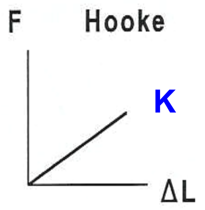
Tensiones de tracción (rigidez y módulo de Young)

El primero en estudiar en profundidad el fenómeno de la tracción:
R. HOOKE (1635-1703), científico inglés, fue el primero que tuvo la idea de que los sólidos no son del todo sólidos, es decir, indeformables sino que reaccionan ante las fuerzas que se les aplican.

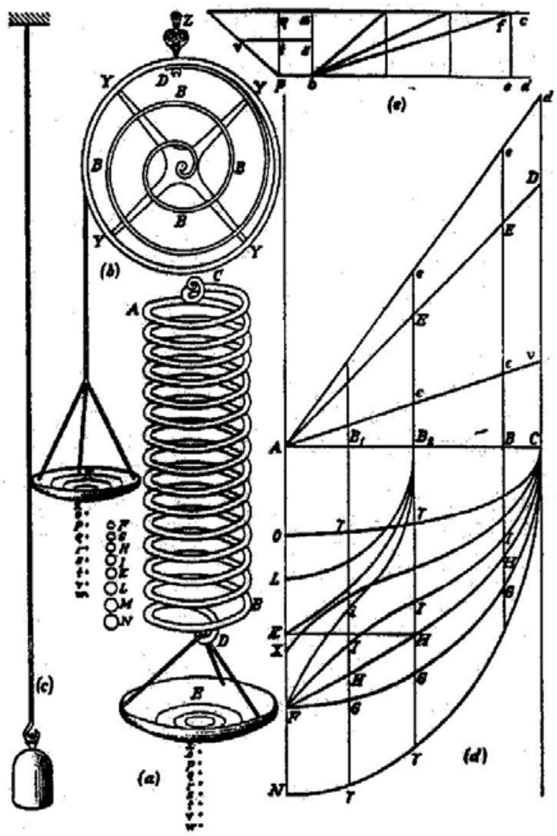
"Cual es el alargamiento tal es la fuerza"

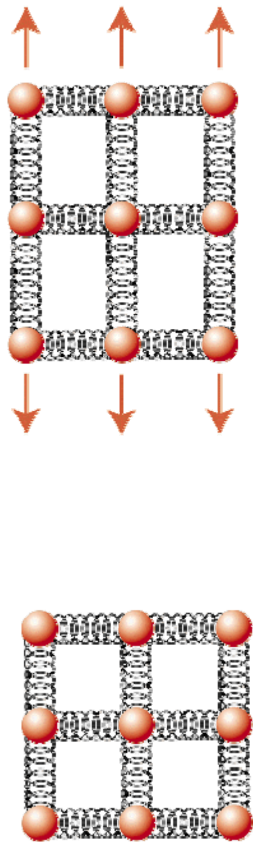
"Ut tensio sic vis" "**ceiiinosssttuv**",

$$\sigma_{medio} = \frac{F}{A}$$

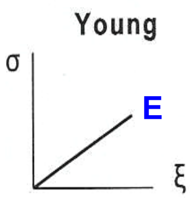


$F = K * \Delta L$



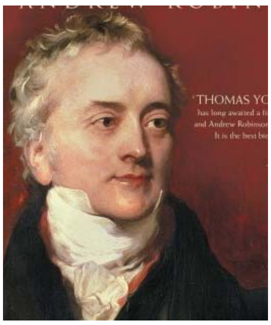


T. YOUNG (1773-1829), científico inglés, aportó la forma "moderna" a la Ley de HOOKE.
En lugar de las magnitudes absolutas (fuerza y alargamiento) introduce las relativas (tensión y deformación) y entonces el factor de proporcionalidad, **módulo de YOUNG**, es la constante elástica del material."**E**"



