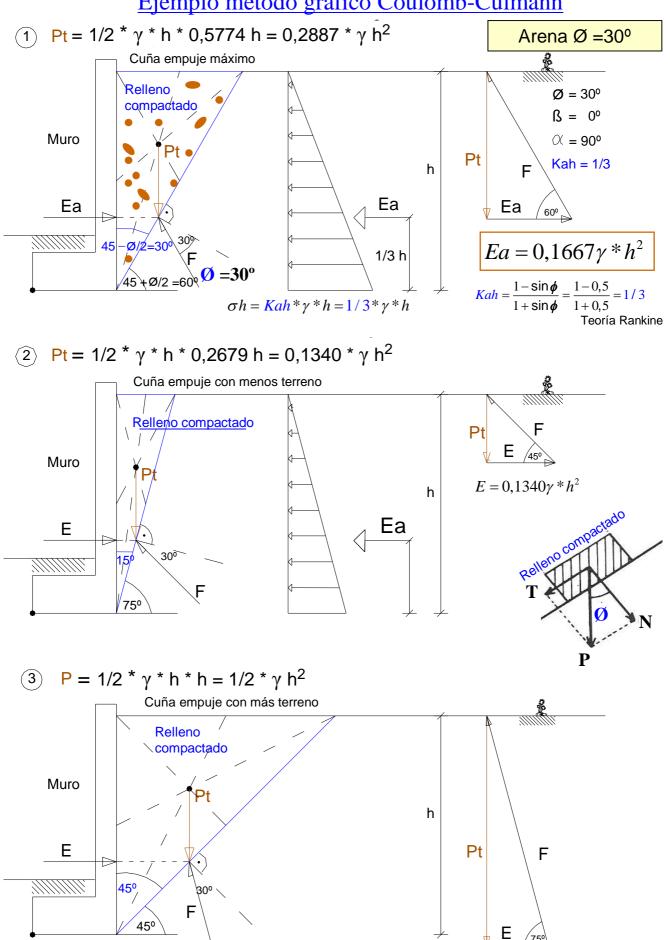
Para el caso de un relleno limitado por una línea recta se ha resuelto el problema de forma analítica y se han tabulado los resultados.

Los valores de la componente horizontal "oah" y vertical de la presión en un punto del trasdós del muro situado a una profundidad "z" bajo la coronación son:

$$\sigma ah = Kah * \gamma * z$$

$$\sigma av = Kav * \gamma * z$$

# Ejemplo método gráfico Coulomb-Culmann



 $E = 0.1340\gamma * h^2$ 

# Ejemplo nº 1 empuje activo de terrenos ARENOSOS

#### ¿ Empuje terreno sobre una superficie vertical de muro contención?

Muro de cerramiento de longitud: L = 8 m. y altura H = 4 m. + 0,70 cimentación.

Muro encofrado a dos caras

Terreno sin talud  $\beta = 0^{\circ}$ 

Arena compacta:

Ángulo de rozamiento interno,  $\emptyset = 30^{\circ}$ 

4,00 m 4,00 m 0,70 m 0,70 m

Peso específico,  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 

NBE- AE 88 (Tabla 9.2): Ka = 0,33 (teoría de Coulomb para empuje activo)

Formula de Rankine: 
$$Ka = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \sin 30}{1 + \sin 30} = \frac{1 - 0.5}{1 + 0.5} = \frac{0.5}{1.5} = 0.33$$

Presión ( $(\sigma_v)$ ) a la profundidad de 4,70 m: 20 x 4,7 = 94 kN/m<sup>2</sup>

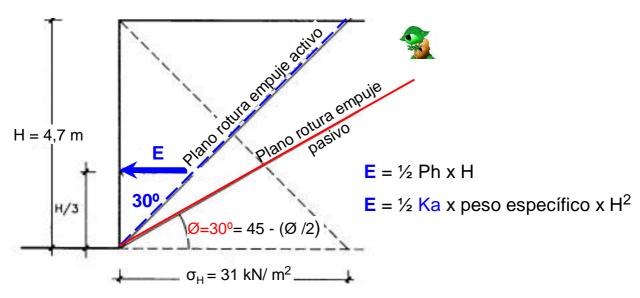
Presión ( $\sigma_H$ ) a la profundidad de 4,70 m:

Ka **x** (peso específico **x** altura) = 0.33 x (20 x 4,7) = 31.02 kN/m<sup>2</sup>

Empuje por metro lineal de muro:  $E = \frac{1}{2} (31,02) \times 4,7 \times 1 = \frac{72,90 \text{ kN/m}}{2}$ 

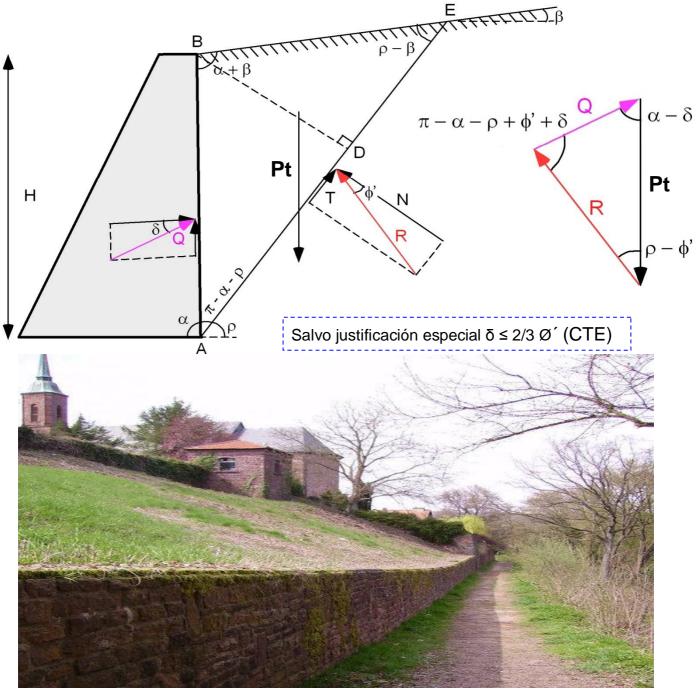
Empuje total muro de 8 m,

Et:  $= 72.9 \times 8.0 = 583.18 \text{ kN}$ 



El empuje al reposo se utiliza en el cálculo de muros de sótano.

