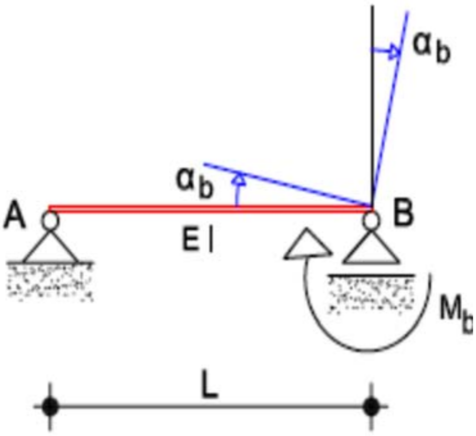
Sustentación elástica (empotramiento imperfecto)

Sustentación que permite pequeños giros,

No es un empotramiento perfecto que no permite giro alguno, ni una articulación perfecta que permite girar libremente.

RIGIDEZ de una sustentación elástica: Es cociente entre el momento aplicado en la sustentación elástica y el giro de la sección en dicha sustentación.

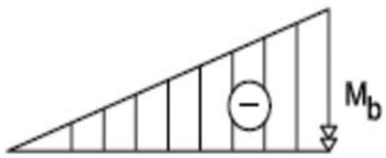
$$\boxed{K_b = \frac{M_b}{\alpha_b}}$$



1/ Viga articulada - elásticamente sustentada

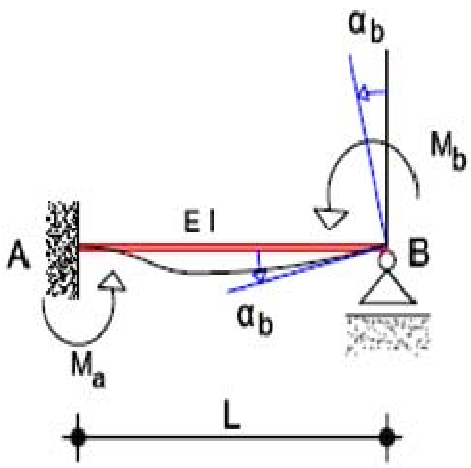
Aplicando el 2º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\alpha_b = \frac{\delta_{ba}}{L} = \frac{\frac{1}{2} M_b * L * \frac{2}{3} L}{EI * L} = \frac{M_b L}{3EI}$$



$$\boxed{K_b = \pm \frac{M_b}{\alpha_b} = \frac{3EI}{L}}$$

constante física dimensionada



2/ Viga empotrada - elásticamente sustentada

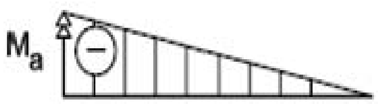
Aplicando el 2º teorema de Mohr: (E I constantes)

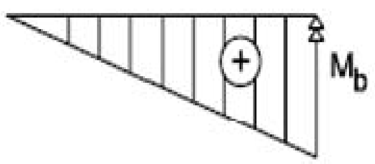
$$\delta_{ab} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2} M_b * L * \frac{1}{3} L - \frac{1}{2} * M_a * L * \frac{2}{3} L}{EI} = 0$$

$$M_b - 2M_a = 0 \quad \Rightarrow \quad M_a = \tfrac{1}{2} M_b$$

Aplicando el 1º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\alpha_b = \frac{(\frac{1}{2} * M_b * L) - (\frac{1}{2} M_b * \frac{1}{2} L)}{EI} = \frac{M_b * L}{4EI}$$





$$\boxed{K_b = \frac{M}{\alpha_b} = \frac{4EI}{L}}$$

constante física dimensionada

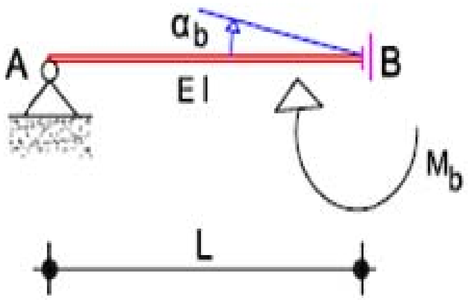
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

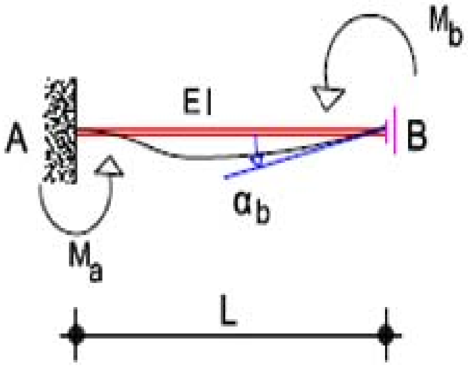
Coeficiente de transmisión y ecuaciones de barra

Coeficiente de transmisión:

Es el cociente entre el momento "**Ma**" que aparece en el extremo opuesto "**a**" al que gira "**b**" y el momento" **Mb**" que produce la deformación, es decir, el giro.