$F/A = \sigma$ y $\Delta L/L = \xi$

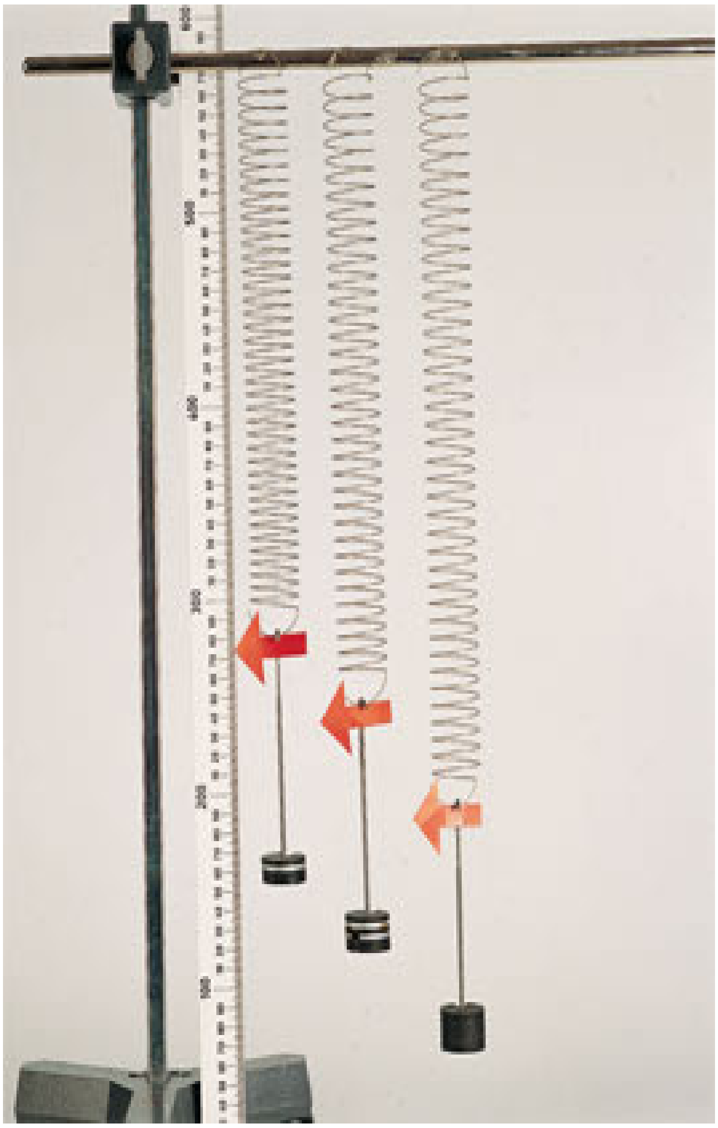
$\boxed{\sigma = E * \xi}$



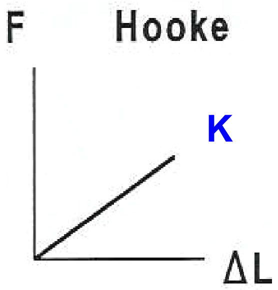
$$F = K * \Delta L = \frac{E * A}{L} * \Delta L \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} = E * \frac{\Delta L}{L} \quad \Rightarrow \quad \sigma = E * \xi$$

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ley de Hooke (rigidez axil)



Axil puro

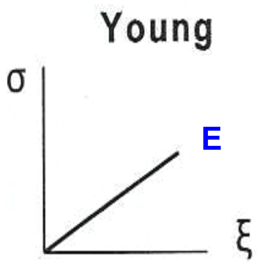


F = K * ΔL

$$F = \boxed{K} * \Delta L = \boxed{\frac{E*A}{L}} * \Delta L$$

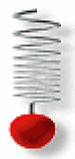
K = Rigidez axil de la barra o muelle

Es una maquinita, que en el denominador tiene la longitud de la barra y en el numerador el producto del Módulo de elasticidad correspondiente a las tensiones que se esté estudiando, por una propiedad de la sección recta de la barra, que hace funcionar dimensionalmente la ecuación de rigidez.



F/ A = σ y ΔL/L = ξ

$$\boxed{\sigma = E * \xi}$$



$$F = \frac{E*A}{L} * \Delta L \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} = E * \frac{\Delta L}{L} \quad \Rightarrow \quad \sigma = E * \xi$$

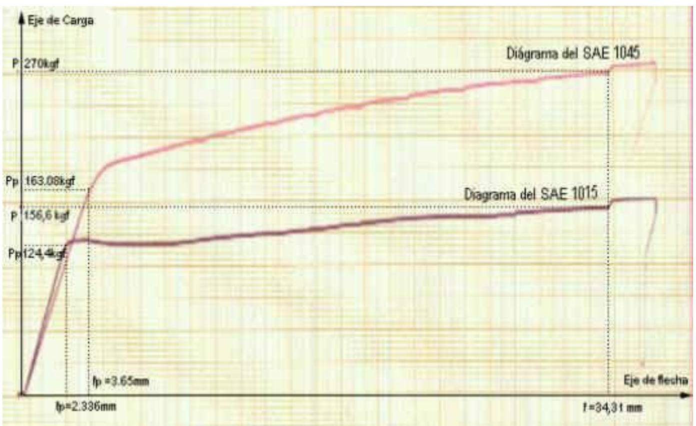
$$E = Módulo \;\; de \;\; Young \;\; o \;\; módulo \;\; de \;\; elasticidad \;\; longitudinal$$

