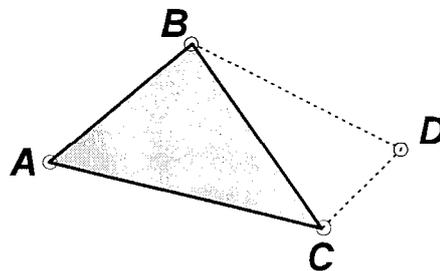


Iniciación Estructuras Articuladas

FIJACIÓN DE UN NUDO EN EL PLANO.

En el plano la figura indeformable es el triángulo. Para fijar un punto en un plano es suficiente con unirlo mediante dos barras (no alineadas) a dos puntos que resulten fijos, en particular, pueden ser dos de los vértices del triángulo inicial.



Los grados de libertad de movimientos de un nudo cualquiera en el plano son dos:

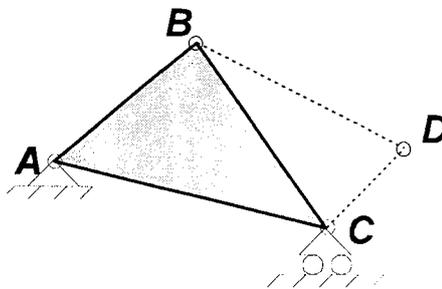
Cada barra que le une o ata a un punto fijo, le anula un grado de libertad.

En consecuencia, se han de poner tantas barras como dos veces el número de nudos.

La figura elemental, representada en la parte superior, está formada por cuatro nudos y cinco barras. Así pues, posee todavía tres grados de libertad.

Relación entre barras y nudos en el plano

Una manera de eliminarlos y convertir la figura en una estructura puede ser, por ejemplo, colocar un apoyo fijo en el nudo A (un apoyo fijo le anula los dos posibles movimientos en el plano y da lugar a la aparición de dos reacciones independientes) y colocar un apoyo móvil en C (un apoyo móvil elimina uno de los dos movimientos posibles del nudo en el plano y da lugar a la aparición de una reacción en el mismo).



Como el número de movimientos restringidos en los nudos de los apoyos coincide siempre con el número de reacciones en los mismos, podremos afirmar que la condición necesaria para que cualquier estructura articulada plana sea isostática, es que verifique la fórmula:

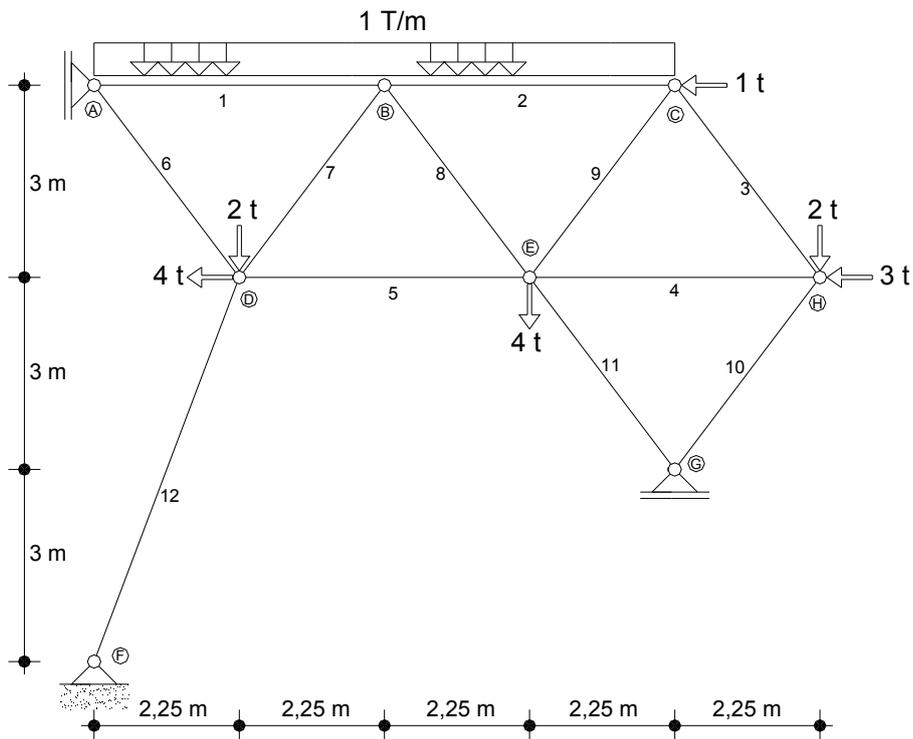
$$2 * n - r = b$$

Condición necesaria pero **NO** suficiente → puede cumplirse y no ser una estructura

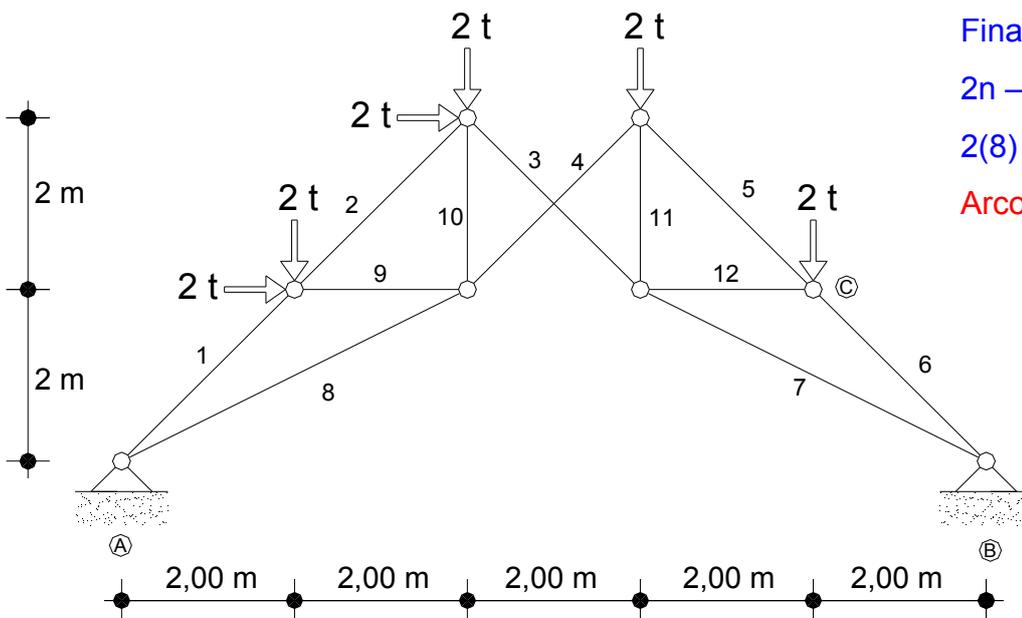


es deformable (el error está en la forma → **FORMA CRÍTICA**)