# Empuje de Coulomb método gráfico



Muro de cerramiento de longitud, L=8 m. y altura h=4 m. + 0,70 cimentación. Sin rozamiento terreno-trasdós del muro. Ángulo talud  $\beta=30^{\circ}$ . Arena compacta: Ángulo de rozamiento interno,  $\emptyset=30^{\circ}$ . Peso específico,  $\gamma=2$  t/m<sup>3</sup>

NBE- AE 88 (Tabla 9.2): *Kah* = **0,75** (teoría de Coulomb).

En este caso,  $\alpha = 90^{\circ}$   $\rho = 60^{\circ}$  y ángulo cuña activa Rankine de 30°, tenemos:

Formula de Rankine:  $\cos\Omega = \cos \emptyset$ ' /  $\cos \beta = 1 \rightarrow \Omega = 0$ °

$$Ka = \cos \beta * tg^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Omega}{2}\right) = \cos 30 * tg^2 (45 - 0) = 0,866$$

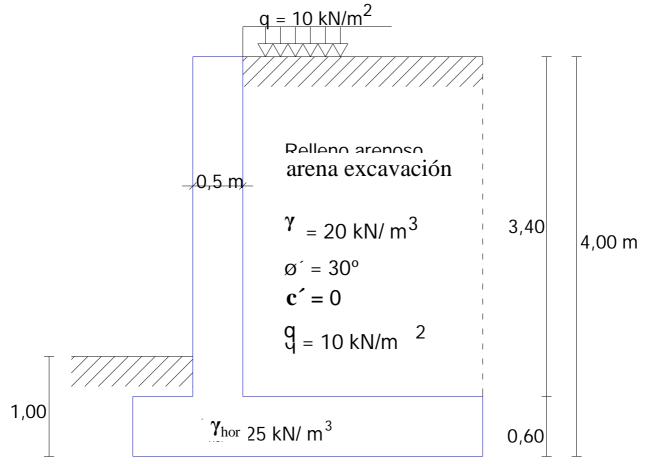
 $Kah = \cos\beta * Ka = 0.866 * 0.866 = 0.75$ 

Angulo de roza- miento interno	Angulo de roza- miento de	Angulo del talud	Coeficiente $Kah$ del empuje activo horizontal siendo la inclinación del muro: $b/h = ctg \ \alpha =$			Coeficiente Kav del empuje activo horizontal siendo la inclinación del muro: $b/h = ctg \alpha =$								
del terreno Ø	terreno y muro	del terreno $\hat{\beta}$	0.8	0.6	0.4	0.2	900	-0,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
	0°	0° 5° 10° 15° 20°	0,71 0,78 0,88 1,01 1,47	0,67 0,73 0,81 0,92 1,31	0,62 0,67 0,74 0,83 1,16	0,56 0,60 0,65 0,74 1,02	0,49 0,52 0,57 0,64 0,88	0,42 0,44 0,48 0,54 0,76	0,57 0,62 0,70 0,81 1,18	0,40 0,44 0,49 0,55 0,79	0,25 0,27 0,29 0,33 0,46	0,11 0,12 0,13 0,15 0,20	0,00 0,00 0,00 0,00 0,00	-0,08 -0,09 -0,10 -0,11 -0,15
	$\frac{\varphi}{3} = 6^{\circ} 40'$	0° 5° 10° 15° 20°	0,63 0,70 0,80 0,95 1,47	0,60 0,66 0,75 0,87 1,21	0,56 0,62 0,68 0,79 1,16	0,51 0,56 0,61 0,70 1,02	0,45 0,48 0,54 0,61 0,88	0,39 0,42 0,46 0,52 0,76	0,64 0,71 0,81 0,96 1,49	0,46 0,51 0,58 0,67 1,01	0,28 0,31 0,34 0,39 0,58	0,16 0,18 0,20 0,23 0,33	0,05 0,06 0,06 0,07 0,10	-0,03 -0,03 -0,04 -0,04 -0,06
20°	$\frac{2 \varphi}{3} = 13^{\circ} 20'$	0° 5° 10° 15° 20°	0,56 0,63 0,73 0,88 1,47	0,54 0,61 0,69 0,82 1,31	0,52 0,57 0,64 0,75 1,16	0,48 0,52 0,58 0,67 1,02	0,42 0,46 0,51 0,59 0,88	0,37 0,40 0,44 0,50 0,76	0,72 0,81 0,93 1,13 1,88	0,53 0,60 0,67 0,81 1,28	0,36 0,40 0,45 0,53 0,82	0,22 0,24 0,27 0,31 0,47	0,10 0,11 0,12 0,14 0,21	0,01 0,01 0,02 0,02 0,03
	φ = 20°	0° 5° 10° 15° 20°	0,49 0,56 0,66 0,82 1,47	0,49 0,55 0,64 0,77 1,31	0,47 0,53 0,60 0,71 1,16	0,44 0,48 0,55 0,64 1,02	0,40 0,44 0,49 0,57 0,88	0,35 0,38 0,42 0,48 0,76	0,80 0,92 1,08 1,35 2,42	0,60 0,69 0,78 1,01 1,62	0,42 0,47 0,54 0,69 1,04	0,27 0,29 0,33 0,39 0,60	0,15 0,16 0,18 0,21 0,32	0,05 0,06 0,06 0,07 0,12
	0°	0° 10° 15° 20° 25°	0,65 0,79 0,89 1,03 1,55	0,60 0,72 0,80 0,92 1,35	0,55 0,64 0,70 0,80 1,16	0,48 0,55 0,60 0,69 0,98	0,41 0,46 0,50 0,57 0,82	0,33 0,37 0,41 0,46 0,68	0,52 0,63 0,71 0,82 1,24	0,36 0,43 0,48 0,55 0,81	0,22 0,26 0,28 0,32 0,46	0,10 0,11 0,12 0,14 0,20	0,00 0,00 0,00 0,00 0,00	-0,07 -0,07 -0,08 -0,09 -0,14
25°	$\frac{\varphi}{3} = 8^{\circ} 20'$	0° 10° 15° 20° 25°	0,56 0,70 0,80 0,96 1,55	0,53 0,65 0,73 0,86 1,35	0,49 0,58 0,65 0,76 1,16	0,44 0,51 0,56 0,65 0,98	0,37 0,43 0,47 0,55 0,82	0,30 0,34 0,38 0,44 0,68	0,60 0,75 0,86 1,03 1,66	0,43 0,53 0,60 0,70 1,10	0,28 0,34 0,38 0,44 0,67	0,16 0,18 0,20 0,23 0,35	0,05 0,06 0,07 0,08 0,12	-0,02 -0,02 -0,02 -0,02 -0,03
2.5	$\frac{2\varphi}{3} = 16^{\circ} 40'$	0° 10° 15° 20° 25°	0,48 0,61 0,72 0,88 1,55	0,47 0,58 0,67 0,80 1,35	0,44 0,53 0,60 0,71 1,16	0,40 0,47 0,53 0,62 0,98	0,35 0,40 0,45 0,52 0,82	0,29 0,33 0,37 0,42 0,68	0,69 0,88 1,04 1,27 2,24	0,51 0,64 0,73 0,88 1,47	0,35 0,42 0,48 0,56 0,92	0,21 0,25 0,28 0,33 0,52	0,10 0,12 0,14 0,16 0,25	0,03 0,03 0,03 0,04 0,06
	φ = 25°	0° 10° 15° 20° 25°	0,40 0,53 0,63 0,79 1,55	0,41 0,52 0,60 0,74 1,35	0,39 0,48 0,56 0,67 1,16	0,37 0,44 0,50 0,59 0,98	0,32 0,38 0,43 0,50 0,82	0,27 0,31 0,35 0,41 0,68	0,81 1,07 1,27 1,60 3,13	0,60 0,77 0,89 1,10 1,99	0,42 0,51 0,60 0,71 1,23	0,27 0,32 0,37 0,43 0,72	0,15 0,18 0,20 0,23 0,38	0,07 0,07 0,08 0,10 0,17
	0°	0° 10° 20° 25° 30°	0,60 0,71 0,89 1,04 1,60	0,54 0,64 0,78 0,90 1,36	0,48 0,55 0,67 0,77 1,14	0,41 0,46 0,55 0,63 0,93	0,33 0,37 0,44 0,50 0,75	0,26 0,28 0,33 0,38 0,59	0,48 0,57 0,71 0,83 1,28	0,33 0,38 0,47 0,54 0,82	0,19 0,22 0,27 0,31 0,45	0,08 0,09 0,11 0,13 0,19	0,00 0,00 0,00 0,00 0,00	-0,05 -0,06 -0,07 -0,08 -0,12
30°)	$\frac{\varphi}{3}$ = 10°	0° 10° 20° 25° 30°	0,50 0,61 0,79 0,95 1,60	0,47 0,56 0,71 0,84 1,36	0,42 0,50 0,61 0,72 1,14	0,37 0,42 0,51 0,60 0,93	0,30 0,34 0,41 0,48 0,75	0,24 0,27 0,32 0,37 0,59	0,57 0,69 0,90 1,08 0,82	0,41 0,49 0,62 0,73 1,18	0,26 0,31 0,38 0,45 0,71	0,14 0,16 0,20 0,23 0,36	0,05 0,06 0,07 0,08 0,13	-0,01 -0,01 -0,01 -0,01 -0,01
	$\frac{2\varphi}{3} = \frac{20^{\circ}}{3}$	0° 10° 20° 25° 30°	0,41 0,52 0,69 0,86 1,60	0,40 0,49 0,63 0,77 1,36	0,37 0,44 0,56 0,67 1,14	0,33 0,39 0,48 0,57 0,93	0,28 0,32 0,39 0,46 0,75	0,22 0,25 0,30 0,35 0,59	0,68 0,85 1,13 1,41 2,63	0,49 0,60 0,78 0,96 1,68	0,33 0,39 0,50 0,60 1,02	0,20 0,24 0,29 0,35 0,57	0,10 0,12 0,14 0,17 0,27	0,03 0,04 0,05 0,05 0,09
	<u>φ</u> = 30°	0° 10° 20° 25° 30°	0,32 0,42 0,58 0,75 1,60	0,33 0,42 0,56 0,70 1,36	0,33 0,39 0,51 0,62 1,14	0,30 0,35 0,44 0,53 0,93	0,26 0,30 0,37 0,44 0,75	0,21 0,24 0,29 0,34 0,59	0,82 1,07 1,48 1,92 4,10	0,60 0,76 1,01 1,26 2,45	0,41 0,50 0,65 0,79 1,44	0,26 0,31 0,39 0,47 0,82	0,15 0,17 0,21 0,25 0,43	0,07 0,08 0,10 0,12 0,20

