



POLITÉCNICA

“Ingeniamos el futuro”

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

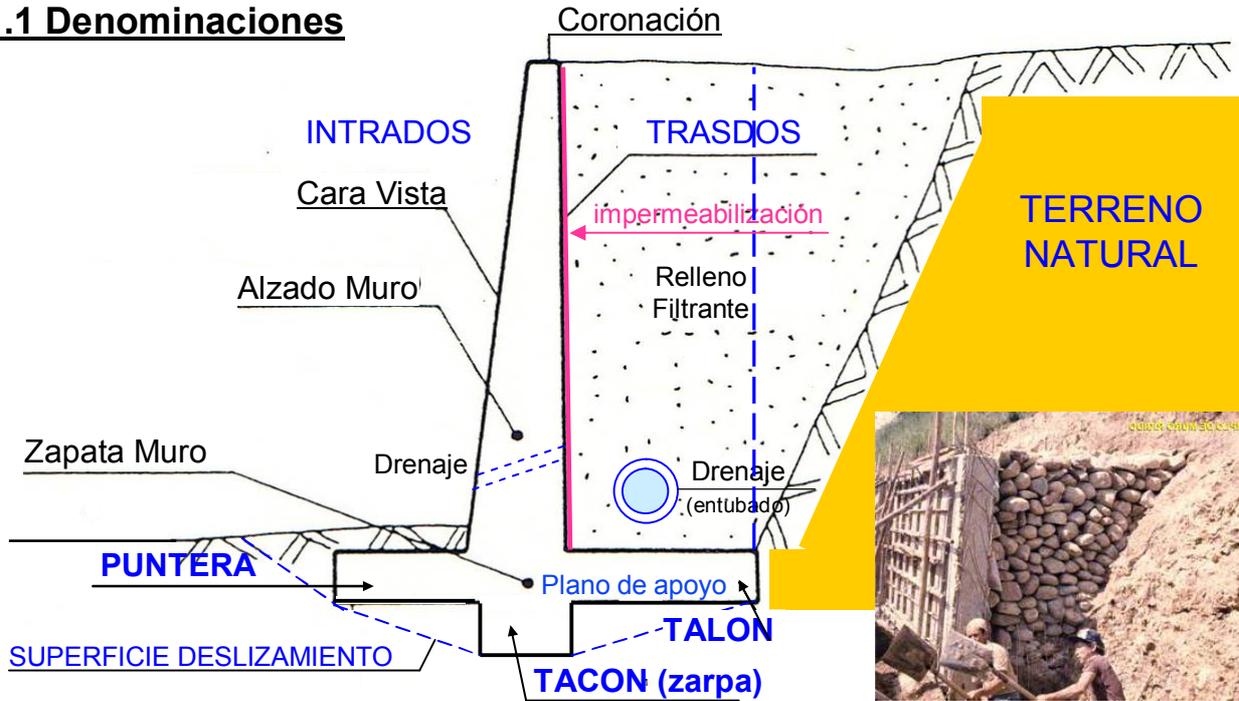


E.T.S.E.M.

Escuela Técnica Superior de Edificación Madrid

MUROS DE CONTENCIÓN, SOSTENIMIENTO Y SÓTANO

1.1 Denominaciones



1.2 Introducción

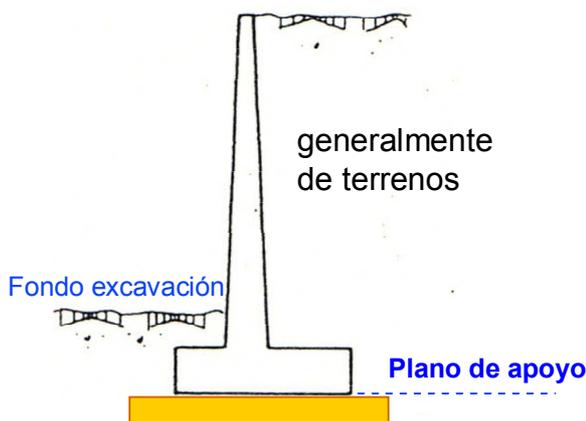
Las misiones fundamentales de los muros son:

- a/ Servir como elemento de contención de terrenos, de líquidos etc.
- b/ Servir de elemento de transmisión de las cargas ya sean estas gravitatorias o de viento.

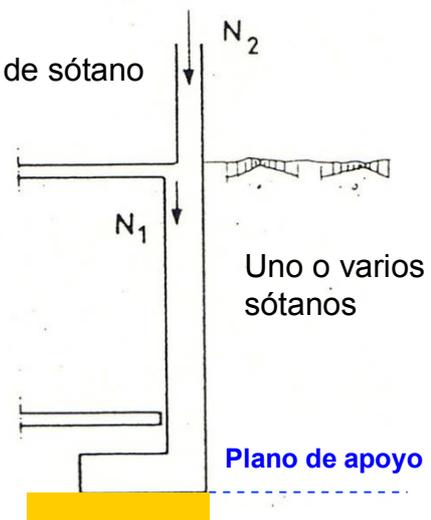
En ocasiones como pasa en los muros de sótano desempeña las dos misiones.

1.3 Tipología de muros a estudiar

a) Muros de contención o sostenimiento



b) Muros de sótano



Tomás Cabrera (U.P.M.) Spain

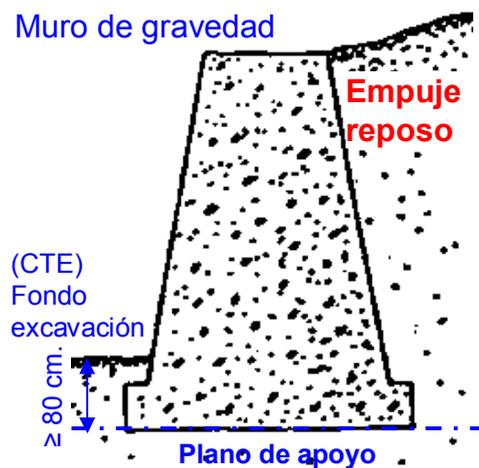
1.4 Principales muros de contención

MUROS DE GRAVEDAD

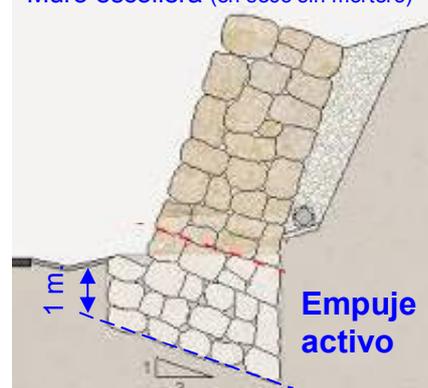
Son muros de piedra o de hormigón en masa en los que la resistencia al vuelco y al deslizamiento se consigue por su propio peso. En muchos casos aren de cemento diferenciado, aunque también pueden tenerlo.

Económicamente son competitivos, sólo para una altura moderada y siempre que la longitud no sea muy grande. Resultan más usuales los muros en ménsula de hormigón armado.

Muro de gravedad



Muro escollera (en seco sin mortero)



Plano de apoyo inclinado (1-3)

Salvo en muros de muy escasa altura, la profundidad de apoyo de la cimentación respecto de la superficie no debe ser inferior a 80 cm. (CTE 6.3.3.1.1)



(Las Palmas de Gran Canarias 26 febrero 2006)

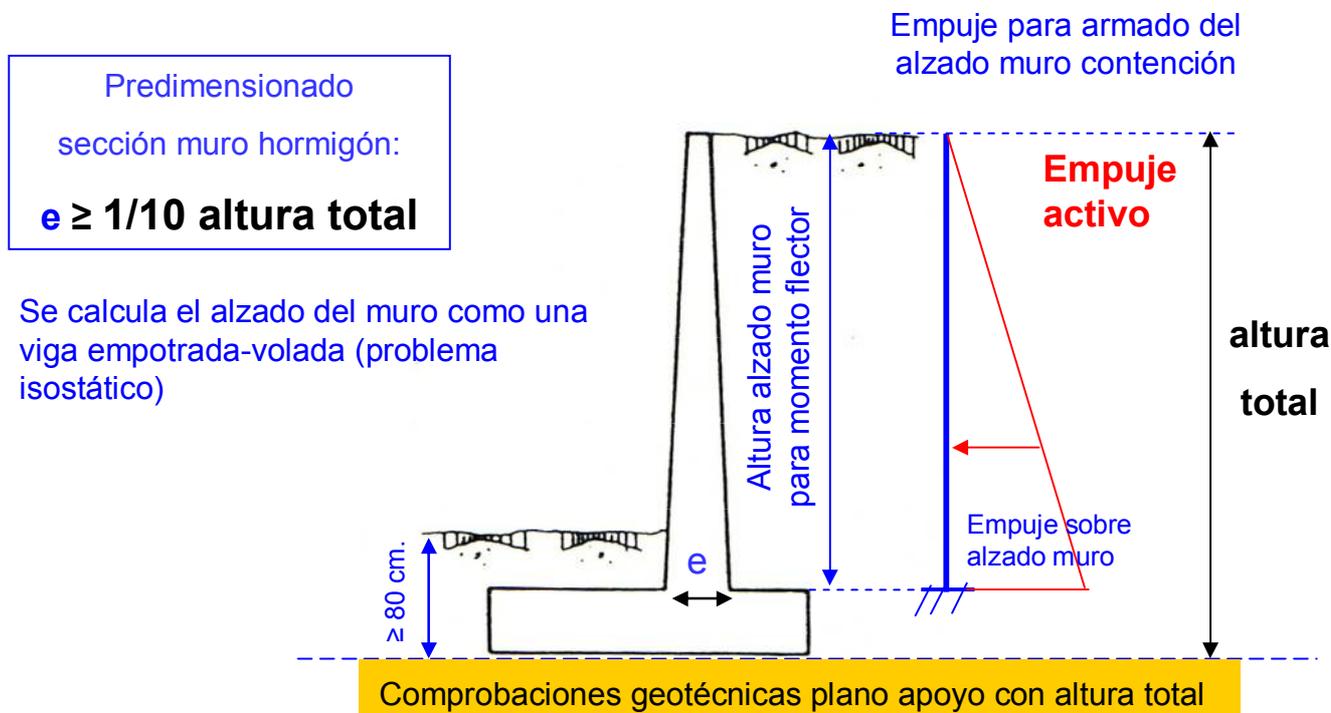


Tomás Cabrera (U.P.M.)

1.4 Principales muros de contención

MUROS MÉNSULA

Son los de empleo más corriente, se denominan así por su forma de trabajo y en primera aproximación puede pensarse que constituyen la solución más económica hasta alturas de unos 10 o 12 m.



MUROS CON CONTRAFUERTE

Constituyen una solución evolucionada de la anterior, en la que al crecer la altura y por tanto los espesores de hormigón, compensa el aligerar las piezas. Pueden tener los contrafuertes en trasdós (figura a) o en intradós (figura b).

Se calcula el muro como una placa empotrada en tres lados (problema hiperestático)



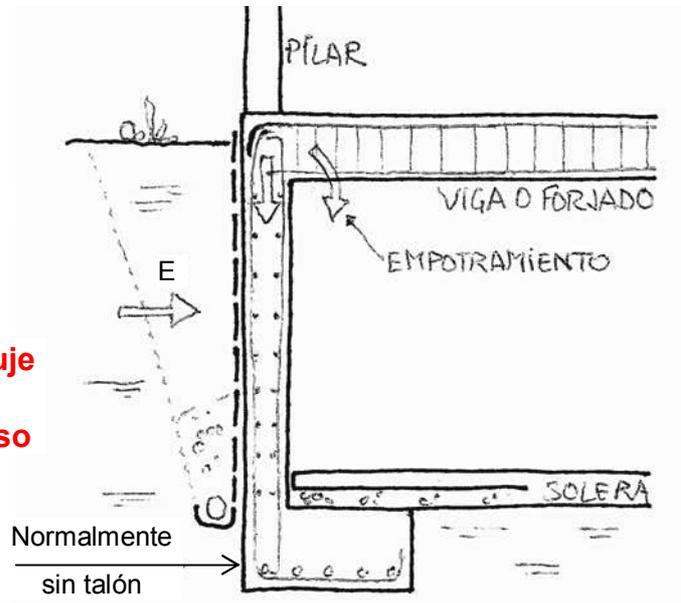
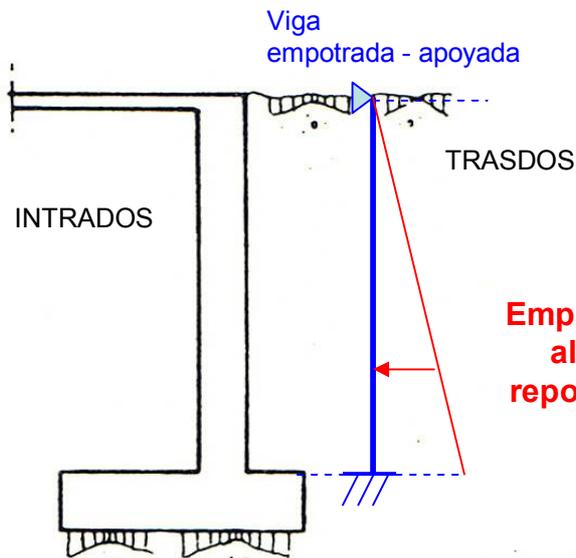
La primera solución es técnica y económicamente mejor, por disponer el alzado en la zona comprimida de la sección en T que se forma.

Tomás Cabrera (U.P.M.)