Ejemplos estructuras articuladas isostáticas



Final diciembre 2005
 $2n - r = b$
 $2(8) - 4 = 12 \rightarrow \text{OK}$



Final diciembre 2006
 $2n - r = b$
 $2(8) - 4 = 12 \rightarrow \text{OK}$
 Arco de 3 articulaciones

Estructuras articuladas hiperestáticas e hipostáticas

En caso de no verificarse la fórmula $\rightarrow 2n - r = b \rightarrow$ hay dos posibilidades

*Estructuras hiperestáticas:

$$2n - r < b$$

Hay exceso de barras \rightarrow hiperestática interna.

Hay exceso de reacciones \rightarrow hiperestática externa.

Simultáneamente hay exceso de barras y apoyos \rightarrow hiperestática interna y externa.

*No se pueden utilizar estas simplificaciones

6/ Una biela es equivalente a un apoyo móvil.

7/ Dos bielas concurrentes y que no estén en prolongación equivalen a un apoyo fijo.

** Si el G.H. = 1 \rightarrow método de los trabajos virtuales o método matricial.

*** Si el G. H. >1 \rightarrow método matricial.

**Estructuras hipostáticas:

$$2n - r > b$$

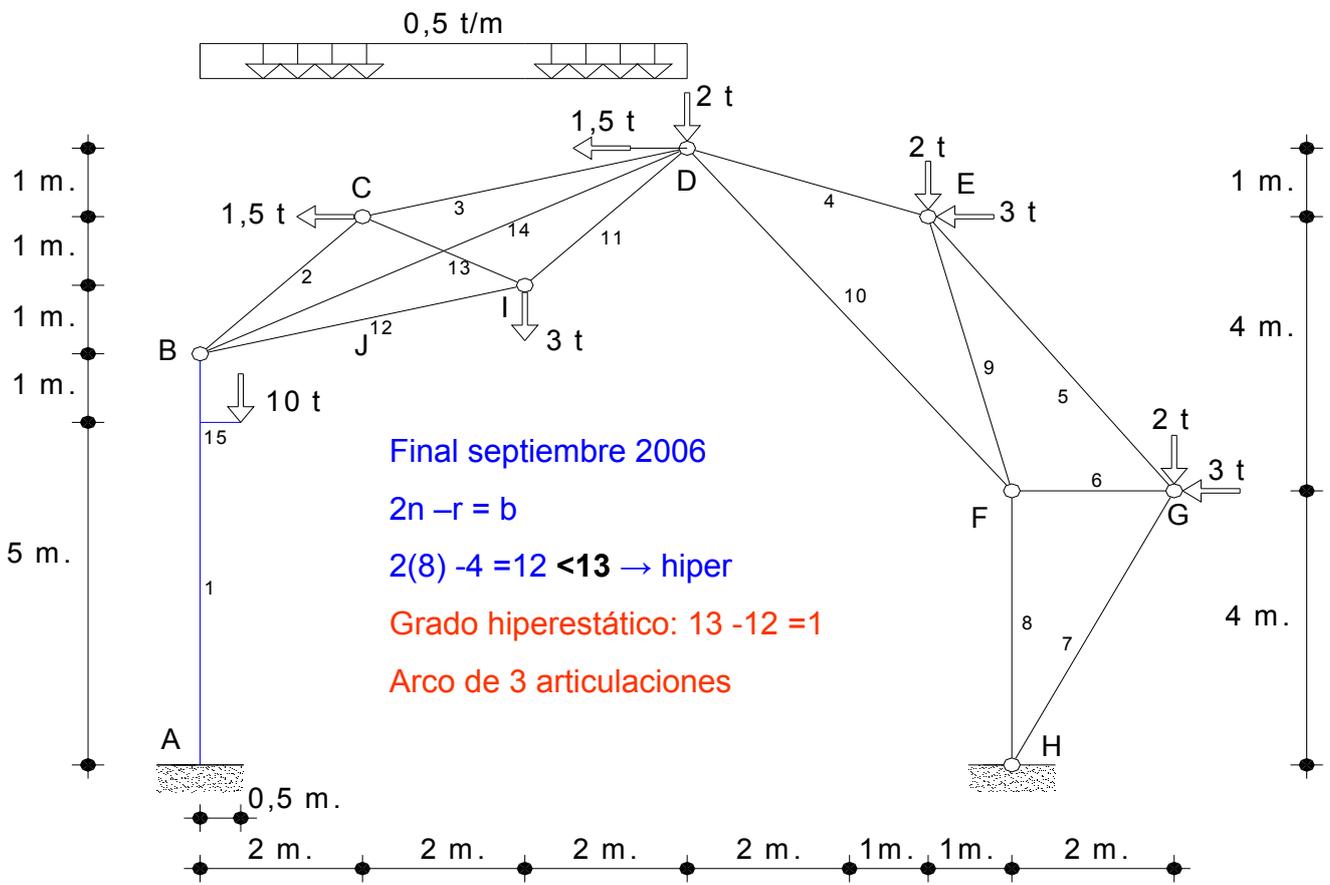
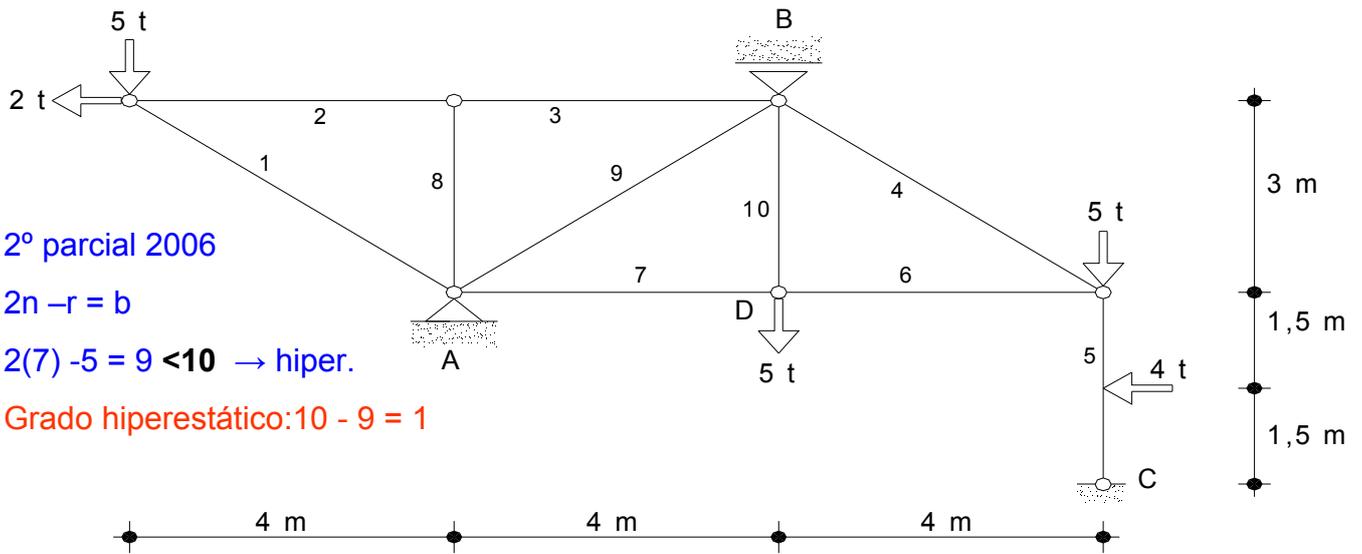
Faltan barras \rightarrow hipostática interna.