Para un acero

$$\sigma = 2000 Kp/cm^2 \qquad E = 2*10^6 kp/cm^2 \Rightarrow \quad \xi = \frac{1}{1000}$$

$$para \;\; un \;\; pilar \;\; normal \qquad (L \le 5m)$$

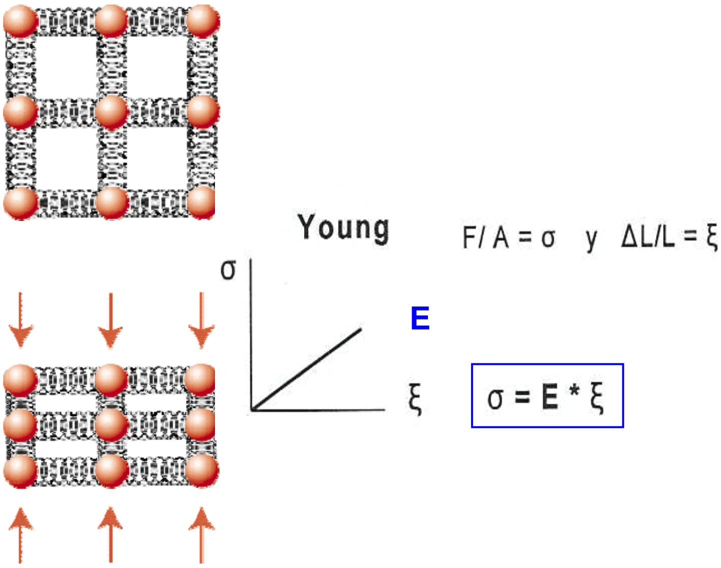
$$2000 = \frac{1}{1000} 2*10^6 \qquad \Rightarrow \Delta L = L * \xi = 500 \frac{1}{1000} = 0{,}5cm$$



Tensiones de compresión y esbelted

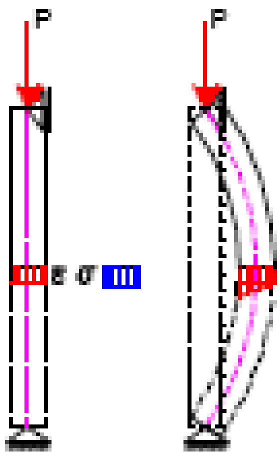
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Estructuras no esbeltas: es válida la Ley de Hooke.



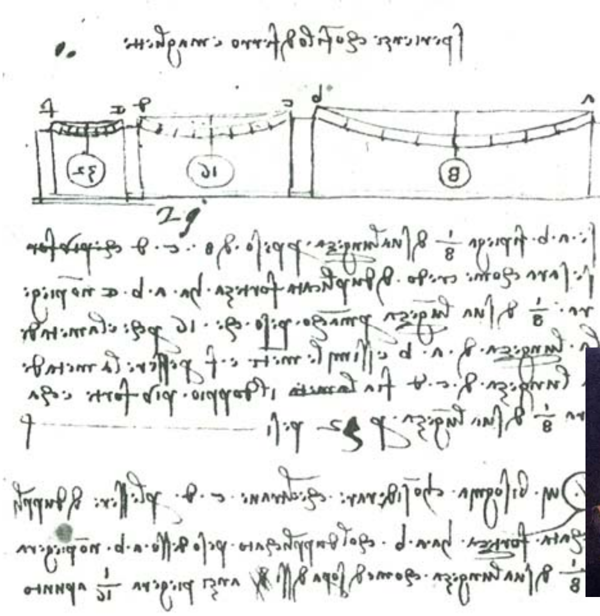
Esbeltez “geométrica” = Cociente entre la longitud de una pieza y la menor dimensión de su sección recta. En una probeta de hormigón es la relación entre su altura (30 cm.)y su diámetro (15 cm.)

Pandeo por compresión

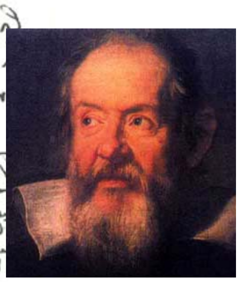


Estructuras esbeltas: NO es válida la Ley de Hooke.