$$\beta = \frac{M_a}{M_b}$$



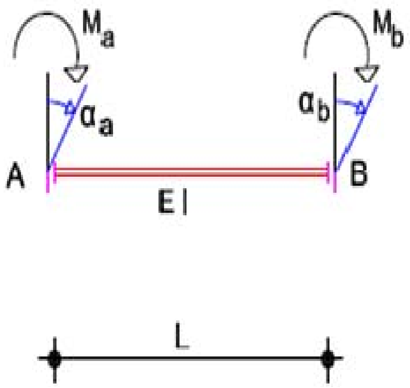


$\overleftarrow{\beta} = 0$

$\overleftarrow{\beta} = ½$

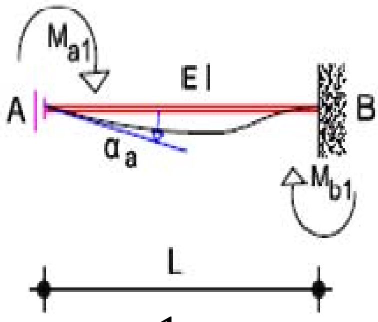
Convenio momentos localizados

Ecuaciones de una barra elásticamente sustentada:



=

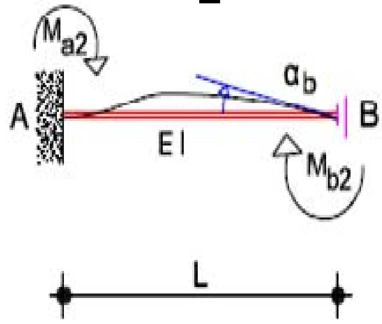
$$M_{a1} = K^*\alpha_a$$



$$M_{b1} = \frac{1}{2}K^*\alpha_a$$

+

$$M_{a2} = \frac{1}{2}K^*\alpha_b$$



$$M_{b2} = K^*\alpha_b$$

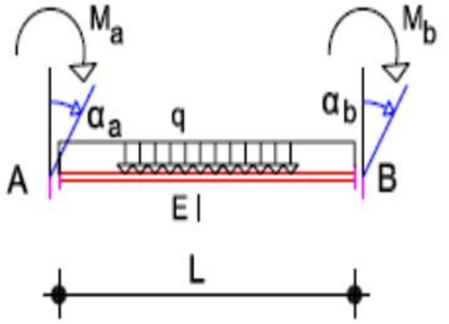
$$Ma = K^*\alpha_a + \left(\tfrac{1}{2}K^*\alpha_b\right) = K\left(\alpha_a + \tfrac{1}{2}\alpha_b\right)$$

$$Mb = \tfrac{1}{2}K^*\alpha_a + \left(K^*\alpha_b\right) = K\left(\alpha_b + \tfrac{1}{2}\alpha_a\right)$$

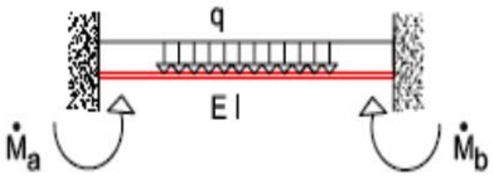
Ecuaciones de barra cargada y giro de nudos

Ecuaciones de la barra elásticamente sustentada y cargada:

Convenio momentos localizados



=

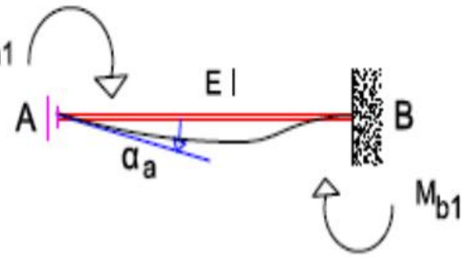


M.E.P. (primera aproximación)

+

Estado 1º

$$M_{a1} = K*\alpha_a$$

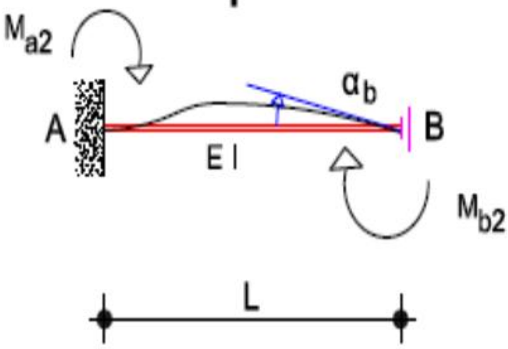


$$M_{b1} = \beta*K*\alpha_a$$

+

Estado 2º

$$M_{a2} = \beta*K*\alpha_b$$



$$M_{b2} = K*\alpha_b$$

$$\boxed{\begin{aligned} Ma &= \pm\dot{M}_a + K*\alpha_a + \left(\beta*K*\alpha_b\right) = \pm\dot{M}_a + K\left(\alpha_a + \beta*\alpha_b\right) \\ Mb &= \pm\dot{M}_b + \beta*K*\alpha_a + \left(K*\alpha_b\right) = \pm\dot{M}_b + K\left(\alpha_b + \beta*\alpha_a\right) \end{aligned}}$$