# Ejercicio examen: muro de contención relleno arenoso

# Ejercicio de peritación tipo.





Ø terreno por debajo del plano cimentación

Caso primero:  $\emptyset$  = relleno trasdós =  $30^{\circ}$ 

Caso segundo: c'= 0,01 N/mm<sup>2</sup> y  $\varnothing$ '= 30 °

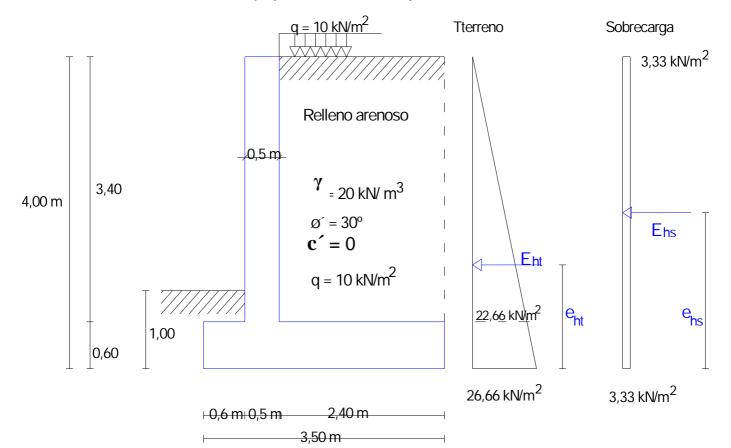
#### **Determinar**

- 1º/ Seguridad al deslizamiento en los dos casos.
- 2º/ Seguridad al vuelco.
- 3/ Estudiar si puede optimizarse el diseño del muro
- 4º/ Momento flector de cálculo en el alzado del muro con el que se obtendrá el armado de tracción.
- 5º/ Seguridad al hundimiento (ver tema hundimiento zapatas)

# Ejercicio: muro de contención: cálculo del empuje



Cálculo del empuje horizontal Eh y de su excentricidad eh



$$\mathbf{c'} = 0 \text{ y } \emptyset = 30^{\circ} \quad Ka = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \sin 30}{1 + \sin 30} = \frac{1 - 0.5}{1 + 0.5} = 0.333$$