1.5 Tipos de muros de sótano

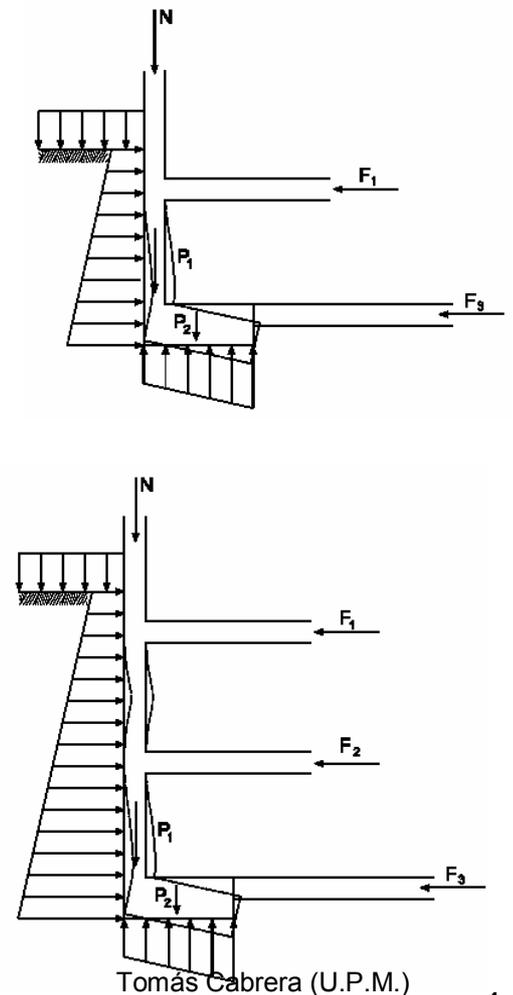
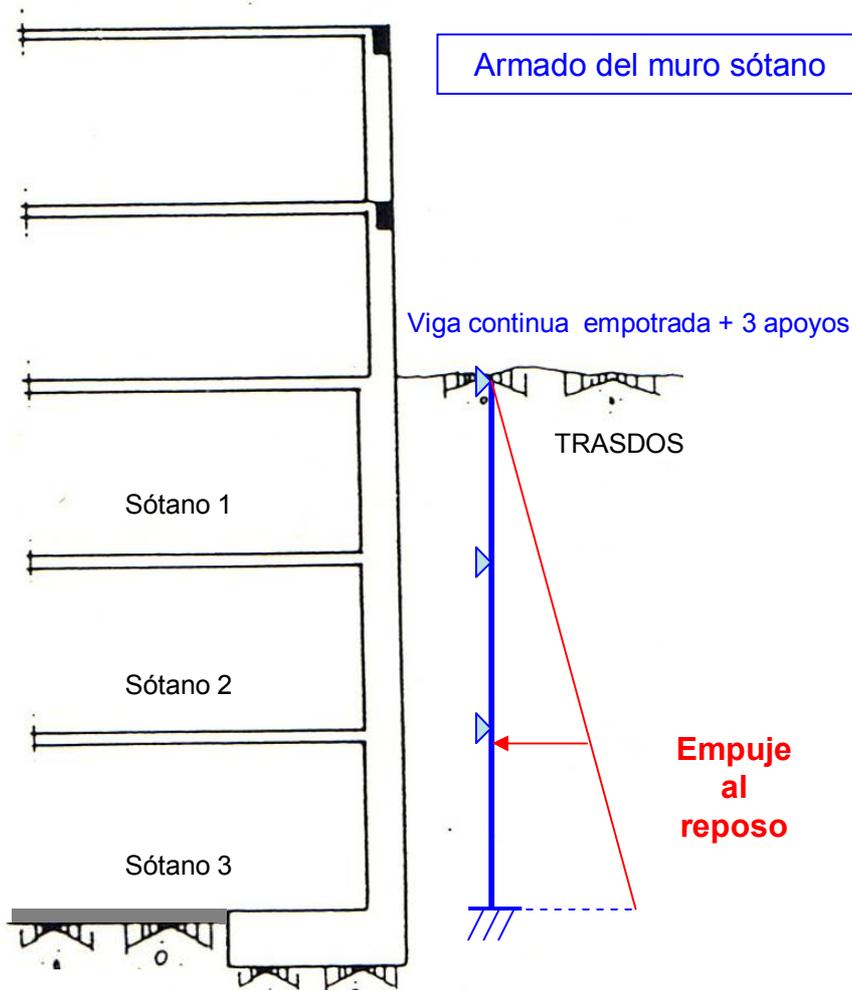
El tipo más elemental es el muro de un solo sótano, que recibe como única carga vertical, aparte de su propio peso, la reacción de apoyo del forjado de techo.

Armado del muro sótano



Dentro de una tipología más general el caso más frecuente es que sobre el muro apoyen pilares que transmiten cargas de las plantas superiores y que existan además varios sótanos, tal como se indica en la siguiente figura.

Armado del muro sótano

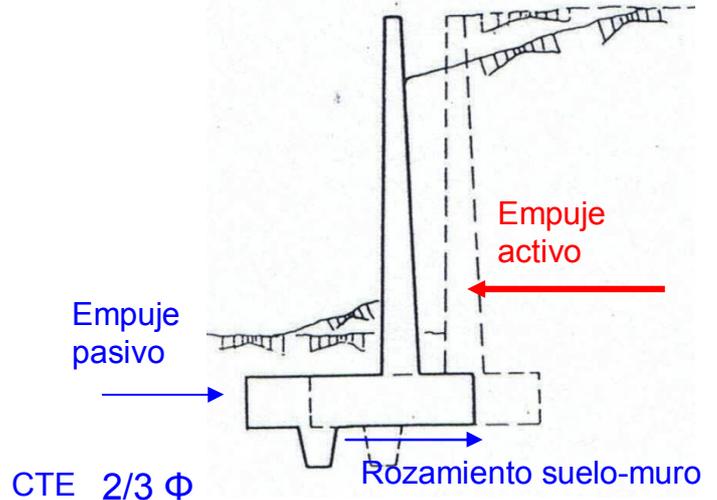


Tomás Cabrera (U.P.M.)

2 Estados Límites Últimos de Equilibrio

1/ SEGURIDAD AL DESLIZAMIENTO (equilibrio de fuerzas horizontales) γ_E

Debe evitarse que el muro pueda deslizarse horizontalmente por fallo del equilibrio de fuerzas horizontales. El coeficiente de seguridad al deslizamiento se realiza con los valores de las acciones características (sin mayorar) y adopta usualmente el valor mínimo de **1,5** (excepto para las comprobaciones a sismo, = 1,1)



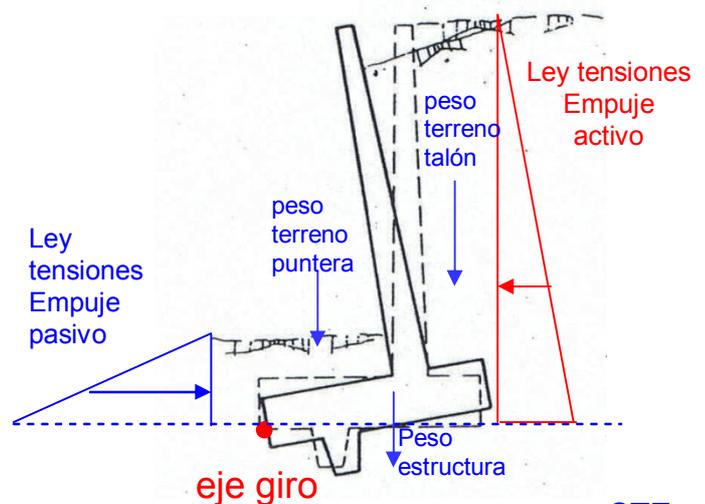
$$\gamma_{E \text{ deslizamiento}} = \frac{\text{fuerzas estabilizadoras (rozamiento)}}{\text{fuerzas desestabilizadoras (empuje)}} \geq 1,5$$

CTE: Salvo justificación especial no se tendrá en cuenta el empuje pasivo.

2/ SEGURIDAD AL VUELCO RÍGIDO (equilibrio de momentos) γ_E

Habitualmente se supone que el vuelco se producirá, de ocurrir, en torno al borde de la puntera. El coeficiente de seguridad al vuelco se realiza con los valores de las acciones características (sin mayorar) y adopta usualmente el valor de **1,8** para acciones frecuentes. Las acciones favorables se reducen a **0,9** de su valor.

(Para el caso de sismo se utilizará 1,2 y 0,9)



$$\gamma_{E \text{ vuelco}} = \frac{\text{momento estabilizador}}{\text{momento volcador}} \geq 2 \quad \text{CTE}$$

CTE: Salvo justificación especial no se tendrá en cuenta el empuje pasivo.

Tabla 2.1. Coeficientes de seguridad parciales

Situación de dimensionado	Tipo	Materiales		Acciones	
		γ_R	γ_M	γ_E	γ_F
Persistente o transitoria	Hundimiento	3,0 ⁽¹⁾	1,0	1,0	1,0
	Deslizamiento	1,5 ⁽²⁾	1,0	1,0	1,0
	Vuelco ⁽²⁾				
	Acciones estabilizadoras	1,0	1,0	0,9 ⁽³⁾	1,0
	Acciones desestabilizadoras	1,0	1,0	1,8	1,0
	Estabilidad global	1,0	1,8	1,0	1,0
	Capacidad estructural	- ⁽⁴⁾	- ⁽⁴⁾	1,6 ⁽⁵⁾	1,0
	Pilotes				
	Arrancamiento	3,5	1,0	1,0	1,0
	Rotura horizontal	3,5	1,0	1,0	1,0
	Pantallas				
	Estabilidad fondo excavación	1,0	2,5 ⁽⁶⁾	1,0	1,0
	Sifonamiento	1,0	2,0	1,0	1,0
	Rotación o traslación				
	Equilibrio límite	1	1,0	0,6 ⁽⁷⁾	1,0
Modelo de Winkler	1	1,0	0,6 ⁽⁷⁾	1,0	
Elementos finitos	1,0	1,5	1,0	1,0	
Extraordinaria	Hundimiento	2,0 ⁽⁸⁾	1,0	1,0	1,0
	Deslizamiento	1,1 ⁽²⁾	1,0	1,0	1,0
	Vuelco ⁽²⁾				
	Acciones estabilizadoras	1,0	1,0	0,9	1,0
	Acciones desestabilizadoras	1,0	1,0	1,2	1,0
	Estabilidad global	1,0	1,2	1,0	1,0
	Capacidad estructural	- ⁽⁴⁾	- ⁽⁴⁾	1,0	1,0
	Pilotes				
	Arrancamiento	2,3	1,0	1,0	1,0
	Rotura horizontal	2,3	1,0	1,0	1,0
	Pantallas				
	Rotación o traslación				
	Equilibrio límite	-	-	-	-
	Modelo de Winkler	1,0	1,0	0,8	1,0
	Elementos finitos	1,0	1,2	1,0	1,0



γ_R coeficiente parcial de resistencia
 γ_E coeficiente parcial para el efecto de las acciones;
 γ_F coeficiente parcial para las acciones;
 γ_M coeficiente parcial propiedades de los materiales

(1) En pilotes se refiere a métodos basados en ensayos de campo o fórmulas analíticas (largo plazo), para métodos basados en fórmulas analíticas (corto plazo), métodos basados en pruebas de carga hasta rotura y métodos basados en pruebas dinámicas de hinca con control electrónico de la hinca y contraste con pruebas de carga, se podrá tomar 2,0.

(2) De aplicación en cimentaciones directas y muros.

(3) En cimentaciones directas, salvo justificación en contrario, no se considerará el empuje pasivo.

(4) Los correspondientes de los Documentos Básicos relativos a la seguridad estructural de los diferentes materiales o la instrucción EHE.

(5) Aplicable a elementos de hormigón estructural cuyo nivel de ejecución es intenso o normal, según la Instrucción EHE. En los casos en los que el nivel de control de ejecución sea reducido, el coeficiente γ_E debe tomarse, para situaciones persistentes o transitorias, igual a 1,8.

(6) El coeficiente γ_M será igual a 2,0 si no existen edificios o servicios sensibles a los movimientos en las proximidades de la pantalla.

(7) Afecta al empuje pasivo

(8) En pilotes, se refiere a métodos basados en ensayos de campo o fórmulas analíticas; para métodos basados en pruebas de carga hasta rotura y métodos basados en pruebas dinámicas de hinca con control electrónico de la hinca y contraste con pruebas de carga, se podrá tomar 1,5

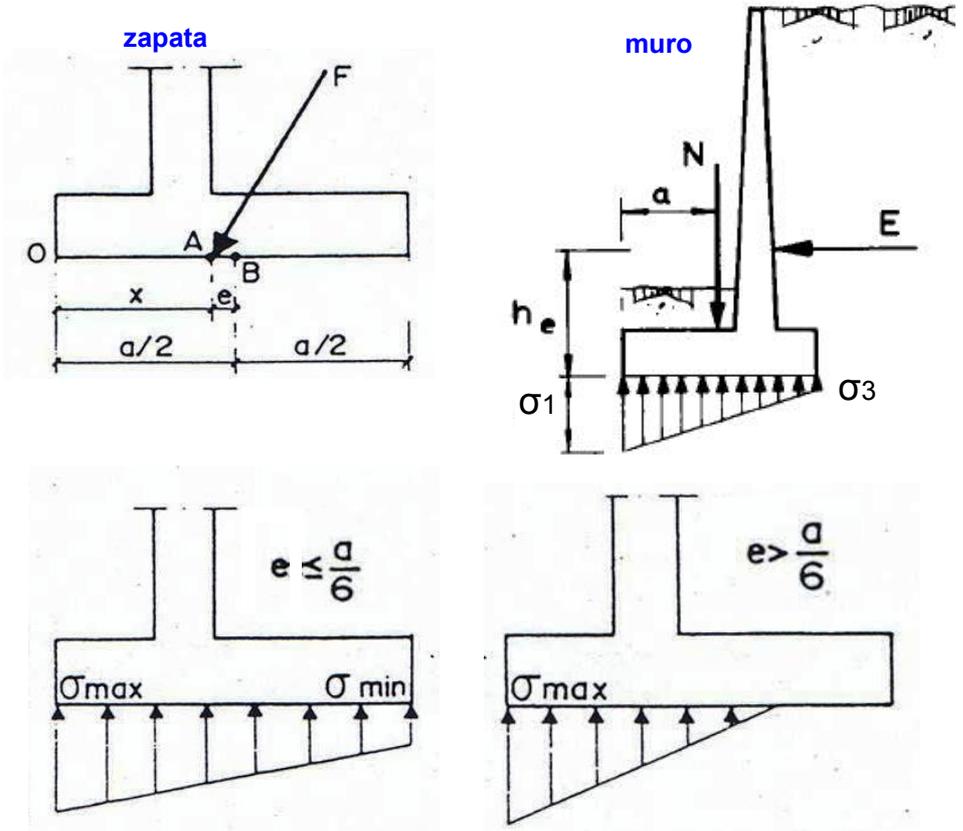
Estado Límite Hundimiento

3/ tensión admisible en el terreno cimentación.- Equilibrio fuerzas verticales.

$$\sigma_{adm} = \sigma_{hundimiento} / 3$$

$$\gamma_R \geq 3$$

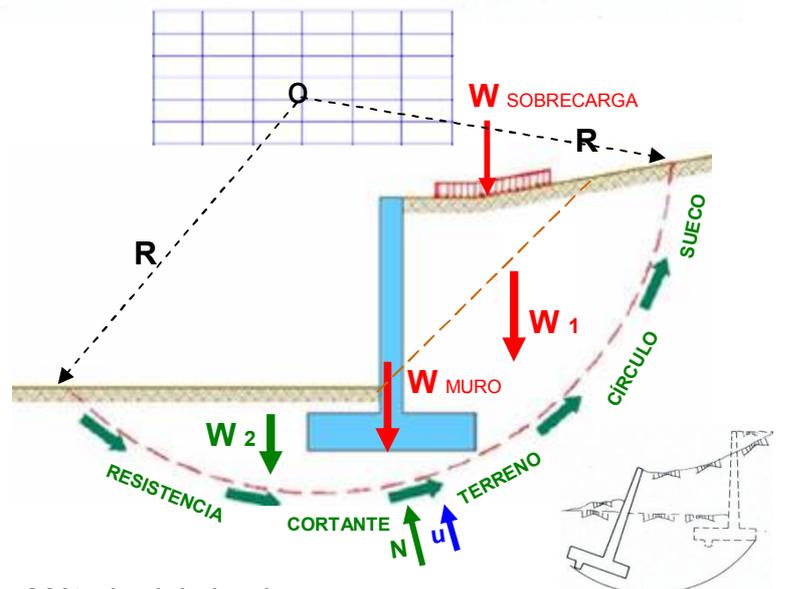
Si se sobrepasa la tensión admisible del terreno, el muro experimentara asientos de gran importancia, incompatibles generalmente con el servicio que debe prestar.



4/ Deslizamiento profundo del terreno.- Estabilidad Global

$$\gamma_M \geq 1,8$$

Se trata , en realidad de un fallo geotécnico que estudia la Mecánica del suelo, este tipo de fallo puede presentarse si existe una capa de suelo blando en una profundidad igual a aproximadamente una vez y media la altura del muro.