Faltan reacciones \rightarrow hipostática externa.

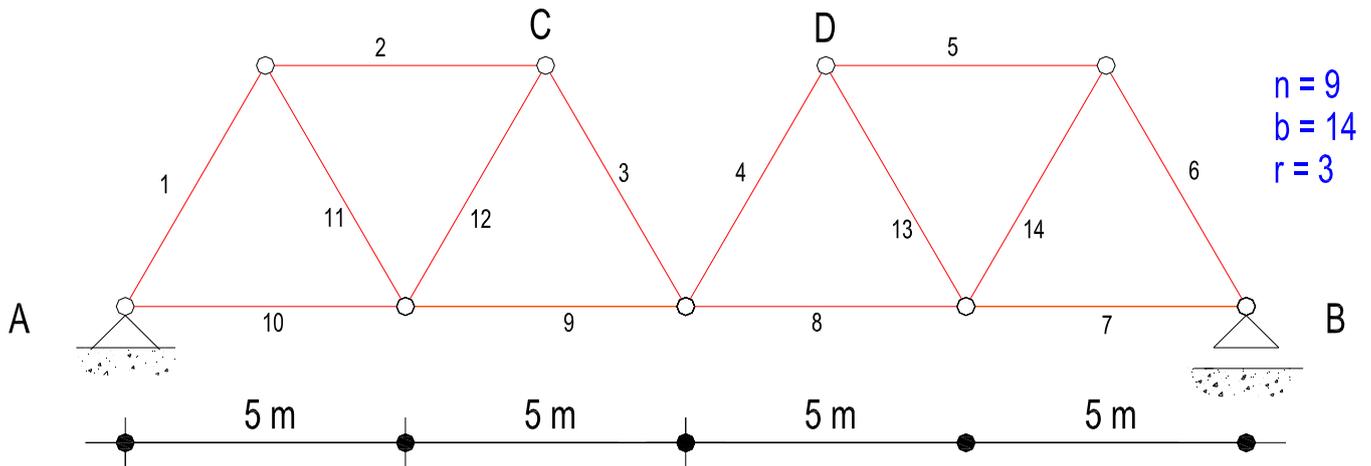
Faltan barras y apoyos \rightarrow hipostática interna y externa.

NO es una estructura válida para edificación, es un mecanismo \rightarrow No se puede calcular. Su estudio, en cambio, es útil en relación con las estructuras de nudos rígidos.