Eht = 
$$\frac{(Ka*\gamma s*H)*H}{2}$$
 =  $\frac{(26,66)*4}{2}$  = 53,33kN

$$e_{Et} = 4/3 = 1,33m$$

$$Ehsc = Ka * qsc * H = 0.333*10*4 = 13.33kN$$

$$e_{Esc} = 4 / 2 = 2m$$

$$Eh = Eht + Ehsc = 53,33 + 13,33 = 66,66kN$$

$$\Sigma Mo = (Eht * e_E) + (Ehsc * e_{Esc}) = Eh * e_E$$

$$\Sigma Mo = (53,33*1,33) + (13,33*2) = 66,66*e_E$$
  $e_E = \frac{(53,33*1,33) + (13,33*2)}{66,66} = 1,46m$ 

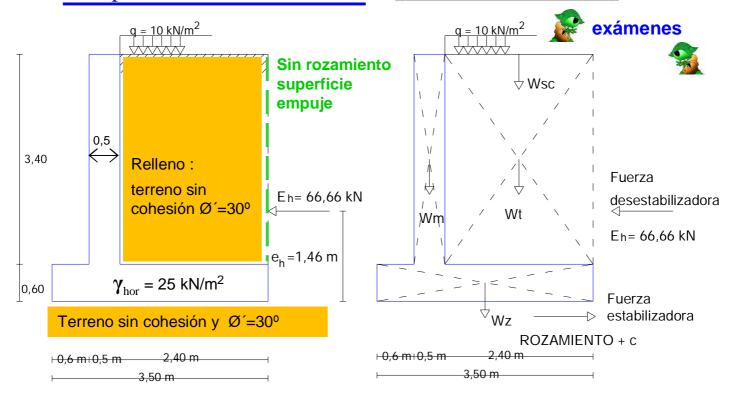
4º Momento flector de cálculo en el alzado del muro (viga empotrada-volada):



$$Md = 1.6 * [(22.66 * 3.4 / 2 * 3.4 / 3) + (3.33 * 3.4 * 3.4 / 2)] = 1.6 * [43.54 + 19.25]$$

Md = 1,6 \* [62,79] = 100,46 kN/m por m. l. de muro

# 1º Comprobación al Deslizamiento (método recomendado)



Fuerza desestabilizadora. Eh = 66,66 kN

Fuerza estabilizadora =  $Vk * tan \emptyset = (Wm + Wt + Wz + q) * tan \emptyset*$ 

$$Wm = 3,4* 0,5 *1,00 * 25 = 42,5 kN$$

Wt = 
$$3.4* 2.4 *1.00 * 20 = 163.2 \text{ kN}$$

$$Wz = 0.6* 3.5 *1.00 * 25 = 52.5 kN$$

$$Wsc = 10^* 2.4 *1.00 = 24.0 kN$$

Fuerza estabilizadora = (42.5 + 163.2 + 52.5 + 24) \* tan (2/3\*30)

Fuerza estabilizadora = (282,2) kN \* tan (200) = 102,71 kN

Nota sobre CTE: 10% carga vertical total = 0.1 \* 282.0 = 28.2 kN < 66.6kN = Eh

### Seguridad al deslizamiento.

$$\gamma_e = \frac{F. \ estabilizadora}{F. \ desestabilizadora} = \frac{102,71}{66,66} = 1,54 \ge 1,5 \ (CTE)$$



CTE  $\rightarrow$  Ø\* = 2/3 Ø

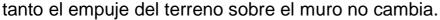


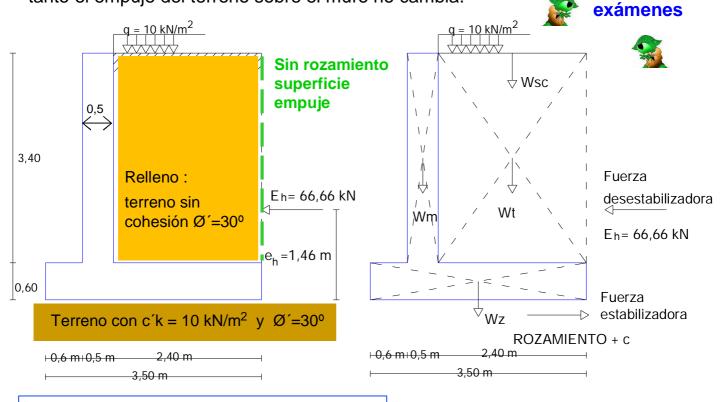
Conclusión: El muro sl es estable al deslizamiento conforme CTE

### Comprobación Deslizamiento, cuando el suelo posee cohesión y rozamiento

El estudio geotécnico informa que el terreno natural posee un valor de cohesión efectiva del suelo no nulo. Por ejemplo: c'k = 0,1 dka N/  $cm^2 = 10$  kN/m<sup>2</sup>

Nota: El relleno del trasdós del muro se realiza con árido limpio de Ø ´= 30° por tente el ampuis del terreno cebro el muro ne cambio.





Fuerza desestabilizadora. Eh = 66,66 kN

### Seguridad al deslizamiento. (CTE)

$$T \le \left(N * tg \phi * + c^* * B\right) / \gamma_R$$

Ángulo de rozamiento interno efectivo del terreno  $\phi^* = \frac{2}{3}\phi'$ 

Cohesión reducida: c\*

 $c^* = 0.5 \text{ c'} \text{k} \le 0.05 \text{ Mpa} = 50 \text{ kN/m}^2$ 

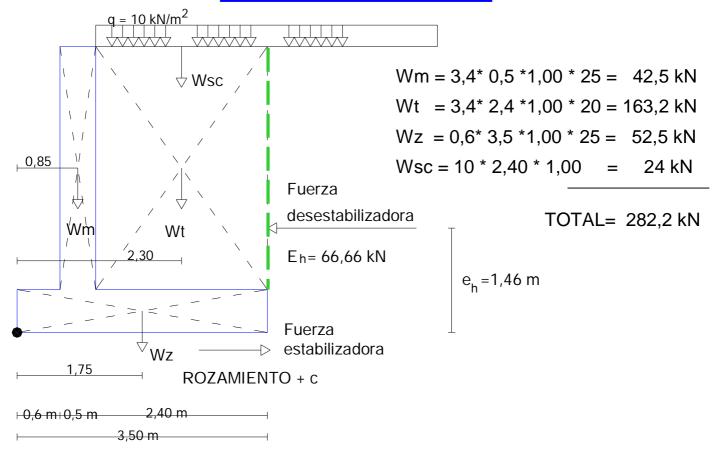
Fuerza estabilizadora:  $N * tg \phi * + c^* * B$ 