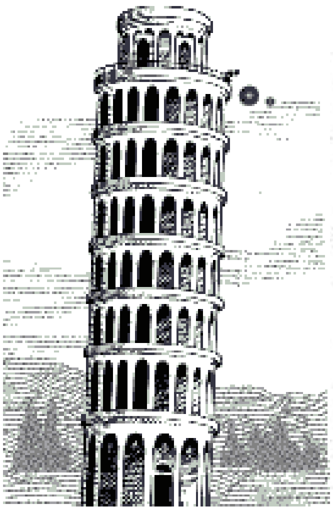
Tensiones en flexión

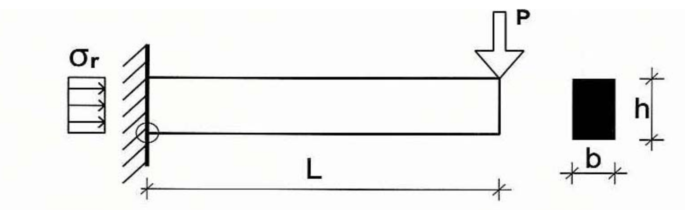


Leonardo de Vinci (1452 -1519). Con él da comienzo el período experimental del desarrollo de la Resistencia de Materiales, realizo pruebas de flexión en vigas biapoyadas y ménsulas y también de alargamiento de hilos metálicos

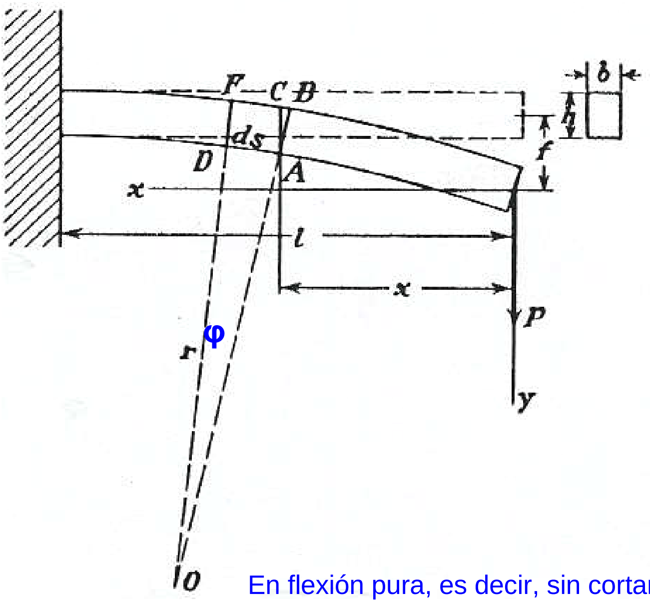


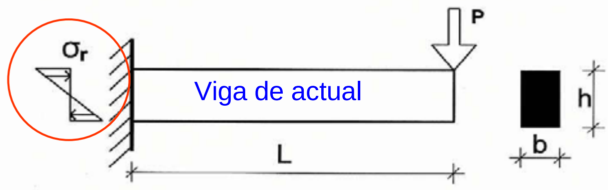
GALILEO GALILEI (1564-1642), científico italiano, estudia al igual que LEONARDO DA VINCI, la flexión de una viga en ménsula, suponiendo que las uniformemente distribuidas las tensiones están uniformemente distribuidas en la sección recta.





$$\sigma r * b * h * h/2 = P * L \Rightarrow \sigma r = 2 * P * L / b * h^2$$





$$M/\sigma r = W = b * h^2 / 6 \qquad M = P * L$$

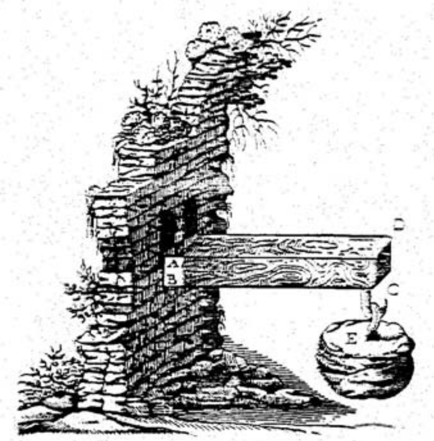
$$\boxed{\sigma r^* = 6 * P * L / b * h^2}$$