Método del círculo sueco

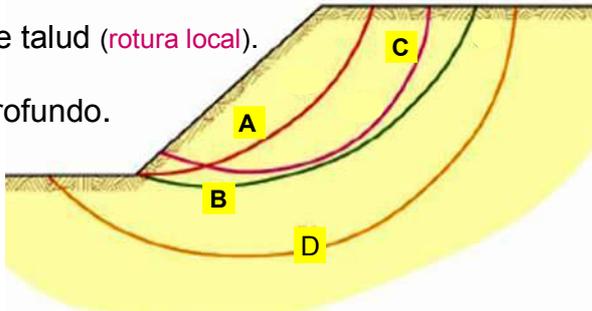
Tomás Cabrera (U.P.M.)

Notas sobre el círculo sueco en estabilidad de taludes

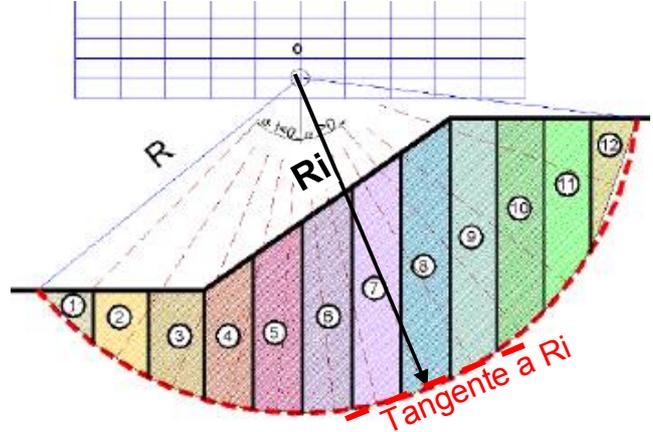
Se verifica la ecuación de Mohr – Coulomb: $\tau = c' + (\sigma_N - u) * \text{tag}\phi'$

Tipos de círculos de rotura talud:

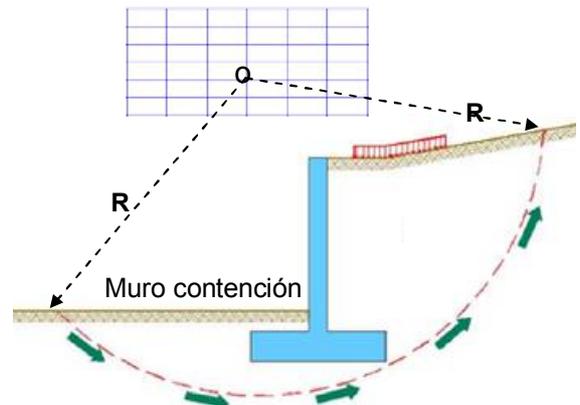
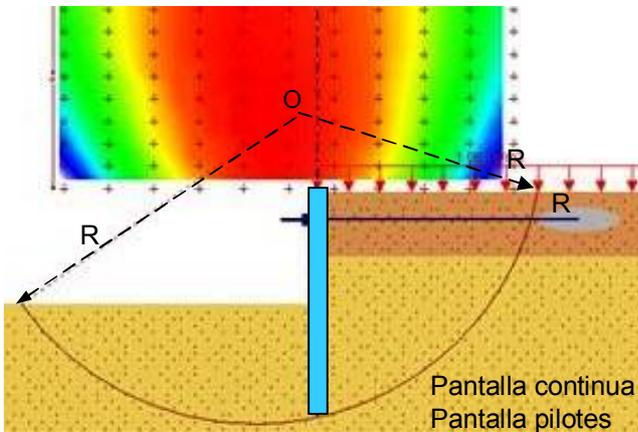
- A/ De pie.
- B/ De pie profundo.
- C/ De talud (rotura local).
- D/ Profundo.



Se divide el círculo sueco en franjas verticales asimilables a trapecios o triángulos.



E/ Círculos condicionados:



Fellenius (1927): Primer método de estabilidad taludes por franjas con superficie deslizamiento circular. La seguridad se basa en el equilibrio de momentos en "O".



Wolmar K. A. Fellenius (1876 -1957).

α_i = Ángulo con la horizontal de la tangente al radio del círculo de falla en el punto medio inferior de cada franja.

c' ϕ' = Parámetros de resistencia del suelo.

Equilibrio de fuerzas dirección normal a N_i :

$$\sum F_{DIRECCIÓN\ NORMAL\ i} = 0 \rightarrow N_i = (W_i + P_i) * \cos \alpha_i - [u * L_i]$$

- W_i = Peso franja vertical.
- P_i = carga en la franja.
- b = Ancho de la franja.
- u = Presión de poros
- L_i = largo de la franja.

Equilibrio de momentos respecto centro del círculo "O":

$$\sum M_{RESISTENTE\ i} = (c' * L_i + N_i * \text{tag}\phi') * r$$

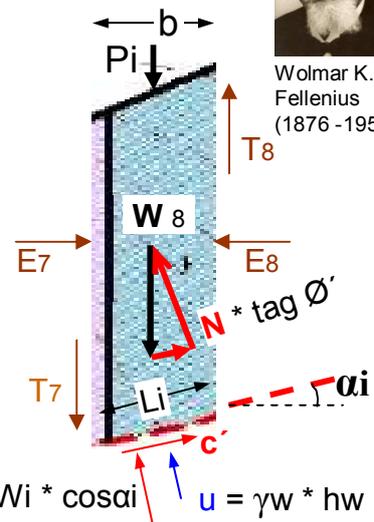
$$\sum M_{MOTOR\ i} = (W_i + P_i) * \sin \alpha * r$$

$$L_i = b / \cos \alpha_i$$

$$N_i = W_i * \cos \alpha_i$$

F_s = Coeficiente seguridad al giro.

Simplificaciones: $T_{i-1} = T_i$, $E_{i-1} = E_i$



$$N_i = W_i * \cos \alpha_i \quad u = \gamma_w * h_w$$

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c' * L_i + ((W_i + P_i) * \cos \alpha_i - (u * l_i)) * \tan \phi']}{\sum_{i=1}^n [(W_i + P_i) * \sin \alpha_i]}$$

Este método se puede sistematizar con la ayuda de una hoja de cálculo. De la práctica se deduce que resulta aceptable cuando el ángulo central es relativamente pequeño. En caso contrario la presión intersticial se magnifica y puede dar lugar a valores de "Ni", excesivamente bajos, incluso negativos, lo que reduce el coeficiente de seguridad obtenido.

Tomás Cabrera (U.P.M.)

Método simplificado de Bishop

Las consideraciones iniciales en cuanto a la posición de las fuerzas “Ni” y a la elección del equilibrio de momentos como ecuación fundamental resultan iguales a Fellenius. La novedad es el uso del equilibrio de fuerzas verticales. (en consecuencia las acciones “Ei” horizontales no intervienen en el equilibrio vertical.

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c' * Li + ((W_i + Pi) * \cos \alpha_i - (u_i * Li)) * \tan \phi']}{\sum_{i=1}^n [(W_i + Pi) * \sin \alpha_i]} = \frac{\sum_{i=1}^n [c' * Li + (Ni - u_i * Li) * \tan \phi']}{\sum_{i=1}^n [(W_i + Pi) * \sin \alpha_i]}$$

Equilibrio de fuerzas verticales en cada franja: $(Ni + u_i * Li) \cos \alpha_i + Ri \sin \alpha_i = (Wi + Pi) + (T_{i-1} - Ti)$

$$Ri = (c' * Li + Ni * \tan \phi') / F_s \quad \text{Sustituyendo el valor de Ri:}$$

$$(Ni + u_i * Li) \cos \alpha_i + (c' * Li + Ni * \tan \phi') \frac{\sin \alpha_i}{F_s} = (Wi + Pi) + (T_{i-1} - Ti)$$

$$Ni * \cos \alpha_i + u_i * Li * \cos \alpha_i + \frac{c' * Li * \sin \alpha_i}{F_s} + \frac{Ni * \tan \phi' * \sin \alpha_i}{F_s} = (Wi + Pi) + (T_{i-1} - Ti)$$

$$\text{Operando: } Ni * \cos \alpha_i + \frac{Ni * \tan \phi' * \sin \alpha_i}{F_s} = (Wi + Pi) + (T_{i-1} - Ti) - Li \left[u_i * \cos \alpha_i + \frac{c'}{F_s} \sin \alpha_i \right]$$

$$\text{Despejando Ni de esta expresión: } Ni - u_i * Li = Ni = \frac{(Wi + Pi) + (T_{i-1} - Ti) - Li \left[u_i * \cos \alpha_i + \frac{c'}{F_s} \sin \alpha_i \right]}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \phi' * \sin \alpha_i}{F_s}}$$

$$\text{El coeficiente de seguridad: } F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \left[c' * Li + \frac{(Wi + Pi) + (T_{i-1} - Ti) - Li \left[u_i * \cos \alpha_i + \frac{c'}{F_s} \sin \alpha_i \right]}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \phi' * \sin \alpha_i}{F_s}} * \tan \phi' \right]}{\sum_{i=1}^n [(W_i + Pi) * \sin \alpha_i]}$$

Llamando: $\Delta Ti = Ti-1 + Ti$ y como: $b = Li * \cos \alpha_i$. Tendremos sustituyendo en la ecuación recuadrada en azul:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c' * b + (W_i + Pi + \Delta Ti - u_i * b) * \tan \phi'] * \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi' * \tan \alpha_i}{F_s}}}{\sum_{i=1}^n [(W_i + Pi) * \sin \alpha_i]}$$



Que es la fórmula general del método de Alan Wilfred Bishop (1920 -1988)

Esta fórmula resulta, en la práctica, de difícil aplicación ya que las fuerzas verticales “Ti” entre las franjas son en principio desconocidas. Bishop sugirió suponerlas todas nulas y formuló su método simplificado cuya ecuación es:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c' * b + (W_i + Pi - u_i * b) * \tan \phi'] * \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi' * \tan \alpha_i}{F_s}}}{\sum_{i=1}^n [(W_i + Pi) * \sin \alpha_i]}$$

Fórmula simplificada de Bishop (1955)

(es la más utilizada por los programas informáticos comerciales como Cype y Tricalc).

La ecuación anterior, es del tipo denominado implícita en “Fs”, por lo que se resuelve mediante iteraciones sucesivas. Se parte de un valor inicial $Fs = F1$ que se introduce en la ecuación simplificada y se compara con el nuevo valor “Fs = F2” que se obtiene al resolver la ecuación.

Si los valores F1 y F2 no son los suficientemente aproximados entre si, se procede a una nueva iteración a partir del valor $Fs = F2$. Se continua sucesivamente el proceso, hasta lograr la convergencia a un valor final del coeficiente de seguridad definitivo Fs. (usualmente diferencia $\leq 1\%$)

B/ Estados Límites Últimos por agotamiento resistente sección

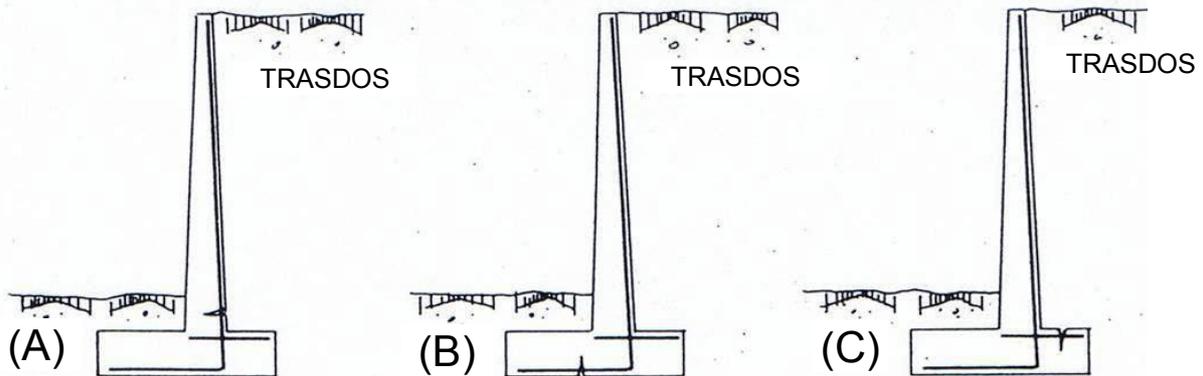
Corresponde al fallo estructural del muro como pieza de hormigón armado (E.H.E.)

1/ Rotura por flexión.

Puede producirse en el alzado (A), puntera (B) o talón (C). Los síntomas de prerrotura sólo son observables en la cara de tracción, que en todos los casos está oculta. Con lo cual no existe síntoma alguno de aviso

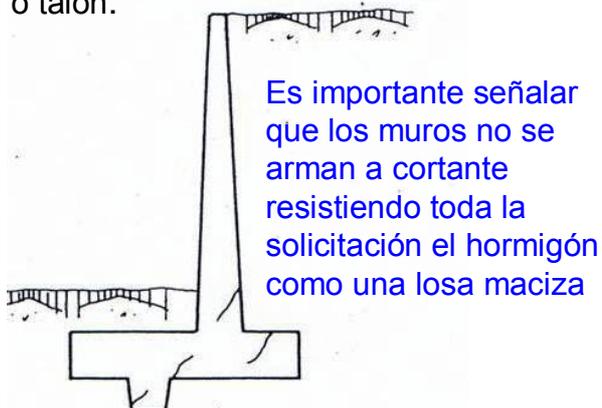
		Cuantía en (%)	
		B 400 S	B 500 S
ARMADO	Horizontal	4	3,2
MUROS	Vertical	1,2	0,9

EHE: Cuantías geométricas mínimas referidas a la sección total de hormigón en tanto por mil.



2/ Rotura por cortante.

Puede producirse en puntera, alzado o talón.



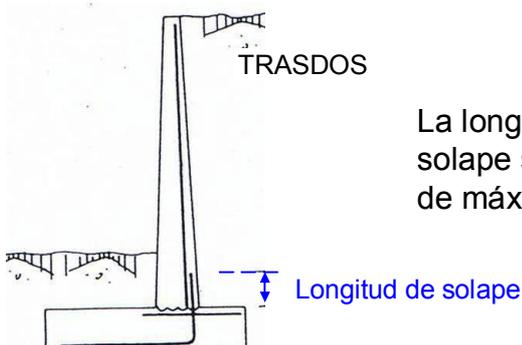
3/ Rotura por rasante

La sección peligrosa suele ser el arranque del alzado A-B.



4/ Rotura por fallo de solape.

La sección peligrosa suele ser también la de arranque del alzado

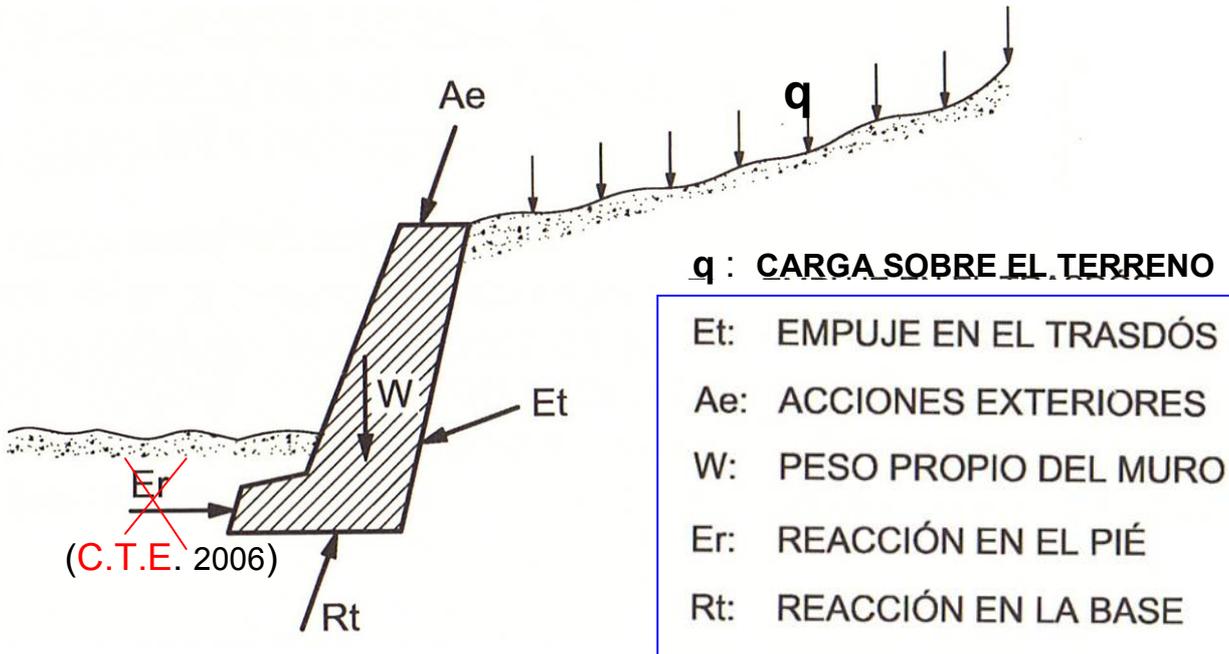


Empuje sobre muros

En ocasiones para poder insertar en el terreno la construcción de un edificio es necesario que se tenga que establecer dos niveles geométricos diferenciados por su cota.