Fuerza estabilizadora = (282,2) kN \* tan  $(20^{\circ})$  + 5 \* (3,5 \*,1) = = 102,71 kN + 17,50 kN = 120,21 KN

$$\gamma_e = \frac{F. \ estabilizadora}{F. \ desestabilizadora} = \frac{120,21}{66,66} = 1,80 \ge 1,5 \ (CTE)$$

Conclusión: El muro si es estable al deslizamiento conforme CTE

# 2º Comprobación al Vuelco



Momento Volcador = Eh \* eh = 66,66 \* 1,46 = 97,32 kN \*m

Momento Estabilizador = (Wm \*em) + (Wt \*et) + (Wz \*ez) + (Wsc \*et)

Momento Estabilizador = (42.5 \* 0.85) + (163.2 \* 2.3) + (52.5 \* 1.75) + (24 \* 2.3)

Momento Estabilizador = (36,713) + (375,36) + (91,88) + (55,2) = 558,56 kN \*m

### Seguridad al vuelco.

$$\gamma_e = \frac{F. \ estabilizadora}{F. \ desestabilizadora} = \frac{558,56}{97} = 5,74 \ge 2 = \frac{1,8}{0,9}$$
 (CTE)



Conclusión: El muro es estable al deslizamiento conforme CTE.

NOTA: Tal como esta redactado el actual CTE, la comprobación al deslizamiento se convierte en determinante. Al cumplirse éste las demás comprobaciones se cumplen también.

Antes de CTE para la comprobación a deslizamiento se estudiaban dos casos:

Comprobación en E.L.S. Era igual al que pide CTE pero con seguridad  $\gamma = 1$  y  $\varnothing s^* = \varnothing s$ 

Comprobación en E.L.U. Con seguridad  $\gamma = 1,5$  Øs\* = Øs además se tenía en cuenta la acción del empuje pasivo (unos 2/3 del mismo) sobre la puntera.

# Ayuda para la práctica de Estado Limite de Equilibrio

#### Muros: coeficientes empuje activo Ka y pasivo Kp (6.2.3)

b) muros: se considerará un valor de ∆a igual al 10% de la distancia entre el plano de apoyo y el fondo de excavación, con un máximo de 0,5m.

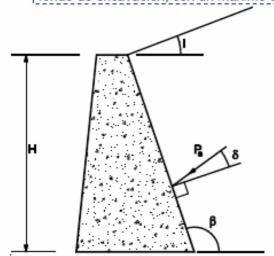


Figura 6.3. Empuje activo

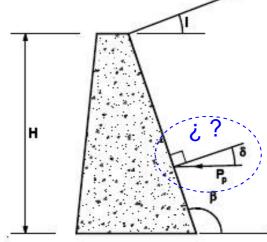


Figura 6.4. Empuje pasivo

- 7 El rozamiento entre el terreno y el muro influye sobre la magnitud del movimiento necesario para la movilización total de los empujes por lo que, salvo una justificación especial, se tendrán en cuenta las estimaciones siguientes del ángulo de rozamiento δ entre el terreno y el muro:
  - a) para empuje activo y muro rugoso;  $\delta \le \frac{2}{3}\phi'$  como es la situación de muro encofrado contra el terreno.
  - b) para empuje activo y muro poco rugoso;  $\delta \le \frac{1}{3}\phi'$ , como es la situación de muro encofrado a doble cara
  - c) para empuje activo y muro liso: δ = 0, si se emplea la hipótesis de Rankine o el empleo de lodos tixotrópicos
  - d) para empuje pasivo:  $\delta \le \frac{1}{3} \phi'$  —> cuando se proyecte tacón al muro



El valor de  $\phi$ ' empleado en la evaluación de  $\delta$  no debe superar el ángulo de rozamiento interno crítico del suelo.

#### 6.2.5 Empujes del terreno sobre el elemento de contención

1 Para calcular los empujes del terreno sobre un elemento de contención o viceversa puede suponerse la siguiente ley de empujes unitarios:

$$\sigma_h = K \cdot \sigma'_z + u_z$$

$$\sigma h = K * \sigma' z + Uz$$
 (6.11)

siendo

8

σ<sub>h</sub> tensión horizontal total a la profundidad considerada

K el coeficiente de empuje correspondiente

σ<sub>z</sub> la tensión efectiva vertical a la profundidad considerada

u<sub>z</sub> la presión intersticial a la profundidad considerada.

Si existe una sobrecarga uniforme q sobre el terreno, ésta se puede sustituir por una altura de tierras equivalente H<sub>e</sub>:

siendo

$$He = \frac{q}{\gamma}$$
 (6.12)

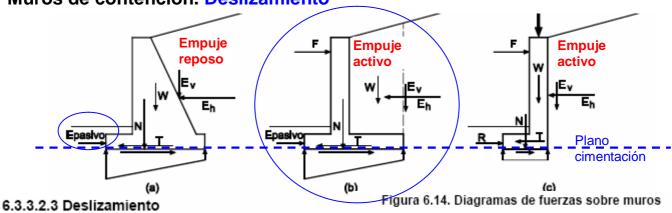
γ el peso especifico aparente de las tierras.

3 En este caso los empujes unitarios sobre el muro se incrementarán, en toda la altura, en:

$$\sigma_h = K \gamma H_e$$
 (6.13)

# Repaso para la práctica de Estado Limite de Equilibrio

#### Muros de contención. Deslizamiento



- Este estado límite debe comprobarse tan sólo en aquellos casos en los que la máxima componente de los empujes horizontales sobre el muro sea mayor del 10% de la carga vertical total. → SIEMPRE
- En suelos granulares, la seguridad frente al deslizamiento por la base puede determinarse median-2 te la fórmula:

$$T \le \frac{N}{\gamma_R} tg\phi^*$$

 $T \le \frac{N}{(\gamma_{P} = 1, 5)} * tg \phi * (6.16)$ 

siendo

NyTlas componentes normal y tangencial de la resultante de las fuerzas de empuje, elementos de arriostramiento y peso propio sobre el plano de la base (Figura 6.15).

$$\phi^* = \frac{2}{3} \phi'$$

siendo

$$\phi^* = \frac{2}{3} \phi'_{(6.17)}$$

el ángulo de rozamiento interno efectivo del terreno

Cuando el suelo posea cohesión y rozamiento: 3

$$T \le \left(N * tg\phi * + c^* * B\right) / \gamma_R \tag{6.18}$$

$$T \le (N \cdot tg \phi^* + c \cdot B) / \gamma_R$$
  
 $\phi^* = \frac{2}{3} \phi^*$ 
Compre

Comprobación única: corto plazo = largo plazo (En el empuje → 2 hipótesis de carga)

$$\phi^* = \frac{2}{3} \phi' \quad ^{(6.19)}$$

siendo

la cohesión reducida del suelo (c\* = 0,5 c $|_{K} \le 0,05$  MPa)  $c^* = 0,5$   $c'_{K} \le 0,05$  MPa c\*

$$c^* = 0.5 c'_{\kappa} \le 0.05 \text{ MPa}$$

В

el ancho de la base del muro



- No se tendrá en cuenta el efecto estabilizador del empuje pasivo, salvo justificación especial.
- Si el muro está provisto de zarpa se considerará el deslizamiento según las superficies más probables (véase Figura 6.15).