Estructuras Articuladas Hiperestáticas



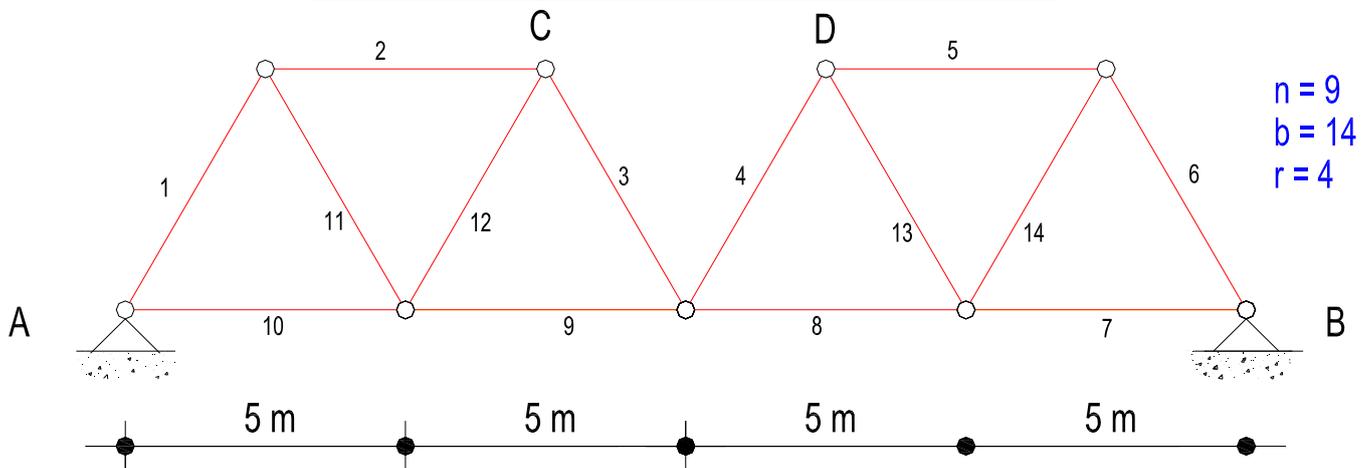
Mecanismos



$$\begin{aligned} n &= 9 \\ b &= 14 \\ r &= 3 \end{aligned}$$

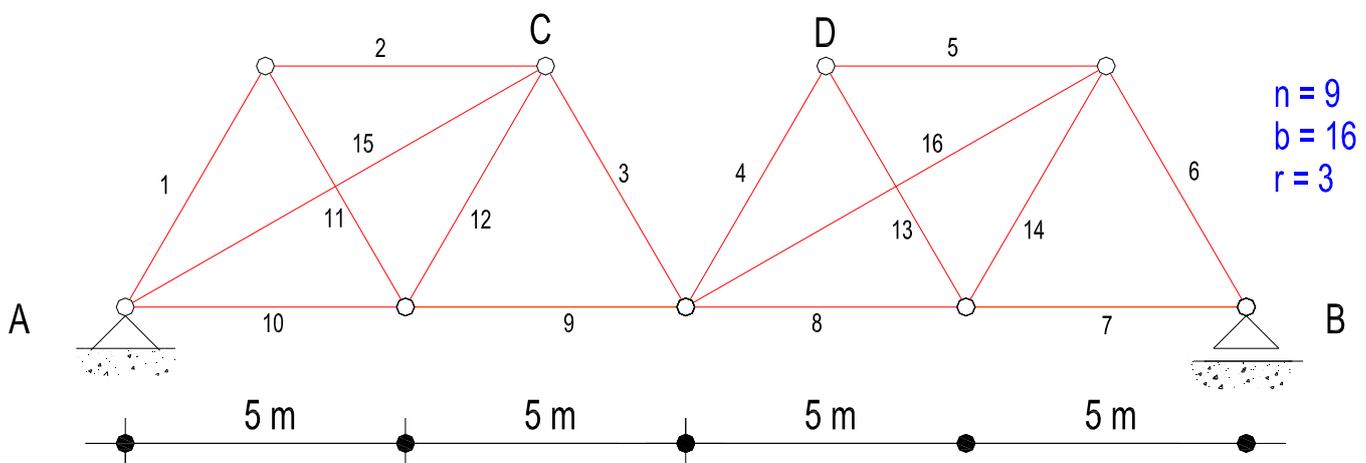
$$2n - r = b \quad 2 \cdot (9) - 3 = 15 < b \quad \Rightarrow \quad \text{Es hipostática de grado 1, falta una barra: C - D}$$

Fallo fórmula entre nudos, barras y reacciones



$$\begin{aligned} n &= 9 \\ b &= 14 \\ r &= 4 \end{aligned}$$

$$2n - r = b \quad 2 \cdot (9) - 4 = 14 = b \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &\text{Aparentemente isostática, pero} \\ &\text{Es hipostática de grado 1, falta una barra C - D} \end{aligned}$$



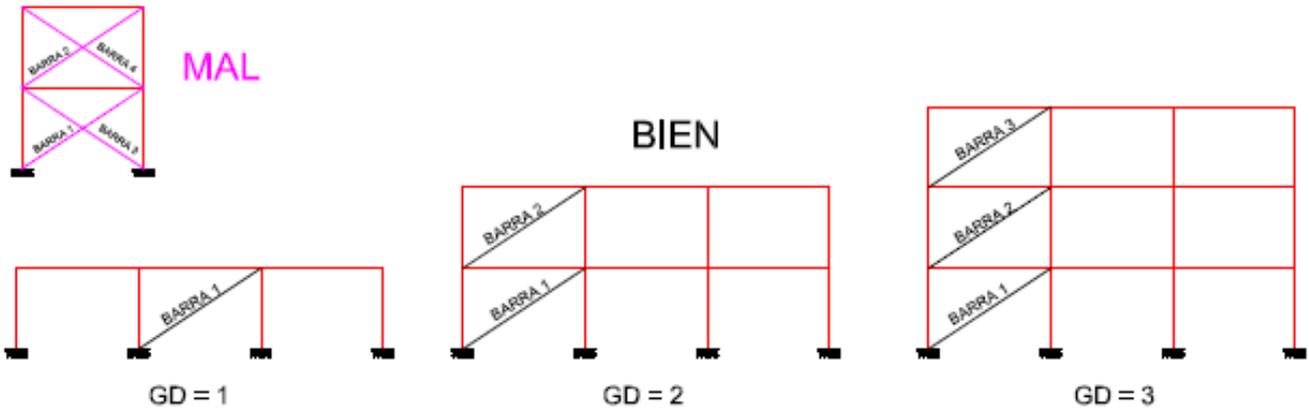
$$\begin{aligned} n &= 9 \\ b &= 16 \\ r &= 3 \end{aligned}$$

$$2n - r = b \quad 2 \cdot (9) - 3 = 14 < b \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &\text{Aparentemente hiperestática, pero} \\ &\text{Es hipostática de grado 1, falta una barra C - D} \end{aligned}$$

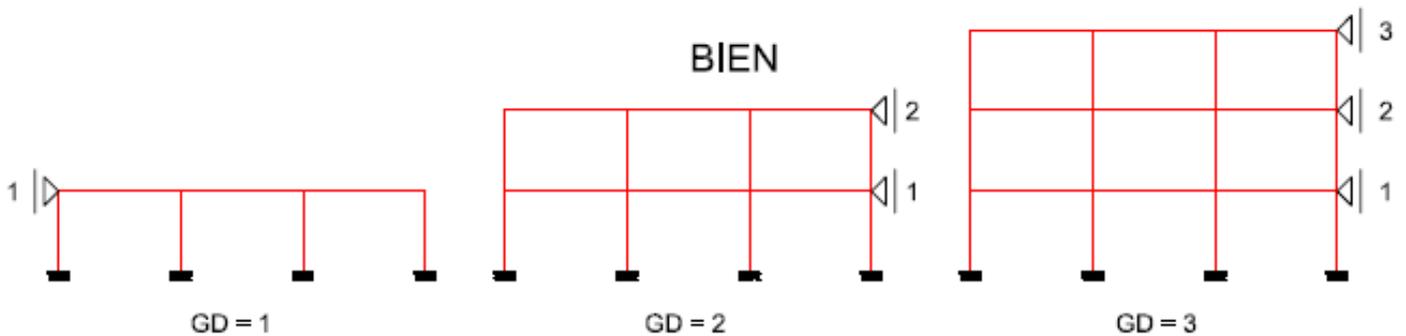
Comparación con las estructuras de nudos rígidos

En una estructura de nudos rígidos el grado de traslacionalidad, es semejante al grado hipostático de las estructuras articuladas.