En el caso de que no se pueda salvar este desnivel mediante una transición en talud más o menos suave, se recurre a la utilización de muros de contención.

Las estructuras de contención tienen que soportar las acciones exteriores y las provenientes del terreno que sujetan y a la vez transmitir las al terreno por debajo



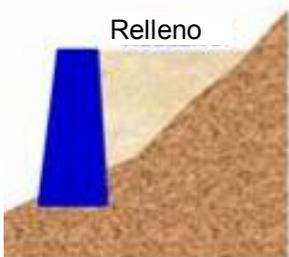
Acciones sobre una estructura de contención

Para proyectar estas estructuras con el adecuado coeficiente de seguridad, es necesario analizar los empujes que el terreno realiza sobre las mismas

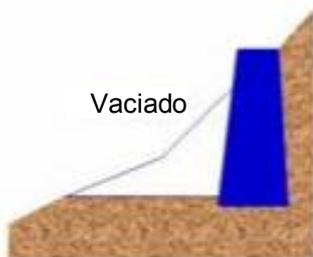
Datos básicos para el proyecto de muros de contención:

- 1/ Peso específico aparente de suelo " γ " o en su caso, si procede, el peso sumergido.
- 2/ Angulo de rozamiento interno efectivo del terreno " ϕ' ".
- 3 /Cohesión " c ".

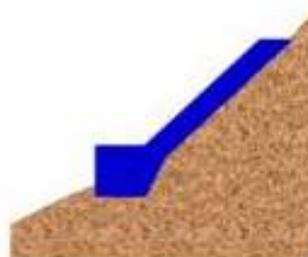
Muro Sostenimiento



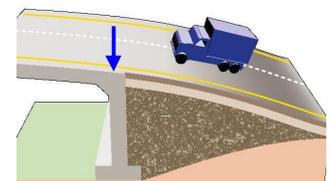
Muro Contención



Muro Revestimiento



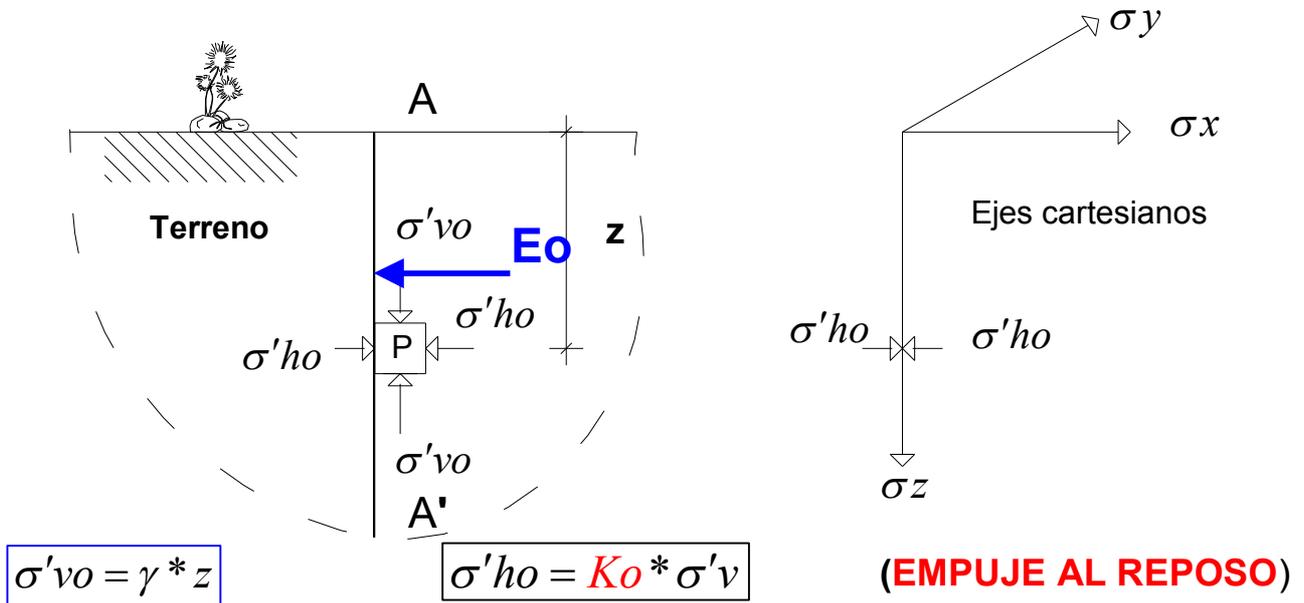
Estribo puente



Tomás Cabrera (U.P.M.)

Empuje al reposo y empuje activo

Imaginemos un suelo indefinido en el que no se ha introducido obra alguna; si se considera una línea vertical A-A', un elemento diferencial de terreno situado junto a dicha línea y a una profundidad "z" estará sometido a las tensiones: horizontales y verticales denominadas al reposo. (EMPUJE AL REPOSO)

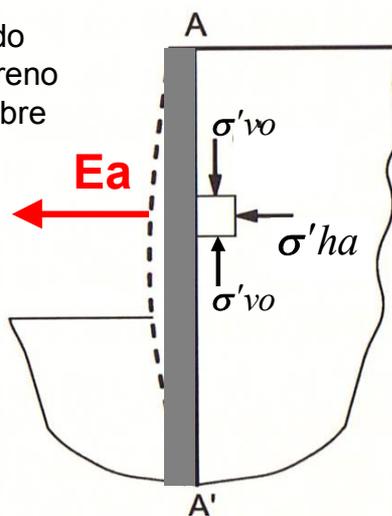


Donde el coeficiente " K_o " es el coeficiente de empuje al reposo ($K_o = 1 - \sin \phi'$).

Si ahora se elimina el terreno situado a la izquierda de la línea A-A' rompemos el equilibrio, interno del terreno, de fuerzas horizontales.

El terreno de la derecha se descomprime y experimenta un movimiento horizontal hacia la zona eliminada que reduce las tensiones horizontales hasta alcanzar en el equilibrio plástico límite una valor minorado " $\sigma'ha$ ". El empuje del terreno en estas condiciones se denomina : (EMPUJE ACTIVO)

Este valor minorado del empuje del terreno es el que actúa sobre la estructura de contención A-A'

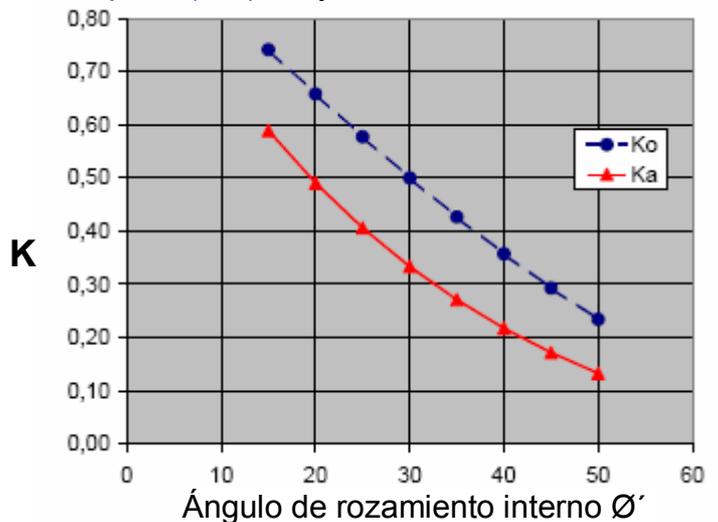


$\sigma'vo = \gamma * z$

$\sigma'ha = K_a * \sigma'vo$

K_a es el coeficiente de empuje activo.

Coeficientes Empuje activo (K_a) Rankine y al reposo (K_o) Jaky.



Tomás Cabrera (U.P.M.)

Empuje pasivo y movimientos del terreno con los empujes

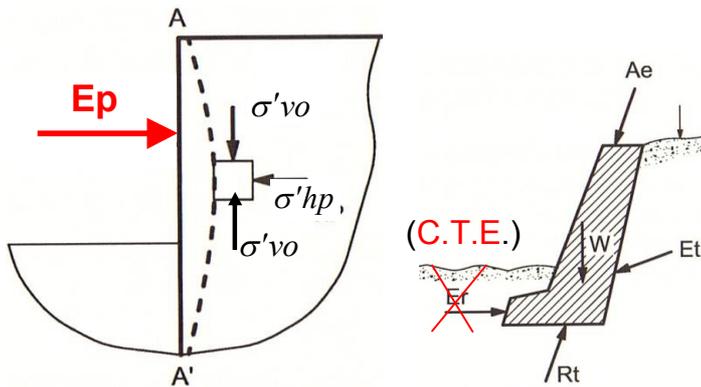
Imaginemos que, por el contrario, la línea A-A' se hubiera desplazado hacia la derecha, es decir, contra el terreno que todavía existe. Entonces aumentan las tensiones horizontales sobre-comprimiendo el terreno que se opone a este movimiento.

También se llegará a un estado de tensiones permanente denominado "σhp".

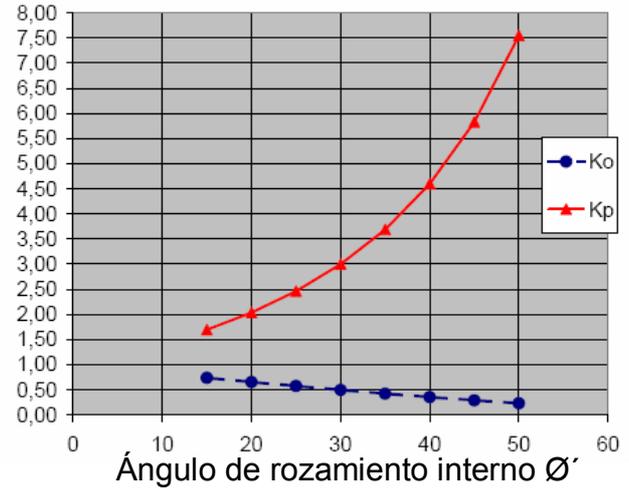
El empuje del terreno en estas condiciones se denomina : **(EMPUJE PASIVO)**

$$\sigma'_{vo} = \gamma * z$$

$$\sigma_{hp} = K_p * \sigma'_{vo}$$



Empuje pasivo (**Kp**) Rankine y al reposo (**Ko**) Jaky.



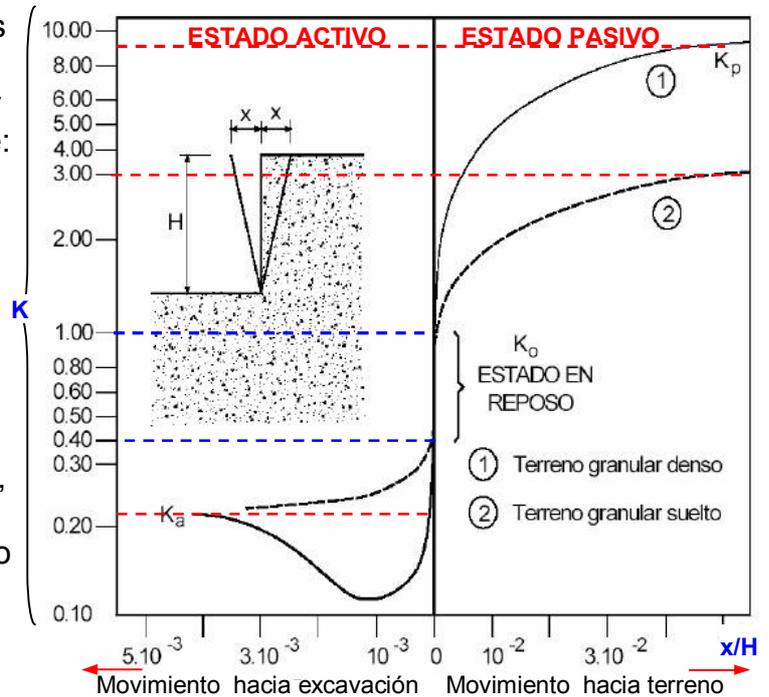
Kp es el coeficiente de empuje pasivo.

La relación entre coeficientes de empuje, verifica. **$K_a \leq K_o \leq K_p$**

Si se analiza la variación de las tensiones horizontales en un punto, en relación a los movimientos que podría experimentar la línea A-A' se obtiene la figura siguiente:

Puede observarse como para pasar del estado de reposo al estado activo es necesario un movimiento mucho más pequeño del terreno que para pasar del estado de reposo al pasivo

Sin embargo para pasar al estado pasivo, se necesita aumentar varias veces la tensión horizontal e inducir un movimiento mucho mayor.



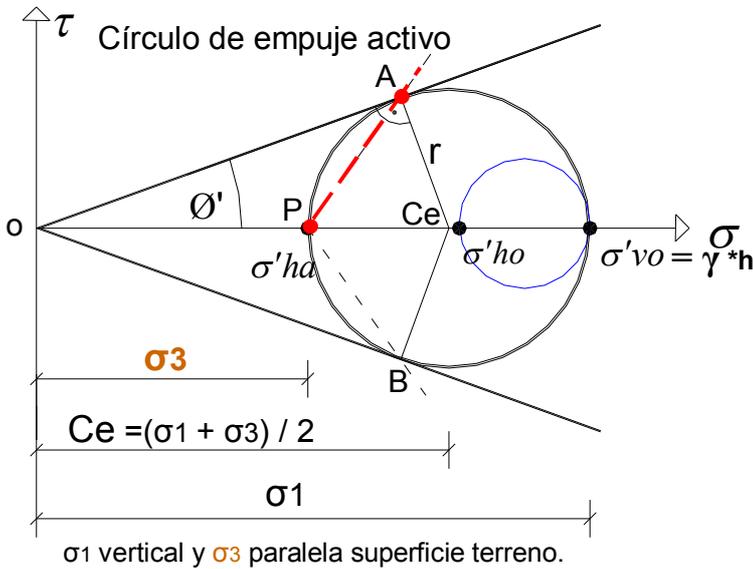
Tipo de suelo	Movimiento: x / H	
	Estado activo	Estado pasivo
Arena densa	0,001	0,02
Arena suelta	0,004	0,06
Acilla dura	0,01	0,02
Arcilla blanda	0,02	0,04

Valores orientativos (CTE) del movimiento horizontal x/H en cabeza de un muro de altura "H" suponiendo que éste gira al nivel de su pie.