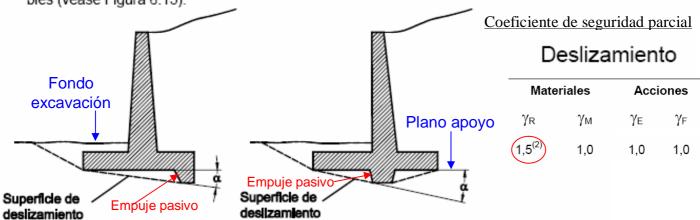


Figura 6.15. Posibles superficies de deslizamiento en muro con zarpa

Tomás Cabrera (U.P.M.)

# Repaso para la práctica de Estado Limite de Equilibrio

#### Muros de contención. Vuelco

#### 6.3.3.2.4 Vuelco

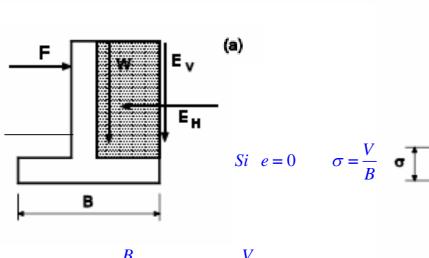
- En general puede prescindirse de esta comprobación cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre el muro, incluido el peso propio y la resultante de posibles elementos de sostenimiento (anclajes, forjados o arriostramientos intermedios), tenga su punto de aplicación dentro del núcleo central de la base. En el caso de bases rectangulares indefinidas, el núcleo central es una faja de ancho: B/3.
- Si V es la componente vertical de la resultante sobre la base del muro y e su excentricidad, puede 2 suponerse que las presiones del terreno siguen una ley lineal, con valores extremos (véase Figura

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{V}{B} \left( 1 \pm \frac{6e}{B} \right) \qquad Si \quad e < \frac{B}{6} \qquad \sigma_{\text{max}} = \frac{V}{B} * \left( 1 \pm \frac{6e}{B} \right)$$
 (6.20)

Si 
$$e = 0$$
,  $\sigma = \frac{V}{B}$  (6.21)

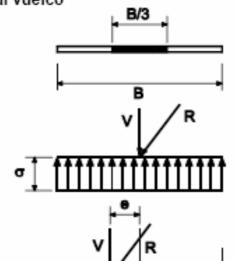
Si 
$$e = \frac{B}{6}$$
,  $\sigma_{\text{máx}} 2 \cdot \frac{V}{B}$  y  $\sigma_{\text{min}} = 0$   $Si$   $e = \frac{B}{6}$   $\sigma_{\text{max}} = 2 * \frac{V}{B}$  y  $\sigma_{\text{min}} = 0$  (6.22)

Si e >  $\frac{B}{c}$  se produciría el despegue de uno de los bordes, aumentando notablemente la tensión en otro borde. Figura 6.16. Estabilidad al vuelco



$Si e = \frac{B}{6}$	$\sigma_{\text{max}} = 2 * \frac{V}{B}$	y	$\sigma_{\min} = 0$

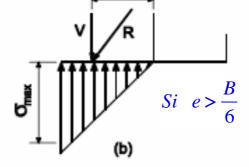
Vuelco<sup>(2)</sup>



v	R	D
P <sub>a</sub>	Si e	$e < \frac{B}{6}$

### Coeficiente de seguridad parcial

	Mate	riales	Accio	nes
	$\gamma_{R}$	$\gamma_{M}$	γ <sub>E</sub>	$\gamma_{\text{F}}$
Acciones estabilizadoras	1,0	1,0	$(0,9^{(3)})$	1,0
Acciones desestabilizadoras	1,0	1,0	1,8	1,0



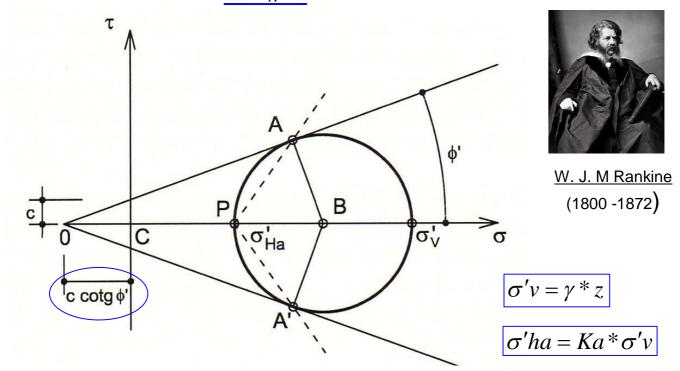
- La estabilidad al vuelco se verificará con los criterios definidos en el capítulo 2, comparando los 3 momentos de cálculo desestabilizantes y estabilizantes respecto de la arista exterior de la base de la zapata.
- No se tendrá en cuenta el efecto estabilizador del empuje pasivo, salvo justificación especial.

## Empuje activo en suelo con cohesión (arcillosos)

#### Empuje activo en suelos cohesivos

El efecto de la cohesión del terreno c en los empujes, se traduce en que disminuyen los empujes activos y aumentan los empujen pasivos.

En el caso de la teoría de Rankine, para terreno horizontal y trasdós vertical, la cohesión hace que en el círculo de Mohr, como aparece en la figura siguiente el origen de las rectas de resistencia intrínseca esté desplazado hacia la izquierda una distancia de valor  $0C = c \cot \emptyset$ 



(En 1948 Caquot, ideó el método de los estados correspondientes. Añadiendo este valor: c\*cotag Ø´ al vector tensión, el problema puede entonces asimilarse al de un terreno sin cohesión cuyo eje ordenadas pasa por "0". De interés, por ejemplo, para el estudio del modelo teórico de la carga de hundimiento de un suelo.)