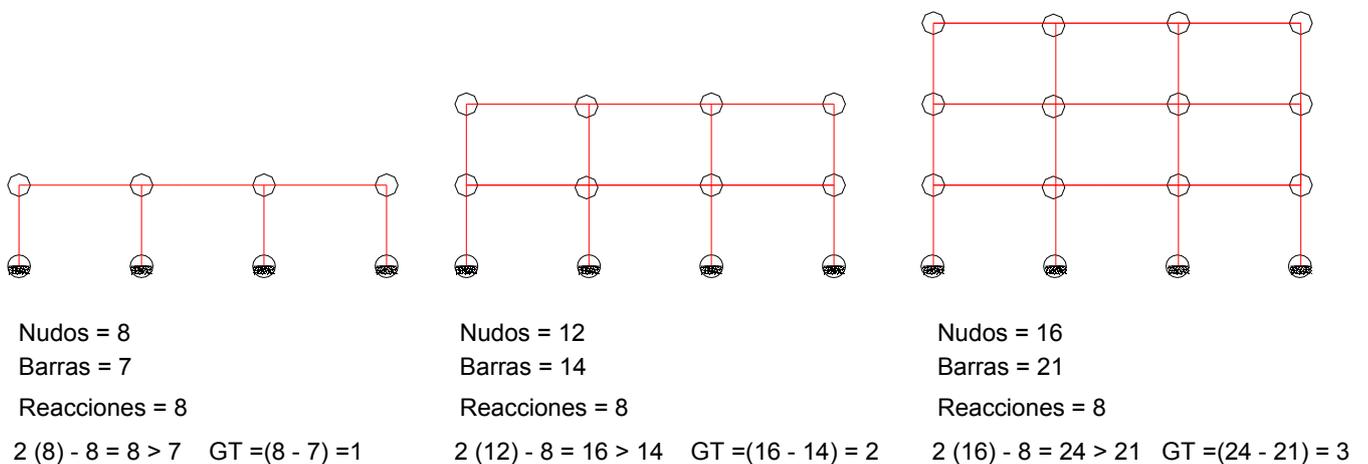
Si en una estructura de nudos articulados, el número mínimo de barras que le faltan para transformarla en isostática, es el grado de hipostático de ella.



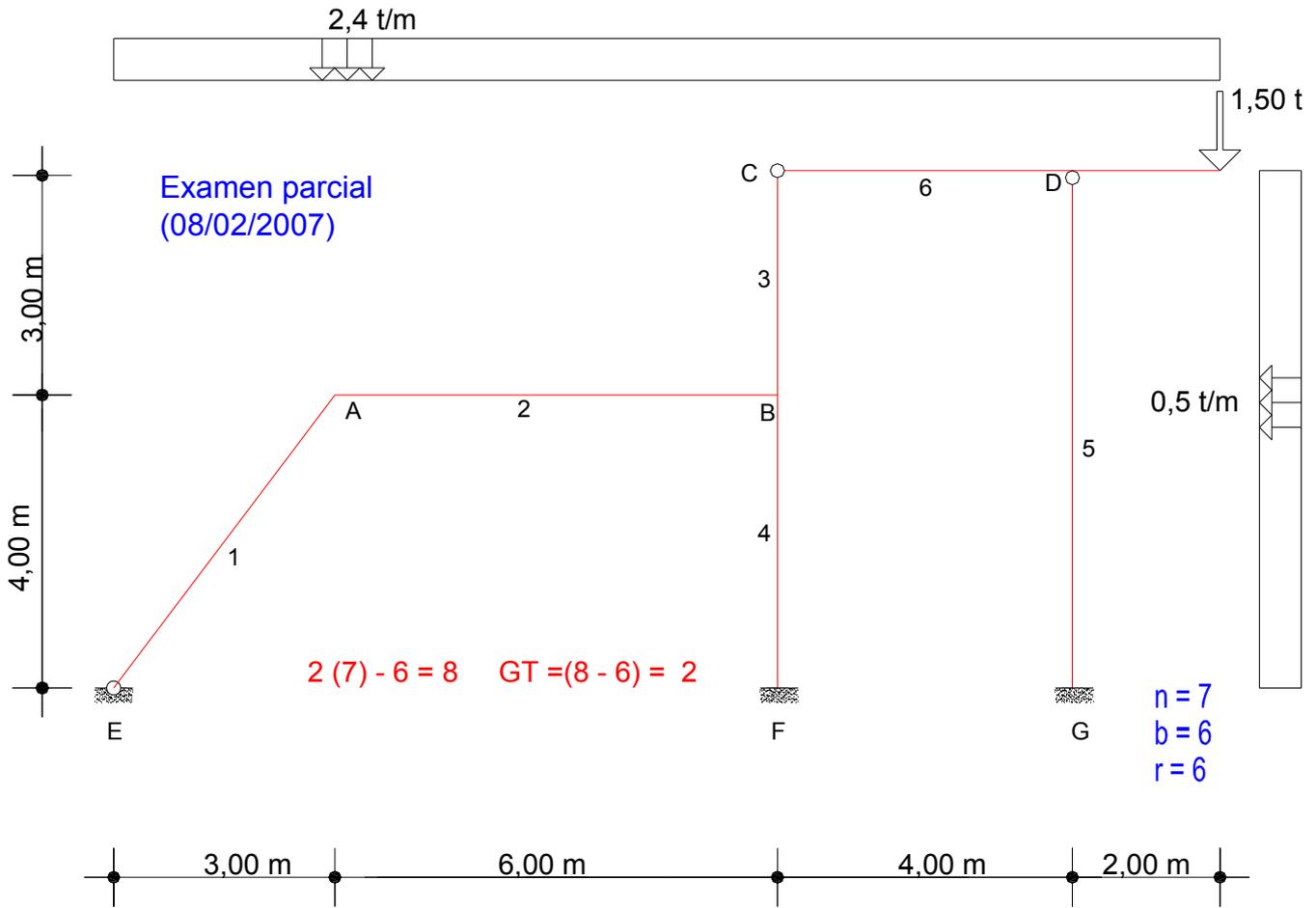
En una estructura de nudos rígidos, el número mínimo de barras que le faltan para triangularla, es decir, para que fuera RÍGIDA axialmente coincide con el grado de traslacionalidad de la estructura.