Tomás Cabrera (U.P.M.)

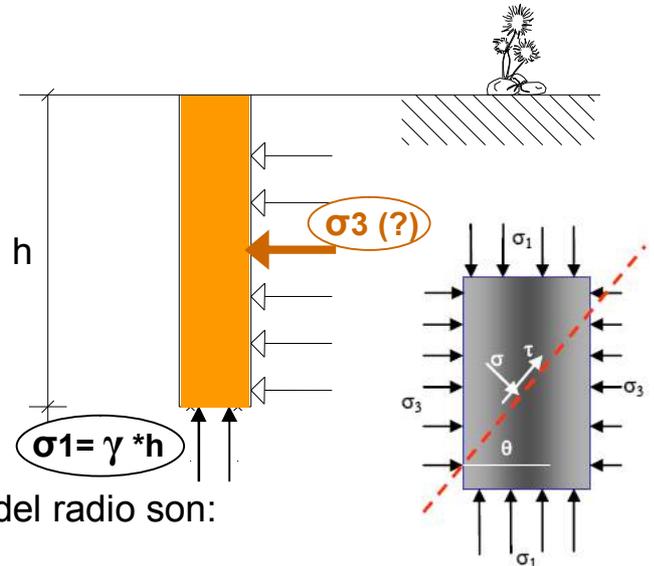
Teoría de Rankine y el círculo de Mohr con terreno horizontal ($\beta=0$)

Rankine en 1857, calculó el coeficiente de empuje activo, sobre un muro de trasdós vertical (sin rozamiento terreno - trasdós del muro), a partir del círculo de Mohr y las rectas de Coulomb para un terreno sin cohesión. Empuje activo: $\sigma_1 > \sigma_3$



$$\sigma'_{vo} = \gamma * h = \sigma_1$$

$$\sigma'_{ha} = K_a * \sigma'_{vo} = K_a * \gamma * h = \sigma_3$$



En el triángulo O-A-Ce , los valores del centro del radio son:

$$C_e = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

$$\sigma_1 = C_e + C_e * \sin \phi'$$

$$C_e = \sigma_1 / (1 + \sin \phi') = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

$$\sigma_1 * [2 / (1 + \sin \phi') - 1] = \sigma_3$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 (1 - \sin \phi') / (1 + \sin \phi')$$

$$r = C_e * \sin \phi' \Rightarrow \sigma_1 = C_e + r$$

$$C_e (1 + \sin \phi') = \sigma_1$$

$$[2 * \sigma_1 / (1 + \sin \phi')] - \sigma_1 = \sigma_3$$

$$\sigma_1 * [2 - 1 - \sin \phi'] / (1 + \sin \phi') = \sigma_3$$

$$\text{Como: } \sigma_1 = \gamma * h$$

Finalmente:



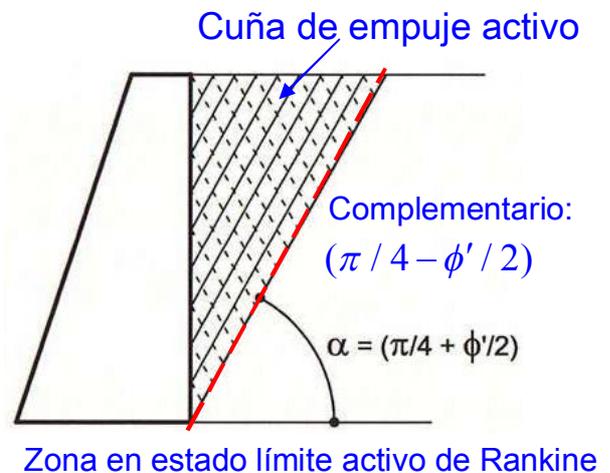
$$\sigma_3 = \gamma * h * \frac{(1 - \sin \phi')}{(1 + \sin \phi')}$$

En trigonometría:

$$\tan^2 (\pi / 4 - \phi' / 2) = \frac{(1 - \sin \phi')}{(1 + \sin \phi')}$$

Que es el coeficiente del empuje activo (K_a)

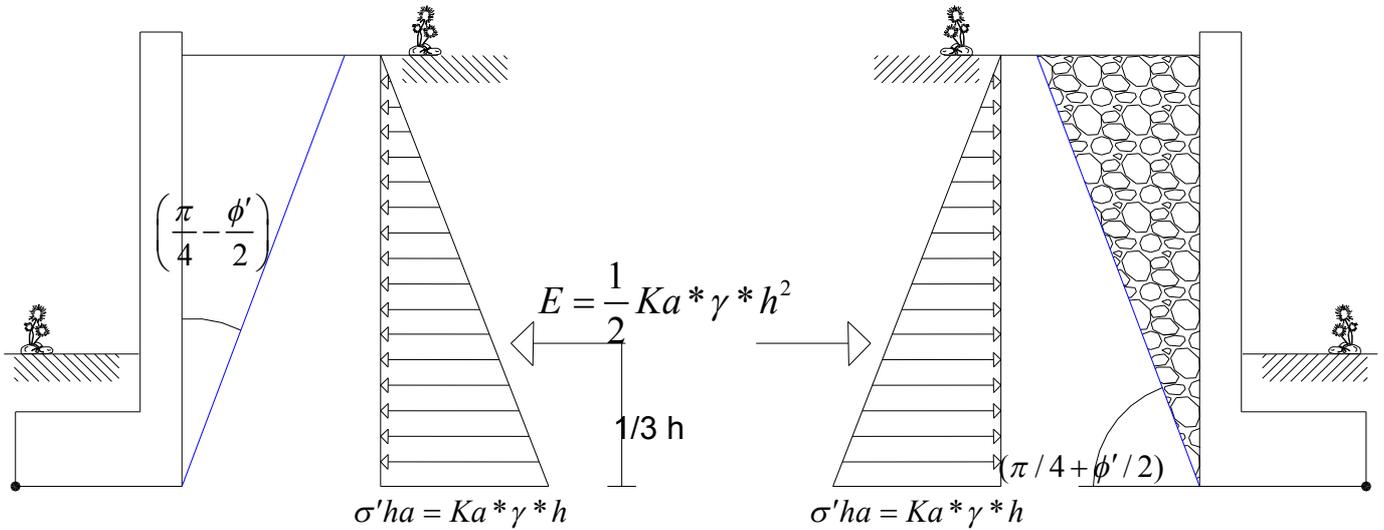
El ángulo $(\pi / 4 - \phi' / 2)$ medido con la vertical es el que corresponde a la cuña de terreno empuje activo. (plano: P-A y P-B en el círculo de Mohr).



Cuña de Rankine y empuje activo con terreno horizontal

En este caso, el empuje unitario (o tensión horizontal) sobre el muro es normal a paramento vertical, es decir, no hay componente tangencial.

Equivale a decir que el rozamiento muro – terreno es nulo: $\delta = 0$



La ley de empujes unitarios tiene una variación lineal creciente con la profundidad al igual que las tensiones verticales.

El empuje total, para un metro de ancho de muro, vale:

$$E = \frac{1}{2} K_a * \gamma * h^2$$

Y el punto de aplicación esta situado a la altura de $1/3 h$.

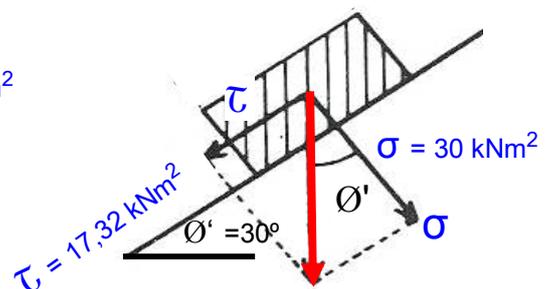
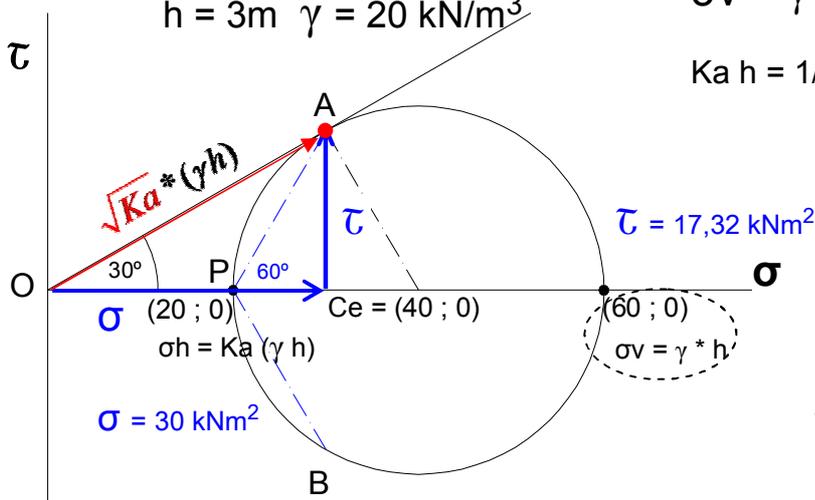
Las líneas, según las cuales se produce el deslizamiento del terreno son las indicadas con trazos desde el polo. P-A y P-B en el círculo de Mohr.

Ejemplo: $\phi' = 30^\circ$ terreno horizontal

$h = 3\text{m}$ $\gamma = 20\text{ kN/m}^3$

$$\sigma_v = \gamma * h = 20 * 3 = 60\text{ kN/m}^2$$

$$K_a h = 1/3 \rightarrow \sigma_h = 1/3 * 60 = 20\text{ kN/m}^2$$



En estas dos líneas, se verifica que la tensión tangencial vale: $\tau = \sigma * \text{tg} \phi'$

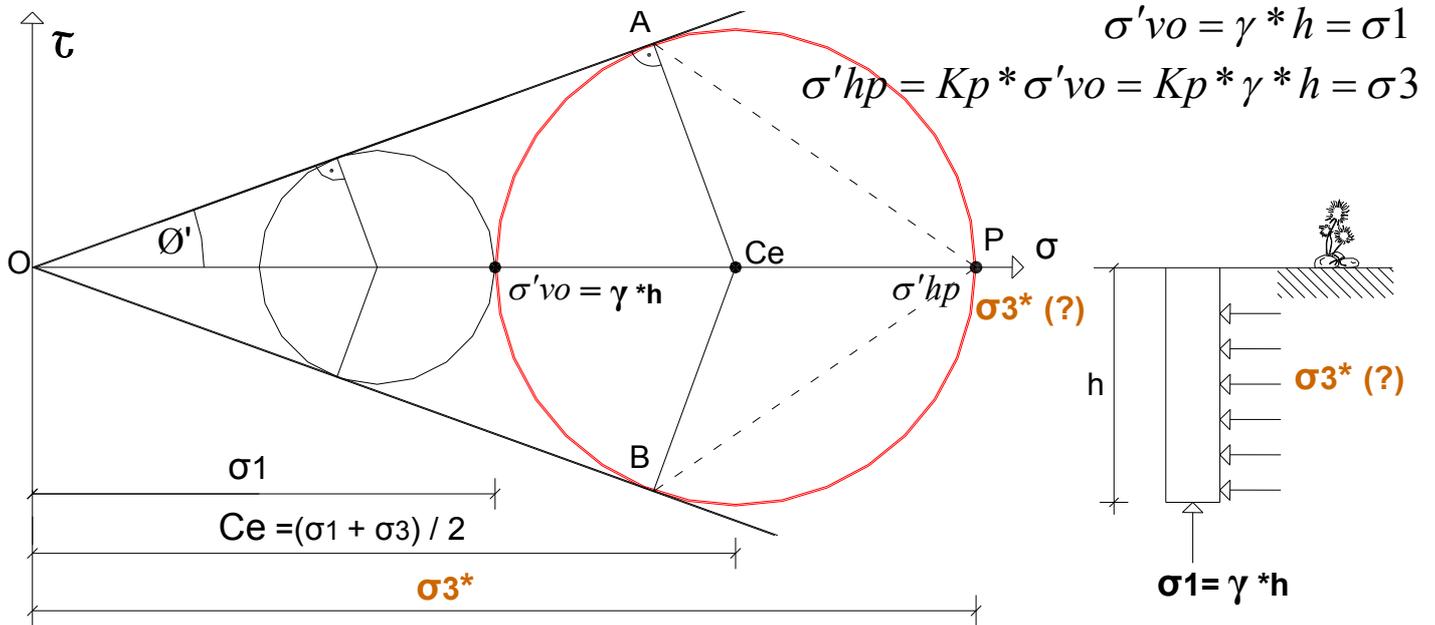
De hecho en la teoría de Rankine se establece, junto al muro, una cuña de terreno en estado plástico o de equilibrio límite definida por una línea que arranca en la base del muro con dicha inclinación.

Esta cuña se conoce como cuña de Rankine

Tomás Cabrera (U.P.M.)

Empuje pasivo y teoría de Rankine con terreno horizontal

Rankine determinó también el coeficiente de empuje pasivo de manera teórica a partir del círculo de Mohr y las rectas de Coulomb, valido para un terreno horizontal si cohesión y un muro intradós vertical. Empuje pasivo: $\sigma_3 > \sigma_1$



En triángulo O-A-Ce) se observa que los valores del entro del radio son:

$$C_e = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

$$r = C_e * \sin \phi' \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 = C_e - r$$

$$\sigma_1 = C_e - C_e * \sin \phi'$$

$$C_e (1 - \sin \phi') = \sigma_1$$

$$\sigma_1 = C_e + C_e * \sin \phi'$$

$$C_e (1 + \sin \phi') = \sigma_1$$

$$C_e = \sigma_1 / (1 - \sin \phi') = (\sigma_1 + \sigma_3^*) / 2$$

$$[2 * \sigma_1 / (1 - \sin \phi')] - \sigma_1 = \sigma_3^*$$

$$\sigma_3^* = \sigma_1 (1 + \sin \phi') / (1 - \sin \phi')$$

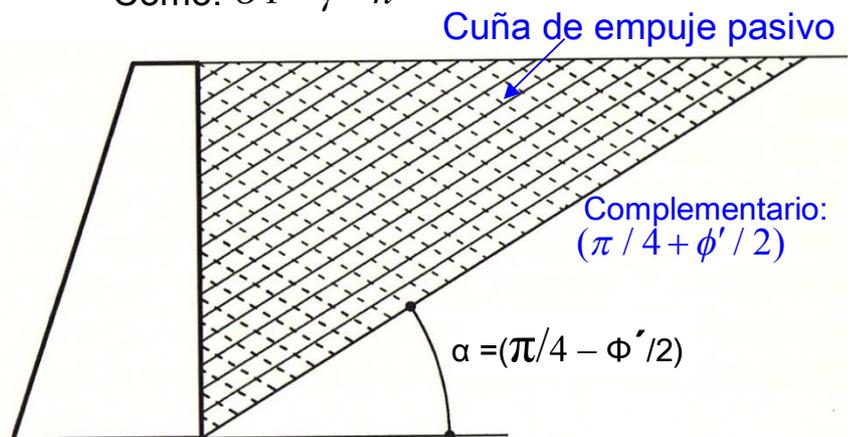
Como: $\sigma_1 = \gamma * h$

Finalmente:

$$\sigma_3^* = \gamma * h * \frac{(1 + \sin \phi')}{(1 - \sin \phi')}$$

En trigonometría:

$$\text{tg}^2(\pi/4 + \phi'/2) = \frac{(1 + \sin \phi')}{(1 - \sin \phi')}$$



Que es el coeficiente del empuje pasivo (K_p)

Zona en estado límite pasivo de Rankine

El ángulo $(\pi/4 + \phi'/2)$ medido con la vertical es el que corresponde a la cuña de terreno de empuje pasivo. (plano: P-A y P-B en el círculo de Mohr).