Operando en la ecuación que determina el valor del empuje a partir del triángulo 0AB, se llega a:

$$ea = \sigma' ha = Ka * \sigma' v - \left(2c * \sqrt{Ka}\right)$$

Corto plazo: 
$$c = cu$$
  $\emptyset = 0 \rightarrow Ka = 1$   
Largo plazo:  $c = c'$   $\emptyset = \emptyset'$ 

**EMPUJE** 

Puede observarse en esta ecuación que, para pequeños valores de la profundidad "z" el valor de la tensión horizontal resulta negativa. (es mayor el sustraendo)

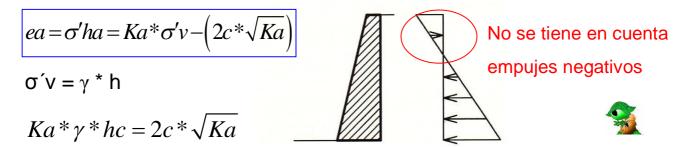
### CTE

Suelo cohesivo: Cuando la proporción en el peso del contenido de finos que tengan plasticidad es igual o superior al 35%.

Suelo granular: Cuando la proporción en peso del contenido de arenas y gravas es mayor del 65%.

## Empuje activo en suelo con cohesión (arcillosos)

#### a/ ESTADO INICIAL EMPUJE = CORTO PLAZO



Realmente, la cohesión hace que los empujes resulten negativos en coronación, tal como aparece en la figura. El empuje se anula a una profundidad, que se obtiene igualando a cero la fórmula y que se denomina profundidad crítica: hc.

$$hc = \frac{2c}{\gamma * \sqrt{ka}}$$

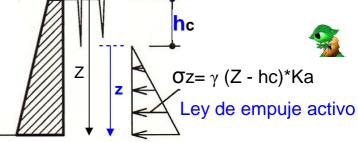
Corto plazo: c = cu  $\emptyset = 0 \rightarrow Ka = 1$ 



Por encima de esta profundidad los empujes resultan en principio negativos.

Pero el muro al girar no puede tirar del terreno, luego el despegue se traduce en una deformación del terreno, que al no resistir tracciones da lugar a la aparición en la superficie de grietas de tracción.





A partir de la profundidad límite el empuje crece linealmente como si se tratara de un terreno ya si cohesión, por lo que la ley de empujes definitiva, a partir de la profundidad crítica, también puede escribirse como:

$$ez = \gamma * (Z - hc) * Ka = \gamma * Z * Ka - (2c * \sqrt{Ka})$$

b/ ESTADO FINAL EMPUJE = LARGO PLAZO

Largo plazo: 
$$c = c'$$
  $\emptyset = \emptyset'$ 

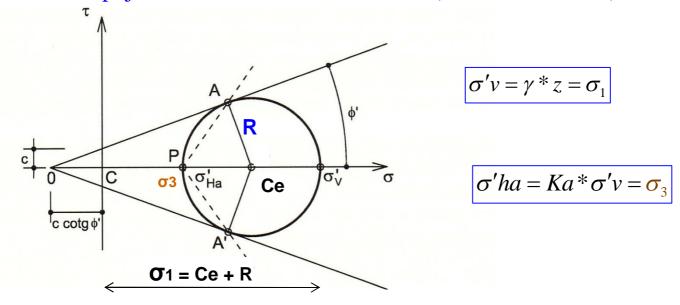
→ Seguridad a largo plazo → **NO** se tienen en cuenta empujes negativos

EMPUJE C.T.E. (2 hipótesis)



Corto plazo: c = cu  $\emptyset = 0 \rightarrow Ka = 1$ Largo plazo: c = c'  $\emptyset = \emptyset'$ 

# Empuje activo en suelo con cohesión (teoría de Rankine)



En el triángulo 0-A-Ce el valor del radio es:  $\mathbf{R} = (\mathbf{Ce} + \mathbf{c}^* \operatorname{ctg} \emptyset) * \sin \emptyset$ 

$$\sigma$$
 1 = Ce + (Ce + c\* ctg  $\varnothing$ ) \* sin  $\varnothing$  = Ce + Ce \*sin  $\varnothing$  + c \* ctg  $\varnothing$  \*sin  $\varnothing$ 

$$\sigma$$
 1 = Ce \*(1+ sin  $\varnothing$ ) + c \* ctg  $\varnothing$  \*sin  $\varnothing$  Ce \*(1+ sin  $\varnothing$ ) =  $\sigma$ 1 - c \* ctg  $\varnothing$  \*sin  $\varnothing$ 

Ce \*(1+ sin 
$$\varnothing$$
) =  $\sigma$ 1 – c \* ctg  $\varnothing$  \*sin  $\varnothing$ 

El valor del centro es es: 
$$Ce = \frac{\sigma_1}{1 + \sin \phi} - \frac{c * ctg \phi * \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

Despejando la tensión 
$$\sigma_3$$
: 
$$\frac{2\sigma_1}{1+\sin\phi} - \frac{2c*ctg\phi*\sin\phi}{1+\sin\phi} - \sigma_1 = \sigma_3$$

$$-\frac{2c*ctg\phi*\sin\phi}{1+\sin\phi} + \left(\frac{2\sigma_1}{1+\sin\phi} - \sigma_1\right) = \sigma 3 \qquad -\frac{2c*ctg\phi*\sin\phi}{1+\sin\phi} + \left(\frac{2\sigma_1 - \sigma_1 - \sigma_1*\sin\phi}{1+\sin\phi}\right) = \sigma 3$$

$$-\frac{2c*ctg\phi*\sin\phi}{1+\sin\phi}+\left(\frac{\sigma_1-\sigma_1*\sin\phi}{1+\sin\phi}\right)=\sigma3\qquad \sigma_1\left(\frac{1-*\sin\phi}{1+\sin\phi}\right)-\frac{2c*ctg\phi*\sin\phi}{1+\sin\phi}=\sigma3$$

σ1 = σv' = γ \* h Operando y simplificando: 
$$\sigma' ha = Ka * \sigma' v - (2c * \sqrt{Ka})$$

$$\frac{\cos\phi}{\sin\phi} * \sin\phi = \frac{\cos\phi}{1 + \sin\phi}$$

$$\sin^2\phi + \cos^2\phi = 1 \qquad \cos\phi = \sqrt{1 - \sin^2\phi}$$

$$1 - \sin^2\phi = (1 + \sin\phi) * (1 - \sin\phi)$$

$$\frac{(1+\sin\phi)^{1/2}*(1-\sin\phi)^{1/2}}{(1+\sin\phi)^{1}} = \frac{(1+\sin\phi)^{1/2}*(1-\sin\phi)^{1/2}}{(1+\sin\phi)^{1/2}*(1+\sin\phi)^{1/2}} = \sqrt{Ka}$$

## Empuje activo y pasivo en suelo con cohesión (arcillosos)

$$ea = \sigma' ha = Ka * \sigma' v - (2c * \sqrt{Ka})$$

Por lo tanto, el efecto de la cohesión es muy favorable desde el punto de vista económico, puesto que reduce extraordinariamente los empujes.