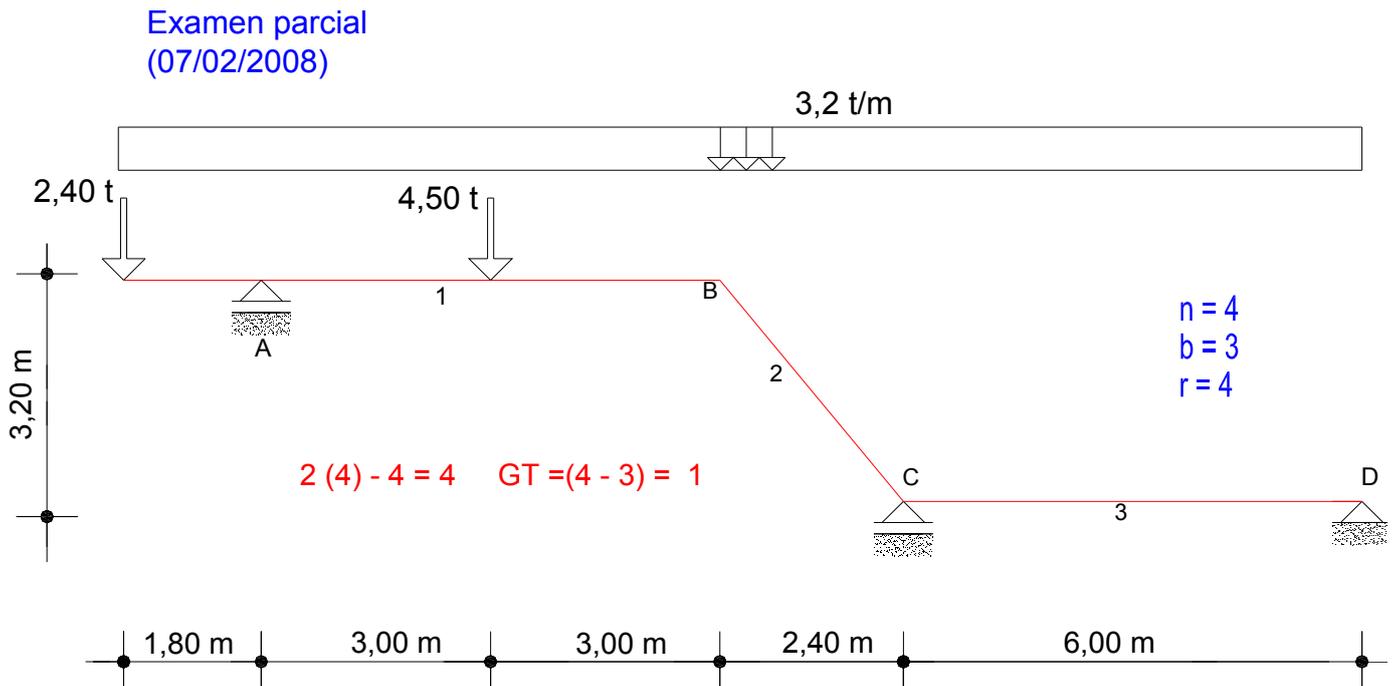
Contando nudos, barras y reacciones



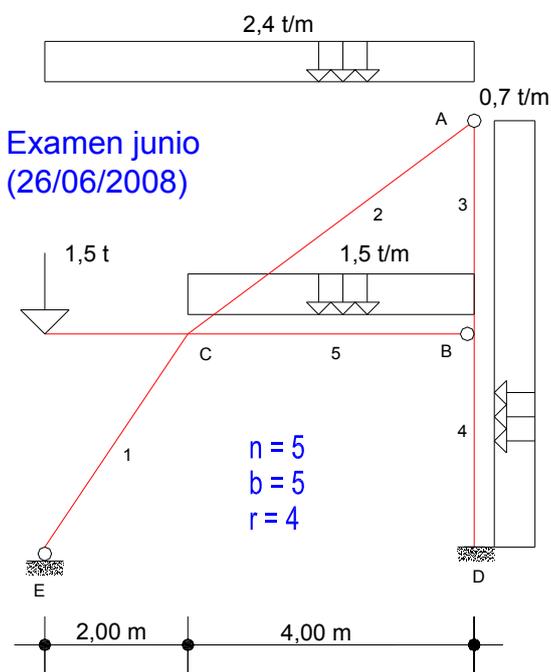
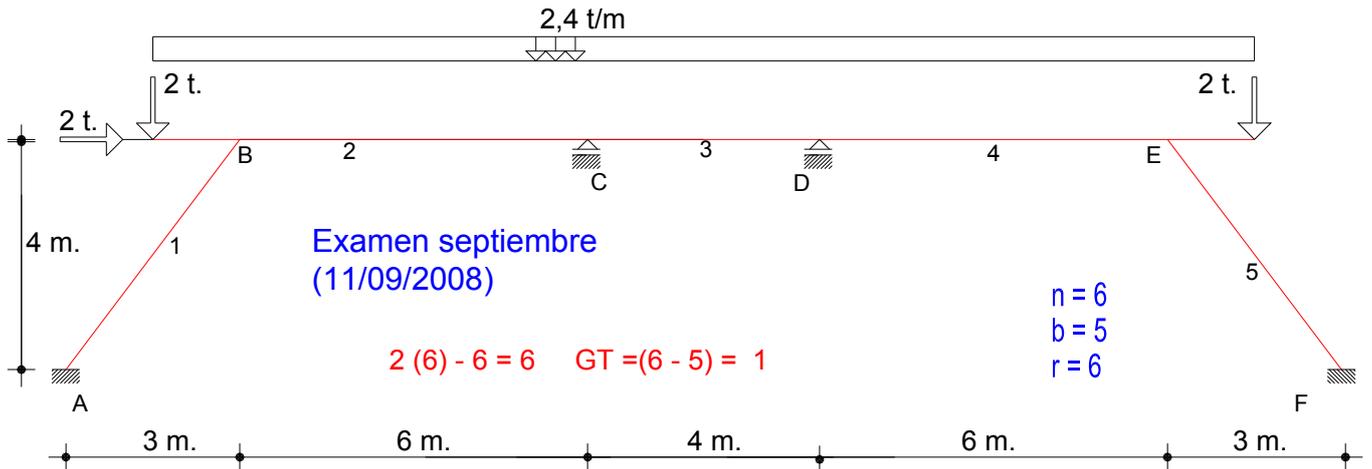
Grado de traslacionalidad