Teoría de Coulomb y el empuje activo

En 1773 **Coulomb** estudió el empuje activo sobre un muro en el caso de terreno inclinado un ángulo " β ". Trasdós del muro inclinado un ángulo " α " con la horizontal y siendo " δ " ángulo de rozamiento muro – terreno.

Para un terreno de forma cualquiera la mejor solución es el procedimiento gráfico.

Suponiendo una línea de rotura recta, tendrán que estar en equilibrio el peso " P_t " de la cuña de terreno comprendida entre el muro y la línea de rotura, la reacción " E_a " del muro contra el terreno, igual y contraria al empuje activo sobre el muro y la reacción " F " del terreno sobre la cuña, que formará con la normal a la línea de rotura un ángulo igual al de rozamiento interno del terreno " ϕ "

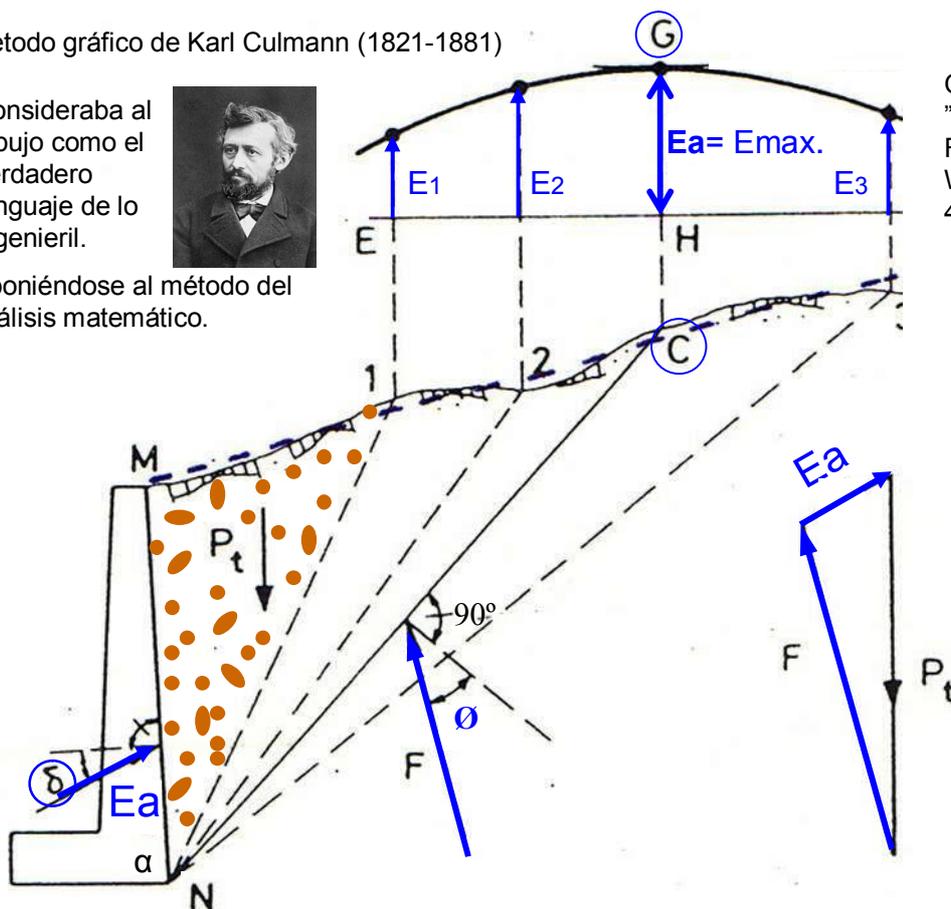
Método gráfico de Karl Culmann (1821-1881)

Consideraba al dibujo como el verdadero lenguaje de lo ingenieril.



Oponiéndose al método del análisis matemático.

Origen de la Geostática. Su obra: "Die graphische Statik" Fue publicada por su alumno Wilhelm Ritter entre 1888 y 1906 en 4 volúmenes



Charles. A. Coulomb
(1736-1806)

El método consiste en proceder por tanteos sucesivos. Elegido un punto "1" como posible origen de una cuña de deslizamiento, se calcula el peso " P_t " de la cuña y en el polígono vectorial de la figura se trazan los vectores " E_a " y " F " de direcciones conocidas.

El cálculo se repite para otros puntos. Tres tanteos suelen ser suficientes para determinar el punto "G" correspondiente a la cuña de empuje máximo o de empuje activo.

La posición de la resultante de las presiones sobre el muro, es decir el punto de aplicación del empuje activo, puede obtenerse con suficiente aproximación trazando por el centro de gravedad de la cuña M-N-C la paralela a N-C hasta corta al trasdós del muro.

Para el caso de un relleno limitado por una línea recta se ha resuelto el problema de forma analítica y se han tabulado los resultados.

Los valores de la componente horizontal " σ_{ah} " y vertical de la presión en un punto del trasdós del muro situado a una profundidad " z " bajo la coronación son:

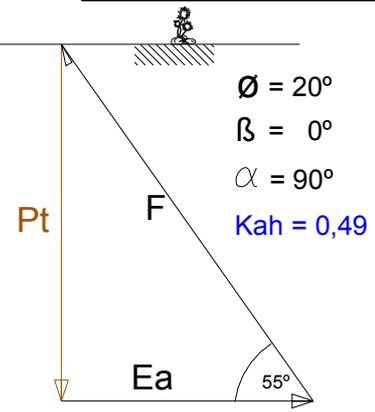
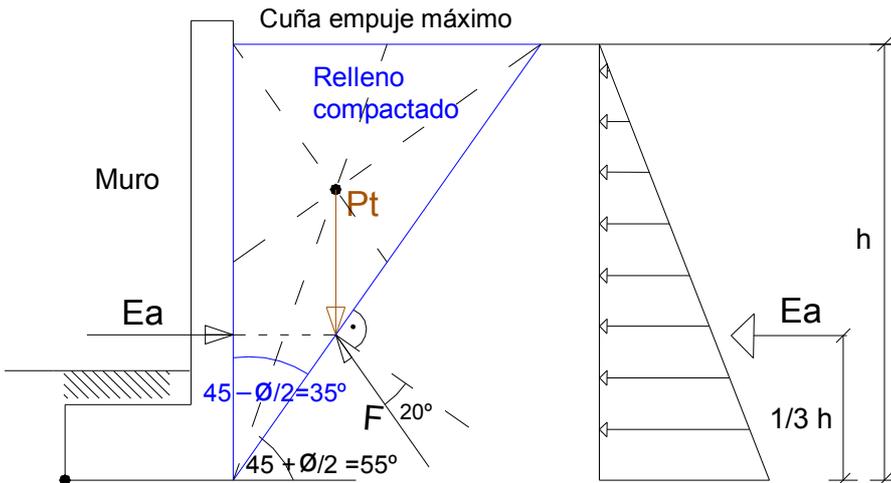
$$\sigma_{ah} = K_{ah} * \gamma * z$$

$$\sigma_{av} = K_{av} * \gamma * z$$

Ejemplo método gráfico Coulomb-Culmann

① $P_t = 1/2 * \gamma * h * 0,7002 h = 0,3501 * \gamma h^2$

Arcilla $\phi = 20^\circ$

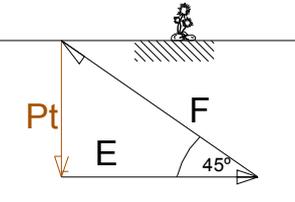
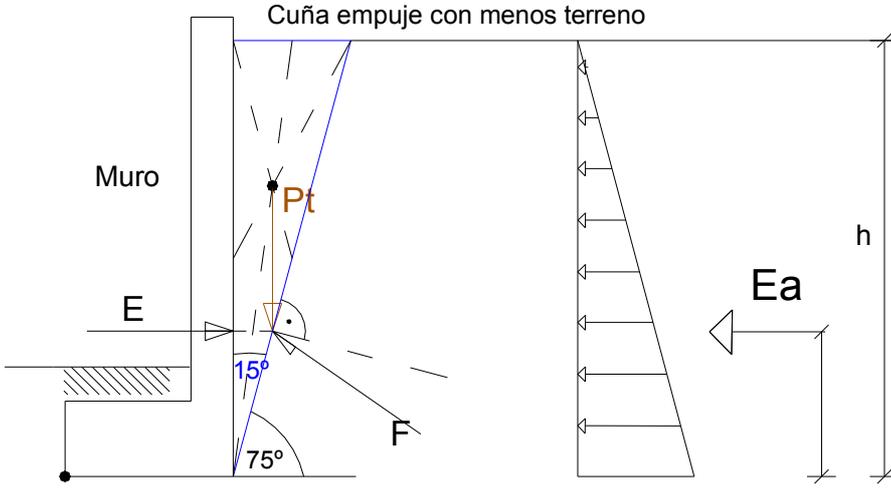


$E_a = 0,245 \gamma h^2$

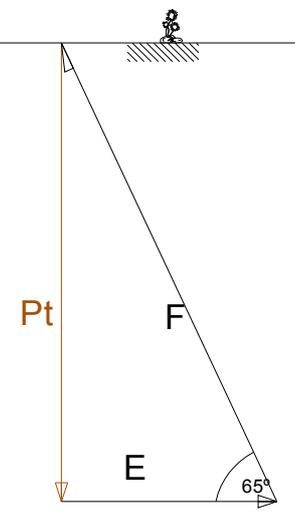
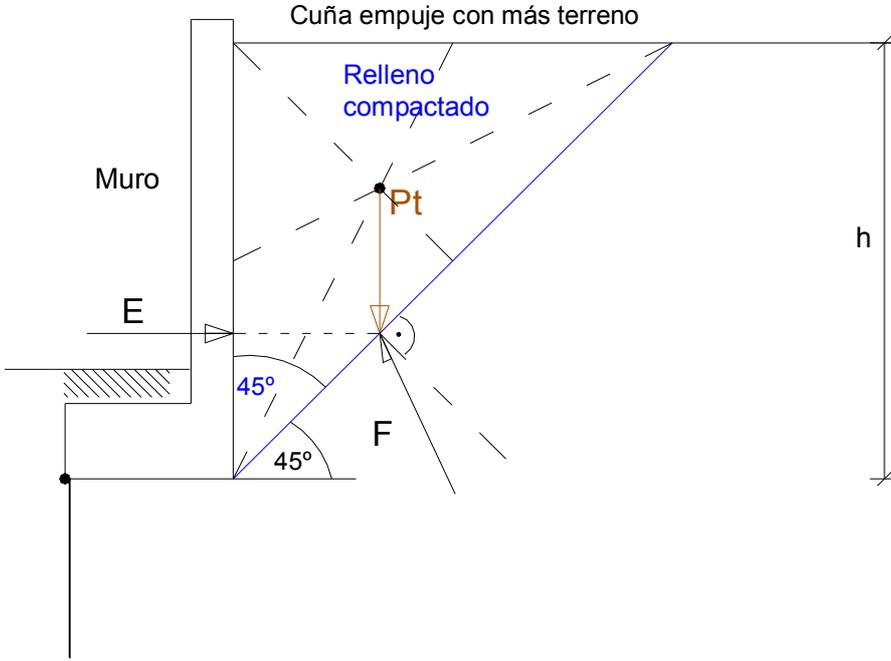
$\sigma h = K_{ah} * \gamma * h = 0,49 * \gamma * h$

$K_{ah} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - 0,342}{1 + 0,342} = 0,49$
Teoría Rankine