Galileo comete un error en las tensiones

$$\sigma r^* / 3 = 2 * P * L / b * h^2$$

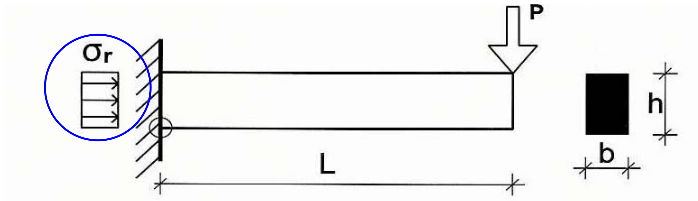
- En flexión pura, es decir, sin cortante

$$Mf = K_f * \varphi = \frac{E * I}{L} * \varphi$$

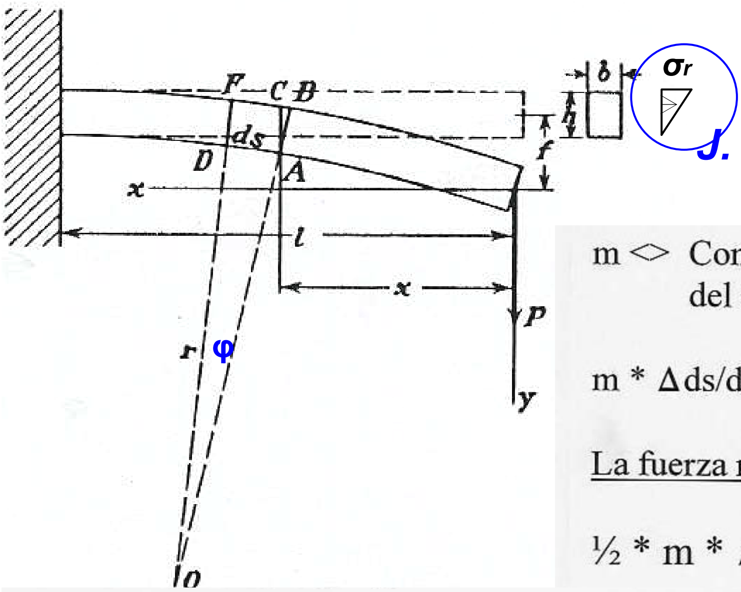


Tensiones en flexión

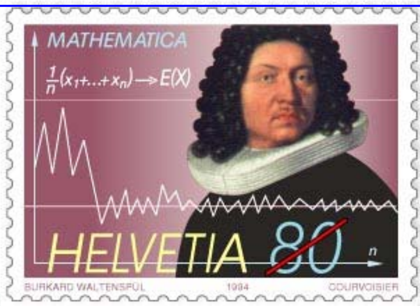
Galileo



$\sigma r * b * h * h/2 = P * L$ ➪ $\sigma r = 2 * P * L / b * h^2$



J. Bernoulli



m <> Constante que depende de las propiedades elásticas del material de la viga (hoy la denominamos E)

$m * \Delta ds/ds = \sigma$ ➪ $E * \xi = \sigma$

La fuerza resultante sobre la sección recta es:

$\frac{1}{2} * m * \Delta ds/ds * b * h$

El momento de esta fuerza sobre la fibra inferior ha de equilibrar al momento exterior: $P * x$, de donde:

$(\frac{1}{2} * m * \Delta ds/ds * b * h) * 2/3 * h = P * x$

Observa que geométricamente: $\Delta ds/ds = h/r$

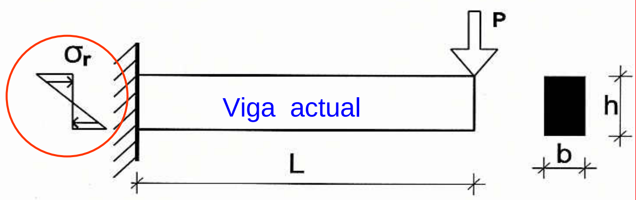
Sustituyendo en la anterior fórmula:

$(\frac{1}{2} * m * h/r * b * h) * 2/3 * h = P * x$

Que puede escribirse: $C/r = P * x$

Por tanto concluye:

$\mathbf{C = m * (b * h^3/3)}$ ➪ $C = E * I = E * (b * h^3/12)$



$M/\sigma r = W = b * h^2 / 6$ $M = P * L$

$\boxed{\overset{*}{\sigma} r = 6 * P * L / b * h^2}$

Galileo comete un error en las tensiones

$\overset{*}{\sigma} r / 3 = 2 * P * L / b * h^2$

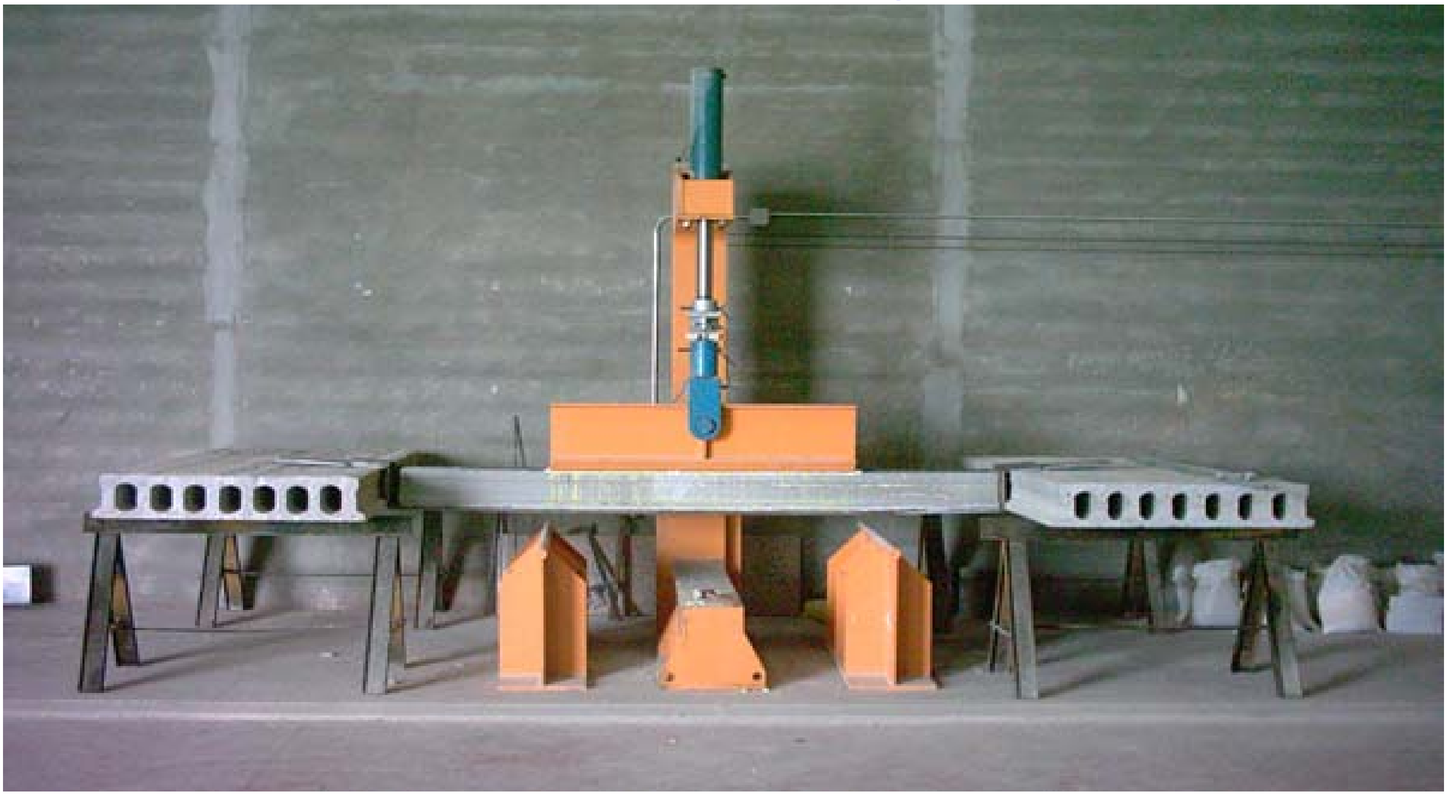
$$Mf = K_f * \varphi = \frac{E * I}{L} * \varphi$$

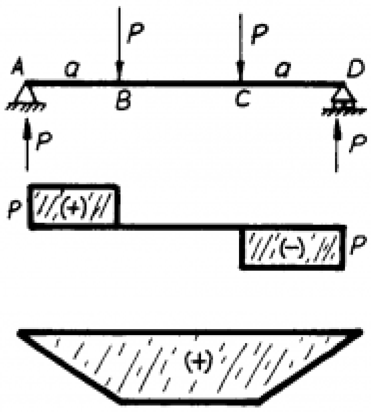
E = m / 4 *(Bernoulli comete un error en la constante elástica)*

Al no situar correctamente la fibra neutra.

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Flexión pura en vigas





$$Mf = \boxed{K_f} * \varphi = \boxed{\frac{E * I}{L}} * \varphi$$

Kf = Rigidez a flexión pura de la barra.