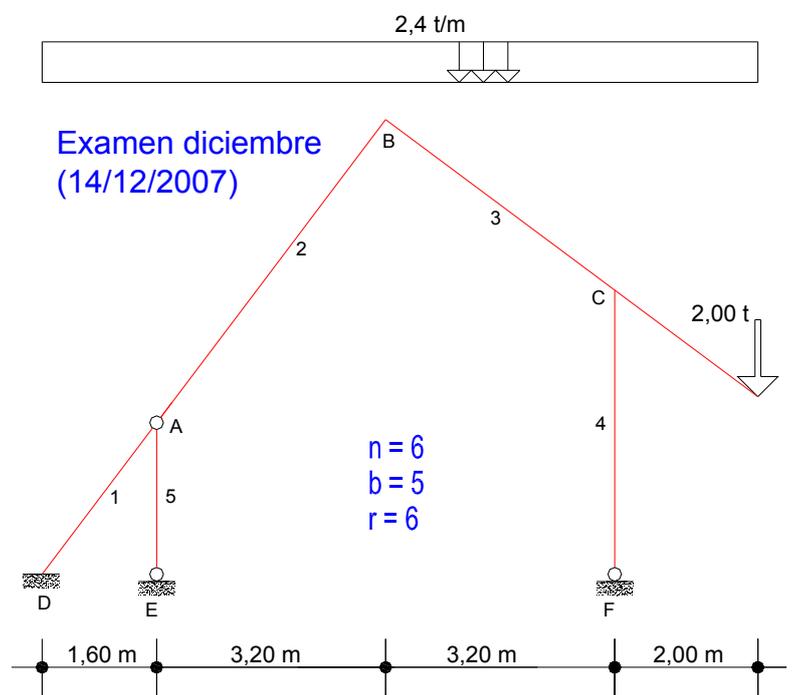
Es el **mínimo** número de barras para impedir el desplazamiento de los nudos de una estructura.