② $P_t = 1/2 * \gamma * h * 0,2679 h = 0,1340 * \gamma h^2$

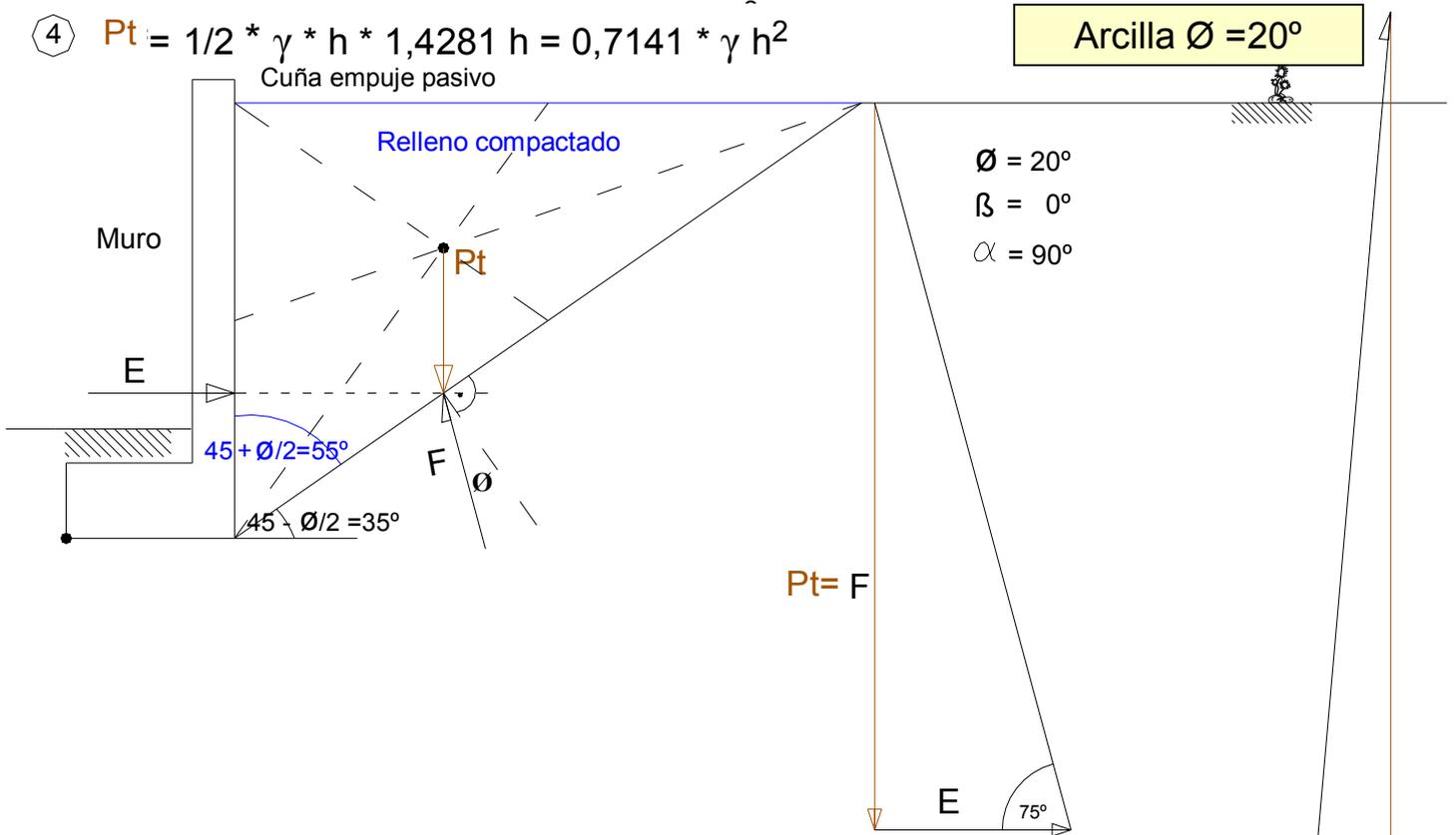


③ $P_t = 1/2 * \gamma * h * h = 1/2 * \gamma h^2$

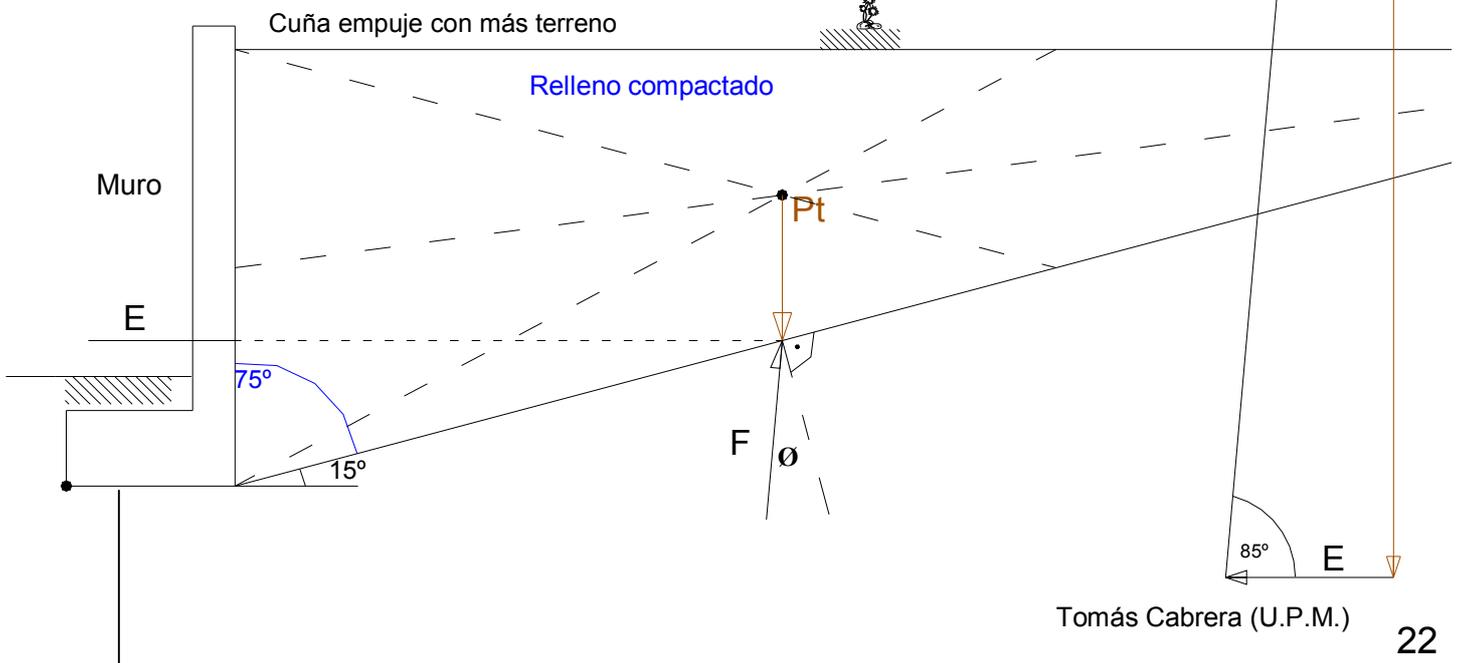


Ejemplo método gráfico Coulomb-Culmann

④ $P_t = 1/2 * \gamma * h * 1,4281 h = 0,7141 * \gamma h^2$
 Cuña empuje pasivo



⑤ $P_t = 1/2 * \gamma * h * 3,7321 h = 1,8660 * \gamma h^2$
 Cuña empuje con más terreno



Capítulo IX. EMPUJES DEL TERRENO.

9.1. Características de los terrenos

El cálculo de los empujes se realizará utilizando los métodos de la Mecánica del Suelo. Las características de cada terreno: peso específico aparente γ , índice de huecos n , ángulo de rozamiento interno φ y cohesión x , se determinarán experimentalmente.

Cuando se juzgue necesario se realizarán los ensayos precisos, que deben ser programados, ejecutados e interpretados por personal especializado que domine as técnicas correspondientes.

En terrenos coherentes debe procederse con gran prudencia al fijar el valor de la cohesión, ya que varía con el grado de humedad del terreno, disminuyendo rápidamente cuando éste pasa de un cierto límite, así como a causa de posibles acciones perturbadoras de los agentes climatológicos. Si no se efectúa determinación directa de las características del terreno, se supondrá cohesión nula en todo caso y se tomarán los valores de la Tabla 9.1.

Tabla 9.1 Características empíricas de los terrenos			
Clase de terreno	Peso específico aparente γ t/m ³	Angulo de rozamiento interno \varnothing Grados	Indice de huecos n %
Terrenos naturales			
Grava y arena compacta	2,0	30°	30
Grava y arena suelta	1,7	30°	40
Arcilla	2,1	20°	—
Rellenos			
Tierra vegetal	1,7	25°	40
Terraplén	1,7	30°	40
Pedraplén	1,8	40°	35

9.2. Rozamiento entre terreno y muro

El ángulo de rozamiento δ entre un terreno y un muro depende principalmente: del ángulo de rozamiento interno del terreno, de su grado de humedad y de la rugosidad del paramento del muro.

El valor de δ puede determinarse experimentalmente o estimarse con las consideraciones siguientes:

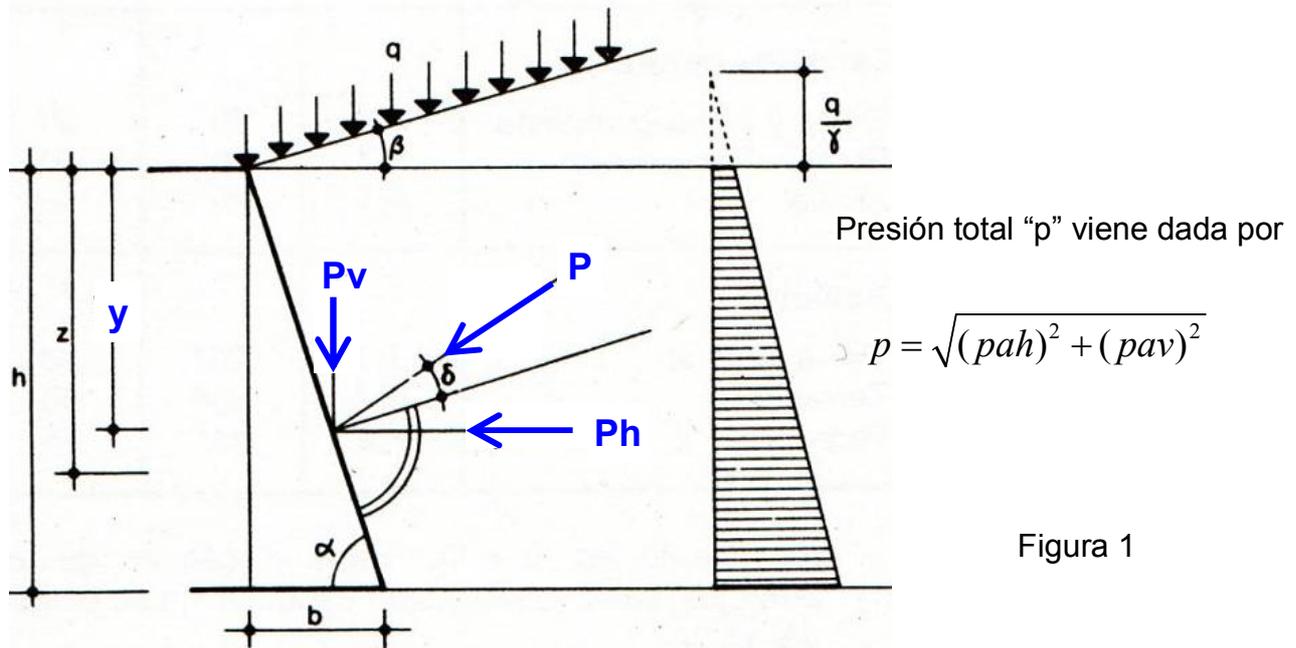
En los casos más desfavorables, como, por ejemplo, en terrenos coherentes, anegados o en muros de superficie muy lisa, se tomará un ángulo de rozamiento: $\delta = 0^\circ$

Con terrenos bien drenados y muros de superficie muy rugosa, el máximo valor posible del ángulo de rozamiento es $\delta = \varnothing$.

Para el cálculo e los empujes, salvo justificación especial, no se pasará del valor: $\delta = 2/3 \varnothing$

9.3. Empuje activo

Para el cálculo de los empujes activos de **terrenos sin cohesión** se recomienda aplicar la teoría de Coulomb, que proporciona valores suficientemente aproximados.



Con muro de trasdós plano (figura 1), que forma un ángulo α con la horizontal, y superficie del terreno plana, formando un talud de ángulo β , sobre la que actúa una carga uniformemente repartida de valor "q" por "m" de proyección.

Las componentes horizontal: p_{ah} y vertical: p_{av} de la presión sobre el muro, a la profundidad z contada a partir de la coronación del muro, tienen las expresiones siguientes:

$$p_{ah} = K_{ah} * (\gamma z + q) \qquad p_{av} = K_{av} * (\gamma z + q)$$

Los coeficientes del empuje activo K_{ah} y K_{av} vienen dados por las expresiones:

$$K_{ah} = \frac{\text{sen}^2(\alpha + \phi)}{\text{sen}^2\alpha \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\phi + \delta) * \text{sen}(\phi - \beta)}{\text{sen}(\alpha - \delta) * \text{sen}(\alpha + \beta)}} \right]^2}$$

$$K_{av} = K_{ah} * \cot(\alpha - \delta)$$

Pudiendo tomarse de la Tabla 9.2.

Como valor β del ángulo de talud de la superficie libre del terreno, respecto a la horizontal, se tomará el más desfavorable de los que sean posibles.

Las componentes horizontal P_H y vertical P_V del empuje total P , por unidad de longitud de muro, tienen por expresiones:

$$P_H = K_{ah} * \left(\gamma \frac{h^2}{2} + qh \right) \qquad P_V = K_{av} * \left(\gamma \frac{h^2}{2} + qh \right)$$

El punto de aplicación del empuje P se encuentra a una profundidad y desde la coronación del muro dada por la expresión:

$$y = h \frac{2\gamma h + 3q}{3\gamma h + 6q}$$

Tabla 9.2 Coeficientes de empuje activo (1)

Angulo de rozamiento interno del terreno θ	Angulo de rozamiento de terreno y muro δ	Angulo del talud del terreno β	Coeficiente Kah del empuje activo horizontal siendo la inclinación del muro: $b/h = \text{ctg } \alpha =$						Coeficiente Kav del empuje activo horizontal siendo la inclinación del muro: $b/h = \text{ctg } \alpha =$					
			0,8	0,6	0,4	0,2	0	-0,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
			51°	59°	68°	79°	90°	101°						
20°	0°	0°	0,71	0,67	0,62	0,56	0,49	0,42	0,57	0,40	0,25	0,11	0,00	-0,08
		5°	0,78	0,73	0,67	0,60	0,52	0,44	0,62	0,44	0,27	0,12	0,00	-0,09
		10°	0,88	0,81	0,74	0,65	0,57	0,48	0,70	0,49	0,29	0,13	0,00	-0,10
		15°	1,01	0,92	0,83	0,74	0,64	0,54	0,81	0,55	0,33	0,15	0,00	-0,11
		20°	1,47	1,31	1,16	1,02	0,88	0,76	1,18	0,79	0,46	0,20	0,00	-0,15
	$\frac{\varphi}{3}$	0°	0,63	0,60	0,56	0,51	0,45	0,39	0,64	0,46	0,28	0,16	0,05	-0,03
		5°	0,70	0,66	0,62	0,56	0,48	0,42	0,71	0,51	0,31	0,18	0,06	-0,03
		10°	0,80	0,75	0,68	0,61	0,54	0,46	0,81	0,58	0,34	0,20	0,06	-0,04
		15°	0,95	0,87	0,79	0,70	0,61	0,52	0,96	0,67	0,39	0,23	0,07	-0,04
		20°	1,47	1,21	1,16	1,02	0,88	0,76	1,49	1,01	0,58	0,33	0,10	-0,06
	$\frac{2\varphi}{3}$	0°	0,56	0,54	0,52	0,48	0,42	0,37	0,72	0,53	0,36	0,22	0,10	0,01
		5°	0,63	0,61	0,57	0,52	0,46	0,40	0,81	0,60	0,40	0,24	0,11	0,01
		10°	0,73	0,69	0,64	0,58	0,51	0,44	0,93	0,67	0,45	0,27	0,12	0,02
		15°	0,88	0,82	0,75	0,67	0,59	0,50	1,13	0,81	0,53	0,31	0,14	0,02
		20°	1,47	1,31	1,16	1,02	0,88	0,76	1,88	1,28	0,82	0,47	0,21	0,03
	$\varphi = 20^\circ$	0°	0,49	0,49	0,47	0,44	0,40	0,35	0,80	0,60	0,42	0,27	0,15	0,05
5°		0,56	0,55	0,53	0,48	0,44	0,38	0,92	0,69	0,47	0,29	0,16	0,06	
10°		0,66	0,64	0,60	0,55	0,49	0,42	1,08	0,78	0,54	0,33	0,18	0,06	
15°		0,82	0,77	0,71	0,64	0,57	0,48	1,35	1,01	0,69	0,39	0,21	0,07	
20°		1,47	1,31	1,16	1,02	0,88	0,76	2,42	1,62	1,04	0,60	0,32	0,12	
25°	0°	0°	0,65	0,60	0,55	0,48	0,41	0,33	0,52	0,36	0,22	0,10	0,00	-0,07
		10°	0,79	0,72	0,64	0,55	0,46	0,37	0,63	0,43	0,26	0,11	0,00	-0,07
		15°	0,89	0,80	0,70	0,60	0,50	0,41	0,71	0,48	0,28	0,12	0,00	-0,08
		20°	1,03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46	0,82	0,55	0,32	0,14	0,00	-0,09
		25°	1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	1,24	0,81	0,46	0,20	0,00	-0,14
	$\frac{\varphi}{3}$	0°	0,56	0,53	0,49	0,44	0,37	0,30	0,60	0,43	0,28	0,16	0,05	-0,02
		10°	0,70	0,65	0,58	0,51	0,43	0,34	0,75	0,53	0,34	0,18	0,06	-0,02
		15°	0,80	0,73	0,65	0,56	0,47	0,38	0,86	0,60	0,38	0,20	0,07	-0,02
		20°	0,96	0,86	0,76	0,65	0,55	0,44	1,03	0,70	0,44	0,23	0,08	-0,02
		25°	1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	1,66	1,10	0,67	0,35	0,12	-0,03
	$\frac{2\varphi}{3}$	0°	0,48	0,47	0,44	0,40	0,35	0,29	0,69	0,51	0,35	0,21	0,10	0,03
		10°	0,61	0,58	0,53	0,47	0,40	0,33	0,88	0,64	0,42	0,25	0,12	0,03
		15°	0,72	0,67	0,60	0,53	0,45	0,37	1,04	0,73	0,48	0,28	0,14	0,03
		20°	0,88	0,80	0,71	0,62	0,52	0,42	1,27	0,88	0,56	0,33	0,16	0,04
		25°	1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	2,24	1,47	0,92	0,52	0,25	0,06
	$\varphi = 25^\circ$	0°	0,40	0,41	0,39	0,37	0,32	0,27	0,81	0,60	0,42	0,27	0,15	0,07
10°		0,53	0,52	0,48	0,44	0,38	0,31	1,07	0,77	0,51	0,32	0,18	0,07	
15°		0,63	0,60	0,56	0,50	0,43	0,35	1,27	0,89	0,60	0,37	0,20	0,08	
20°		0,79	0,74	0,67	0,59	0,50	0,41	1,60	1,10	0,71	0,43	0,23	0,10	
25°		1,55	1,35	1,16	0,98	0,82	0,68	3,13	1,99	1,23	0,72	0,38	0,17	
30°	0°	0°	0,60	0,54	0,48	0,41	0,33	0,26	0,48	0,33	0,19	0,08	0,00	-0,05
		10°	0,71	0,64	0,55	0,46	0,37	0,28	0,57	0,38	0,22	0,09	0,00	-0,06
		20°	0,89	0,78	0,67	0,55	0,44	0,33	0,71	0,47	0,27	0,11	0,00	-0,07
		25°	1,04	0,90	0,77	0,63	0,50	0,38	0,83	0,54	0,31	0,13	0,00	-0,08
		30°	1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	1,28	0,82	0,45	0,19	0,00	-0,12
	$\frac{\varphi}{3}$	0°	0,50	0,47	0,42	0,37	0,30	0,24	0,57	0,41	0,26	0,14	0,05	-0,01
		10°	0,61	0,56	0,50	0,42	0,34	0,27	0,69	0,49	0,31	0,16	0,06	-0,01
		20°	0,79	0,71	0,61	0,51	0,41	0,32	0,90	0,62	0,38	0,20	0,07	-0,01
		25°	0,95	0,84	0,72	0,60	0,48	0,37	1,08	0,73	0,45	0,23	0,08	-0,01
		30°	1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	0,82	1,18	0,71	0,36	0,13	-0,01
	$\frac{2\varphi}{3}$	0°	0,41	0,40	0,37	0,33	0,28	0,22	0,68	0,49	0,33	0,20	0,10	0,03
		10°	0,52	0,49	0,44	0,39	0,32	0,25	0,85	0,60	0,39	0,24	0,12	0,04
		20°	0,69	0,63	0,56	0,48	0,39	0,30	1,13	0,78	0,50	0,29	0,14	0,05
		25°	0,86	0,77	0,67	0,57	0,46	0,35	1,41	0,96	0,60	0,35	0,17	0,05
		30°	1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	2,63	1,68	1,02	0,57	0,27	0,09
	$\varphi = 30^\circ$	0°	0,32	0,33	0,33	0,30	0,26	0,21	0,82	0,60	0,41	0,26	0,15	0,07
10°		0,42	0,42	0,39	0,35	0,30	0,24	1,07	0,76	0,50	0,31	0,17	0,08	
20°		0,58	0,56	0,51	0,44	0,37	0,29	1,48	1,01	0,65	0,39	0,21	0,10	
25°		0,75	0,70	0,62	0,53	0,44	0,34	1,92	1,26	0,79	0,47	0,25	0,12	
30°		1,60	1,36	1,14	0,93	0,75	0,59	4,10	2,45	1,44	0,82	0,43	0,20	