Es una maquinita, que en el denominador tiene la longitud de la barra y en el numerador el producto del Módulo de elasticidad correspondiente a las tensiones que se esté estudiando por una propiedad de la sección recta de la barra, que hace funcionar dimensionalmente la ecuación de rigidez.

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Sustentación elástica (empotramiento imperfecto)

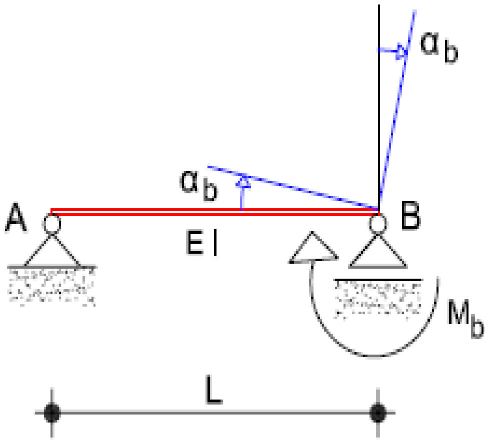
Flexión simple

Sustentación que permite pequeños giros,

No es un empotramiento perfecto que no permite giro alguno, ni una articulación perfecta que permite girar libremente.

RIGIDEZ de una sustentación elástica: Es cociente entre el momento aplicado en la sustentación elástica y el giro de la sección en dicha sustentación.

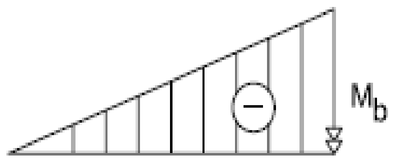
$$\boxed{K_b = \frac{M_b}{\alpha_b}}$$



1/ Viga articulada - elásticamente sustentada

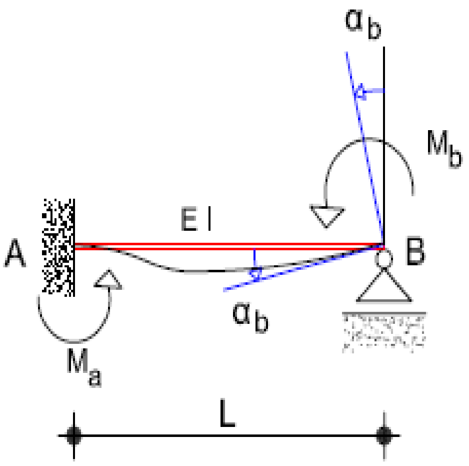
Aplicando el 2º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\alpha_b = \frac{\delta_{ba}}{L} = \frac{\frac{1}{2} M_b * L * \frac{2}{3} L}{EI * L} = \frac{M_b L}{3EI}$$



$$\boxed{K_b = \pm \frac{M_b}{\alpha_b} = \frac{3EI}{L}}$$

constante física dimensionada



2/ Viga empotrada - elásticamente sustentada

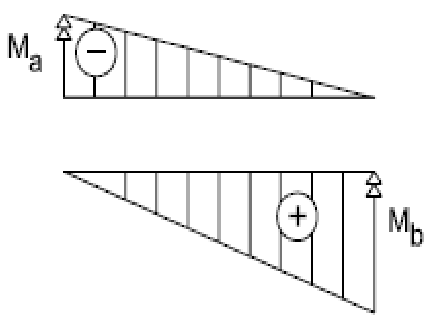
Aplicando el 2º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\delta_{ab} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2} M_b * L * \frac{1}{3} L - \frac{1}{2} * M_a * L * \frac{2}{3} L}{EI} = 0$$

$$M_b - 2M_a = 0 \quad \Rightarrow \quad M_a = \tfrac{1}{2} M_b$$

Aplicando el 1º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\alpha_b = \frac{(\frac{1}{2} * M_b * L) - (\frac{1}{2} M_b * \frac{1}{2} L)}{EI} = \frac{M_b * L}{4EI}$$



$$\boxed{K_b = \frac{M}{\alpha_b} = \frac{4EI}{L}}$$

constante física dimensionada

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

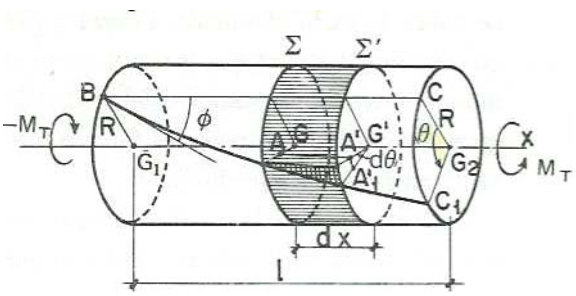
Torsión pura cilíndrica

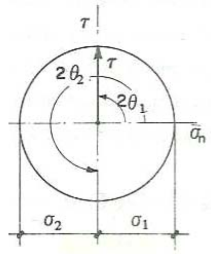
C. A. COULOMB (1736-1806), científico en ingeniero militar francés