Sin embargo, no debe olvidarse que las variaciones de humedad pueden hacer que la cohesión disminuya en algunas zonas del terreno junto al muro por lo que los empujes reales pueden, con el tiempo, ser mayores que los previstos al considerar la cohesión.





De aquí que era habitual minorar fuertemente la cohesión y más frecuentemente no tener en cuenta la cohesión a efecto de no tener problemas importantes a medio y largo plazo.

Se pueden encontrar cálculos del empuje sobre muros con terrenos arcillosos como si fuese un terreno arenoso de bajo ángulo de rozamiento.

EMPUJE clásico anterior a CTE (1 hipótesis)



mas desfavorable que CTE y ahora fuera de uso. CTE ightarrow 2 hipótesis cálculo

### Empuje pasivo en suelos cohesivos

El efecto de la cohesión en los empujes pasivos también es muy favorable, porque aumenta los valores del empuje que puede recibir el terreno.

En el caso de la teoría de Rankine, puede hacerse una construcción similar mediante el círculo de Mohr, llegando a la siguiente expresión

$$ep = \sigma' hp = Kp * \sigma' v + \left(2c * \sqrt{Kp}\right)$$

CTE recoge esta formulación que incluye el efecto favorable de la cohesión, con carácter general, tanto para el empuje activo como pasivo.

# Ejemplo nº 2 empuje activo de terrenos ARCILLOSOS

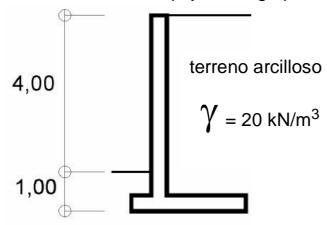
Un muro se construye para contener un terreno arcilloso blando de propiedades:

Resistencia a compresión simple qu = 40 kPa. (40 kN/m²)

Cohesión efectiva  $c' = 2 \text{ kPa (kN/m}^2)$ 

Ángulo rozamiento efectivo terreno  $\emptyset' = 20^{\circ}$ . (se comprobará también con  $\emptyset' = 25^{\circ}$ ) Se pide, calcular:

- 1º/ Resultante de los empujes a corto plazo, según la teoría de Rankine.
- 2º/ Resultante de empujes a largo plazo, según la teoría de Rankine.



Nota: En rellenos arcillosos realizar dos comprobaciones de estabilidad:

- 1ª/ Empuje a corto plazo (rozamiento nulo y cohesión sin drenaje cu).
- $2^a$ / Empuje a largo plazo (rozamiento efectivo del terreno Ø´ y cohesión efectiva c´).

La comprobación de estabilizad al deslizamiento se realiza para los dos casos con una única formula:

Cohesión reducida: c\*

$$T \le (N * tg \phi * + c^* * B) / \gamma_R$$

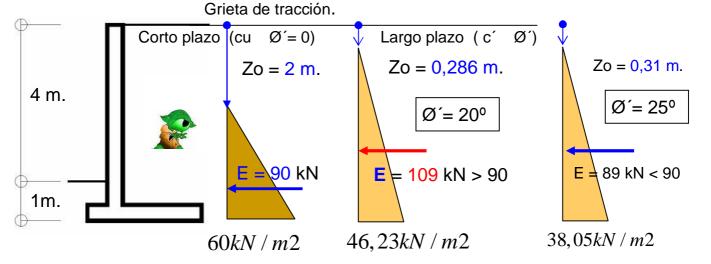
$$c^* = 0.5 \text{ c'} \kappa \le 0.05 \text{ Mpa} = 50 \text{ kN/m}^2$$

$$\phi^* = \frac{2}{3} \phi'$$

Tab	la D.3. Consistencia de las arcillas
Clasificación	Resistencia a compresión simple q <sub>u</sub> (kPa)
Muy blanda	0-25
Blanda	25-50
Media	50-100
Firme	100-200
Muy firme	200-400
Dura	> 400
1/2	Tomás

# Ejemplo nº 2 empuje activo de terrenos ARCILLOSOS

1°/ resultante de empujes a corto plazo:  $\emptyset = 0^{\circ}$   $Ka = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \sin 0}{1 + \sin 0} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = 1$ 



La fórmula paea ley de empujes horizontales conforme CTE:

$$ea = \sigma' ha = Ka * \sigma' v - \left(2c * \sqrt{Ka}\right)$$

La profundidad Zo donde se anula el empuje se obtiene igualando a cero.

$$\sigma' ha = Ka * (\gamma * Zo) - (2cu * \sqrt{Ka}) \rightarrow 1*20*Zo - 2*20*\sqrt{1} = 0 \rightarrow Zo = 2m$$

Tensión horizontal a 5 m. de profundidad:

$$e_{5m} = \sigma' ha = 1*20*(5-2) = 1*20*(5) - (2*20) = 60kN / m2$$

El empuje total por metro lineal muro: E = 1/2\*60\*(5-2) = 90kN

\_\_\_\_\_\_

2°/ resultante de empujes a largo plazo:  $\varnothing' = 20^\circ$   $Ka = \frac{1-\sin 20}{1+\sin 20} = \frac{1-0,34}{1+0.34} = 0,49$ 

$$\sigma' ha = Ka * (\gamma * Zo) - \left(2c'*\sqrt{Ka}\right) \ \to \ 0,49 * 20 * Zo - 2 * 2 * \sqrt{0,49} = 0$$

De donde se obtiene Zo = 0.286 m.

$$e_{5m} = \sigma' ha = (0,49*20*5 - (2*2*\sqrt{0,49})) = 46,23kN/m2$$

El empuje total por metro lineal muro: E = 1/2\*46,22\*(5-0,286) = 109kN > 90

Es más desfavorable la estimación del empuje sobre el muro a largo plazo.

Para que el empuje a largo plazo resulte menor, en este caso, es necesario  $\varnothing$  = 25°

$$Ka = \frac{1 - \sin 25}{1 + \sin 25} = 0,406$$
 Zo = 0,314 m.  $e_{5m} = 38,05kN / m2$   $E = 89,15kN$  Tomás Cabrera (U.P.M.)