Tabla 9.2 Coeficientes de empuje activo (2)

Angulo de rozamiento interno del terreno θ	Angulo de rozamiento de terreno y muro δ	Angulo del talud del terreno β	Coeficiente K_{ah} del empuje activo horizontal siendo la inclinación del muro: $b/h = \text{ctg } \alpha =$						Coeficiente K_{av} del empuje activo horizontal siendo la inclinación del muro: $b/h = \text{ctg } \alpha$					
			0,8	0,6	0,4	0,2	0	0,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0	0,2
			35°	0°	0°	0,54	0,49	0,42	0,35	0,27	0,20	0,43	0,29	0,17
15°	0,70	0,61			0,51	0,42	0,32	0,23	0,56	0,37	0,20	0,08	0,00	-0,05
25°	0,88	0,75			0,62	0,50	0,38	0,27	0,70	0,45	0,25	0,10	0,00	-0,05
30°	1,04	0,88			0,72	0,57	0,44	0,31	0,83	0,53	0,29	0,11	0,00	-0,06
35°	1,63	1,35			1,10	0,87	0,67	0,50	1,31	0,81	0,44	0,17	0,00	-0,10
11° 40'	0°	0,44		0,41	0,37	0,31	0,25	0,18	0,53	0,38	0,24	0,13	0,05	0,00
	15°	0,60		0,53	0,46	0,38	0,29	0,21	0,72	0,49	0,30	0,16	0,06	0,00
	25°	0,77		0,67	0,57	0,46	0,35	0,25	0,93	0,62	0,38	0,19	0,07	0,00
	30°	0,94		0,81	0,67	0,54	0,41	0,30	1,13	0,75	0,44	0,23	0,08	0,00
	35°	1,63		1,35	1,10	0,87	0,67	0,50	1,96	1,24	0,73	0,37	0,14	0,00
23° 20'	0°	0,35		0,34	0,32	0,28	0,22	0,17	0,81	0,47	0,32	0,19	0,10	0,04
	15°	0,49		0,46	0,41	0,34	0,27	0,20	0,92	0,64	0,41	0,23	0,12	0,04
	25°	0,66	0,60	0,52	0,43	0,33	0,24	1,24	0,83	0,52	0,30	0,14	0,05	
	30°	0,83	0,73	0,62	0,51	0,39	0,29	1,56	1,02	0,62	0,35	0,17	0,06	
	35°	1,63	1,35	1,10	0,87	0,67	0,50	3,07	1,88	1,10	0,60	0,29	0,11	
35°	0°	0,25	0,27	0,27	0,24	0,21	0,16	0,85	0,60	0,41	0,26	0,14	0,07	
	15°	0,36	0,37	0,35	0,31	0,25	0,19	1,23	0,83	0,53	0,30	0,17	0,08	
	25°	0,52	0,51	0,46	0,39	0,31	0,23	1,77	1,14	0,70	0,37	0,22	0,10	
	30°	0,69	0,64	0,57	0,48	0,37	0,27	2,35	1,43	0,87	0,46	0,26	0,12	
	35°	1,63	1,35	1,10	0,87	0,67	0,50	5,57	3,03	1,68	0,91	0,47	0,22	
40°	0°	0°	0,49	0,44	0,37	0,29	0,22	0,15	0,39	0,26	0,15	0,06	0,00	-0,03
		15°	0,63	0,53	0,44	0,34	0,25	0,17	0,50	0,32	0,18	0,07	0,00	-0,03
		25°	0,76	0,64	0,52	0,40	0,29	0,19	0,61	0,38	0,21	0,08	0,00	-0,04
		35°	1,02	0,84	0,67	0,51	0,37	0,24	0,82	0,50	0,27	0,10	0,00	-0,05
		40°	1,64	1,32	1,05	0,80	0,59	0,41	1,31	0,79	0,42	0,16	0,00	-0,08
	13° 20'	0°	0,40	0,36	0,31	0,26	0,20	0,14	0,51	0,35	0,22	0,12	0,05	0,00
		15°	0,52	0,46	0,39	0,31	0,23	0,16	0,66	0,45	0,27	0,14	0,05	0,01
		25°	0,65	0,56	0,46	0,36	0,27	0,18	0,83	0,55	0,32	0,16	0,06	0,01
		35°	0,92	0,77	0,62	0,48	0,35	0,23	1,18	0,76	0,44	0,22	0,08	0,01
		40°	1,64	1,32	1,05	0,80	0,59	0,41	2,10	1,30	0,74	0,37	0,14	0,01
	26° 40'	0°	0,30	0,29	0,27	0,23	0,18	0,13	0,65	0,46	0,30	0,18	0,09	0,04
		15°	0,41	0,38	0,33	0,28	0,21	0,15	0,89	0,60	0,37	0,22	0,10	0,04
25°		0,52	0,48	0,41	0,33	0,25	0,17	1,13	0,76	0,46	0,26	0,12	0,05	
35°		0,79	0,69	0,58	0,45	0,33	0,22	1,72	1,09	0,65	0,35	0,17	0,06	
40°		1,64	1,32	1,05	0,80	0,59	0,41	3,57	2,08	1,19	0,62	0,30	0,11	
40°	0°	0,18	0,21	0,22	0,20	0,16	0,12	0,89	0,61	0,40	0,25	0,14	0,07	
	15°	0,26	0,29	0,28	0,24	0,19	0,14	1,30	0,84	0,52	0,30	0,16	0,08	
	25°	0,35	0,37	0,35	0,29	0,23	0,16	1,74	1,07	0,65	0,36	0,19	0,09	
	35°	0,59	0,58	0,51	0,42	0,31	0,21	2,94	1,68	0,95	0,52	0,26	0,11	
	40°	1,64	1,32	1,05	0,80	0,59	0,41	8,17	3,83	1,95	1,00	0,49	0,22	
45°	0°	0°	0,45	0,38	0,32	0,24	0,17	0,11	0,36	0,23	0,13	0,05	0,00	-0,02
		15°	0,56	0,47	0,37	0,28	0,19	0,12	0,45	0,28	0,15	0,06	0,00	-0,02
		30°	0,73	0,60	0,47	0,34	0,23	0,14	0,58	0,36	0,19	0,07	0,00	-0,03
		40°	0,99	0,79	0,61	0,45	0,30	0,18	0,79	0,47	0,24	0,09	0,00	-0,04
		45°	1,62	1,28	0,98	0,72	0,50	0,32	1,30	0,77	0,39	0,14	0,00	-0,06
	15°	0°	0,35	0,32	0,27	0,21	0,14	0,10	0,48	0,33	0,20	0,10	0,04	0,01
		15°	0,45	0,39	0,32	0,25	0,18	0,11	0,61	0,40	0,24	0,12	0,05	0,01
		30°	0,55	0,52	0,42	0,31	0,22	0,13	0,75	0,54	0,31	0,15	0,06	0,01
		40°	0,88	0,72	0,57	0,42	0,29	0,17	1,20	0,74	0,43	0,21	0,08	0,01
		45°	1,62	1,28	0,98	0,72	0,50	0,32	2,20	1,32	0,73	0,36	0,13	0,02
	30°	0°	0,25	0,25	0,22	0,19	0,14	0,09	0,64	0,44	0,28	0,16	0,08	0,03
		15°	0,33	0,31	0,27	0,22	0,16	0,10	0,84	0,56	0,34	0,19	0,09	0,03
30°		0,48	0,43	0,36	0,28	0,20	0,13	1,23	0,77	0,46	0,25	0,11	0,04	
40°		0,74	0,64	0,52	0,39	0,27	0,17	1,89	1,15	0,66	0,34	0,16	0,06	
45°		1,62	1,28	0,98	0,72	0,50	0,32	4,15	2,31	1,25	0,63	0,29	0,11	
45°	0°	0,11	0,16	0,17	0,16	0,13	0,09	0,97	0,63	0,40	0,24	0,13	0,06	
	15°	0,16	0,21	0,22	0,19	0,15	0,10	1,44	0,84	0,51	0,28	0,15	0,07	
	30°	0,25	0,31	0,30	0,25	0,18	0,12	2,25	1,24	0,70	0,37	0,18	0,08	
	40°	0,45	0,50	0,45	0,35	0,25	0,16	4,05	2,00	1,05	0,52	0,25	0,11	
	45°	1,62	1,28	0,98	0,72	0,50	0,32	14,60	5,12	2,29	1,08	0,50	0,21	

Ejemplo n° 1 empuje activo de terrenos ARENOSOS

¿ Empuje terreno sobre una superficie vertical de muro contención ?

Muro de cerramiento de longitud: $L = 8 \text{ m.}$ y altura $H = 4 \text{ m.} + 0,70 \text{ cimentación.}$

Muro encofrado a dos caras

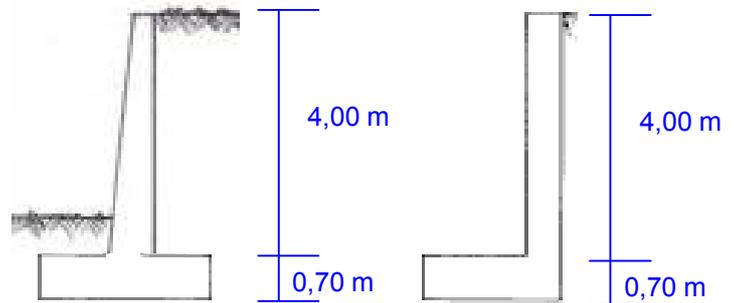
Terreno sin talud $\beta = 0^\circ$

Arena compacta:

Ángulo de rozamiento interno, $\phi = 30^\circ$

Peso específico, $\gamma = 20 \text{ kN /m}^3$

NBE- AE 88 (Tabla 9.2): $K_a = 0,33$ (teoría de Coulomb para empuje activo)



Formula de Rankine:
$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \sin 30}{1 + \sin 30} = \frac{1 - 0,5}{1 + 0,5} = \frac{0,5}{1,5} = 0,33$$

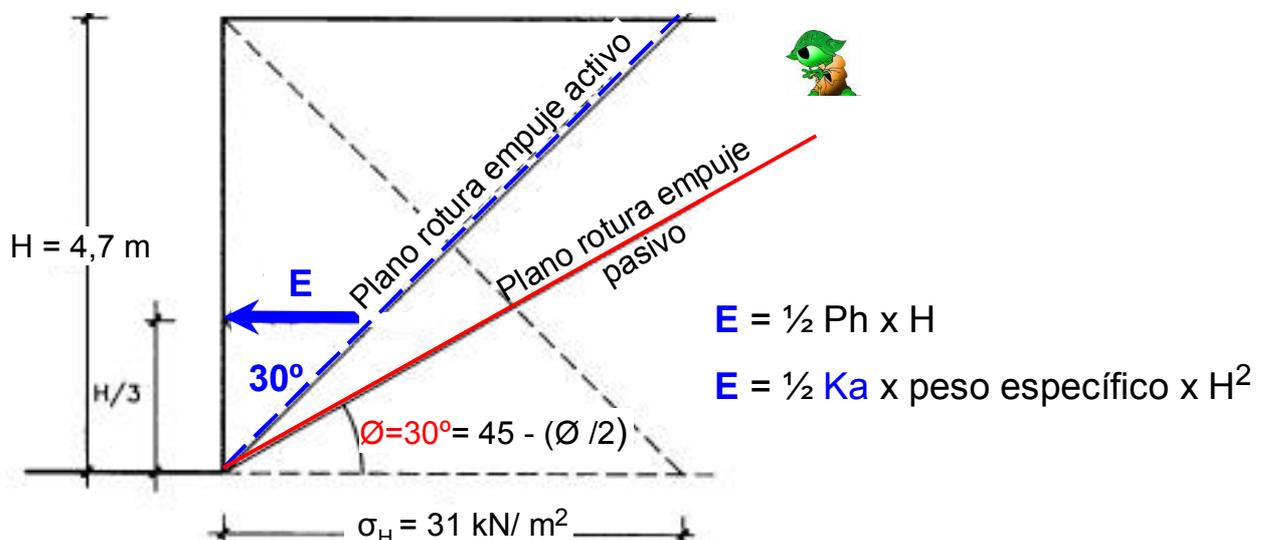
Presión (σ_v) a la profundidad de 4,70 m: $20 \times 4,7 = 94 \text{ kN/m}^2$

Presión (σ_H) a la profundidad de 4,70 m:

$K_a \times (\text{peso específico} \times \text{altura}) = 0,33 \times (20 \times 4,7) = 31,02 \text{ kN/m}^2$

Empuje por metro lineal de muro: $E = \frac{1}{2} (31,02) \times 4,7 \times 1 = 72,90 \text{ kN/m}$

Empuje total muro de 8 m, $E_t = 72,9 \times 8,0 = 583,18 \text{ kN}$



El empuje al reposo se utiliza en el cálculo de muros de sótano.