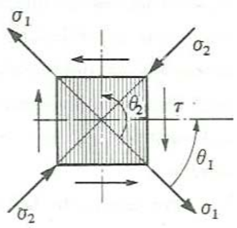
Enuncia la conocida como Ley de Coulomb eléctrica. $F_{elec} = \pm K \dfrac{q_1 * q_2}{r^2}$

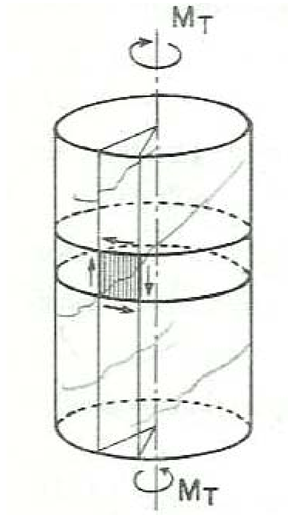
Establece la teoría elemental de la torsión piezas sección recta circular.

Desarrolla el estudio sobre empujes de terrenos en muros que hoy se conoce como el "**Método de Coulomb »**: cuña con superficie de rotura









$$Mt = \boxed{K_t} * \theta = \boxed{\frac{G * I_0}{L}} * \theta$$

Kt = Rigidez a torsión pura de la barra.

Es una maquinita, que en el denominador tiene la longitud de la barra y en el numerador el producto del Módulo de elasticidad correspondiente a las tensiones que se esté estudiando por una propiedad de la sección recta de la barra, que hace funcionar dimensionalmente la ecuación de rigidez.

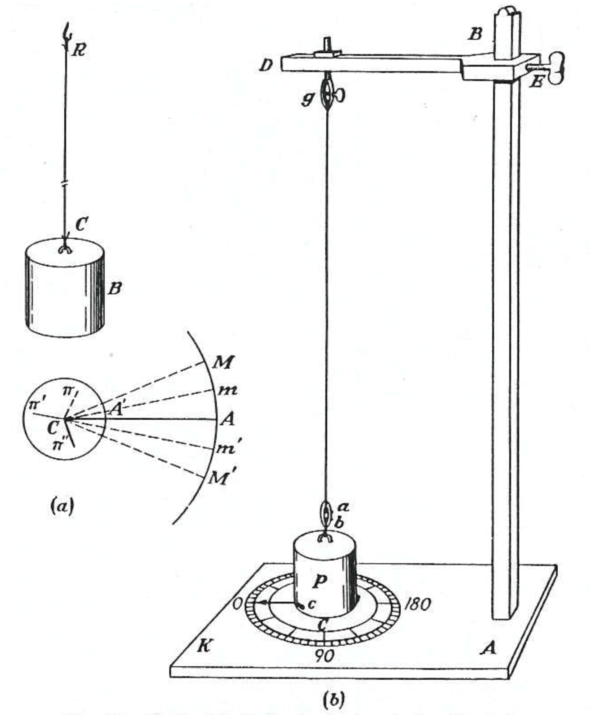
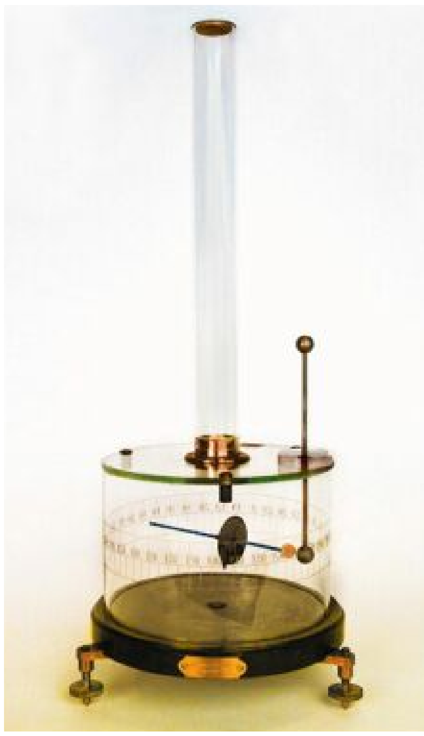


Fig. 36. Coulomb's device for torsional vibration tests.



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)