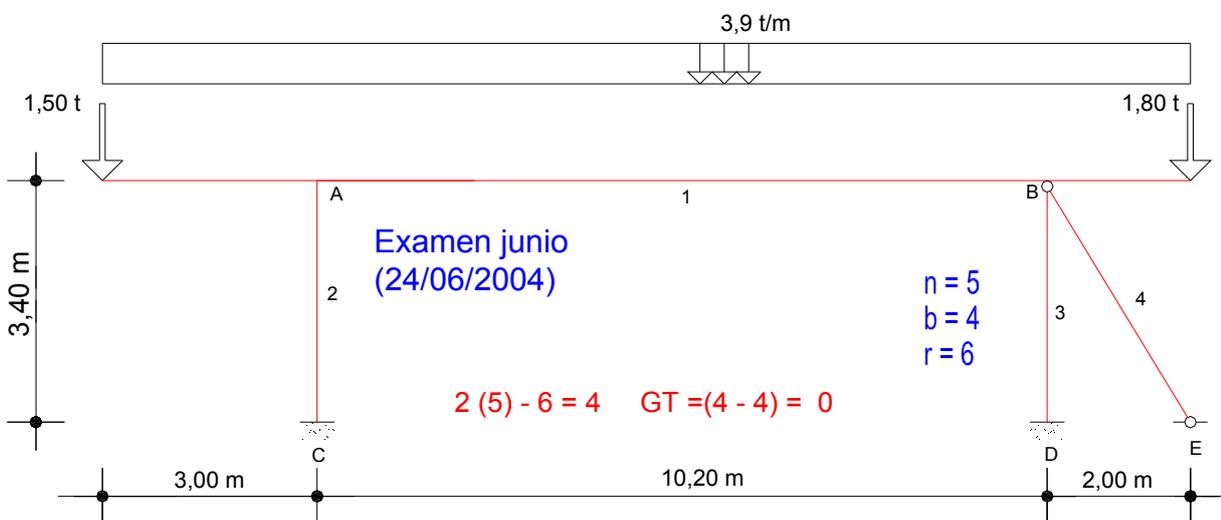
Grado de traslacionalidad II



$2(5) - 4 = 6 \quad GT = (6 - 5) = 1$

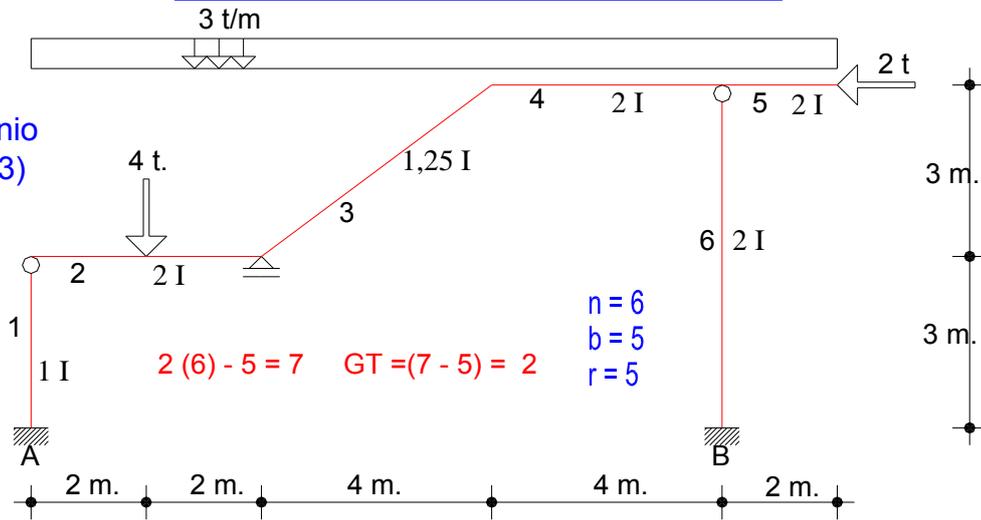


$2(6) - 6 = 6 \quad GT = (6 - 5) = 1$

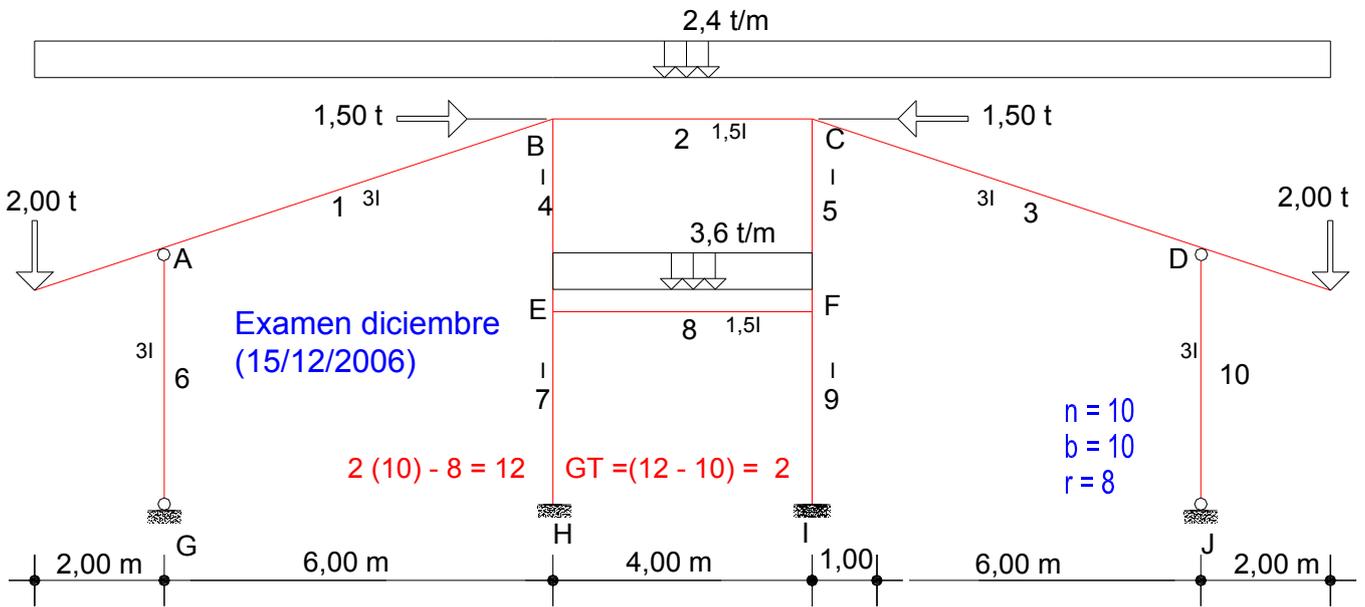


Grado de traslacionalidad III

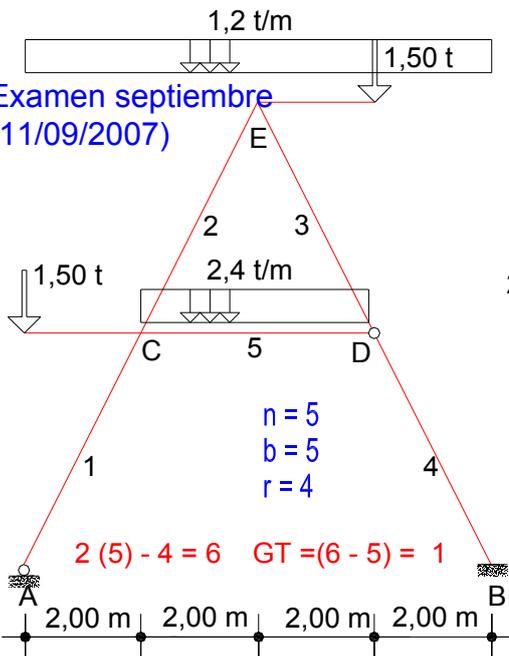
Examen junio
(20/06/2003)



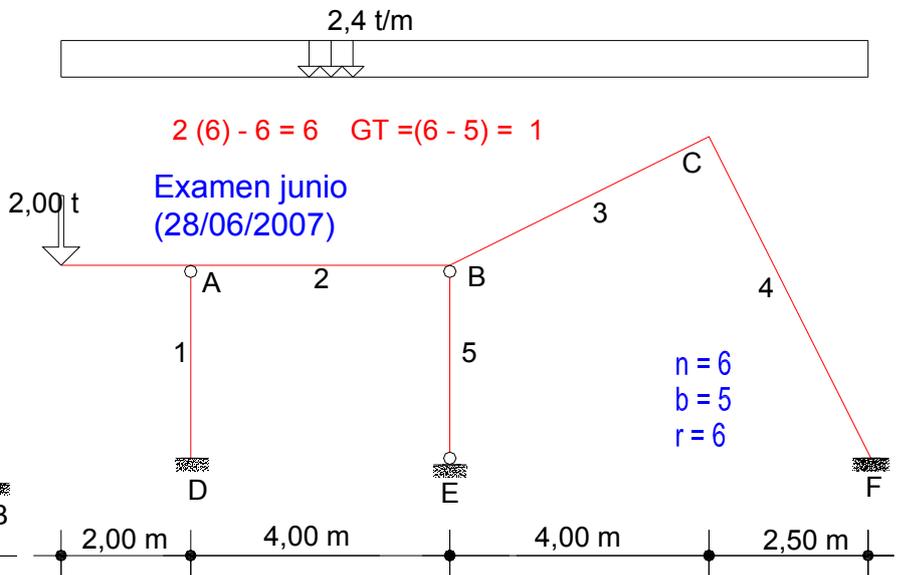
Examen diciembre
(15/12/2006)



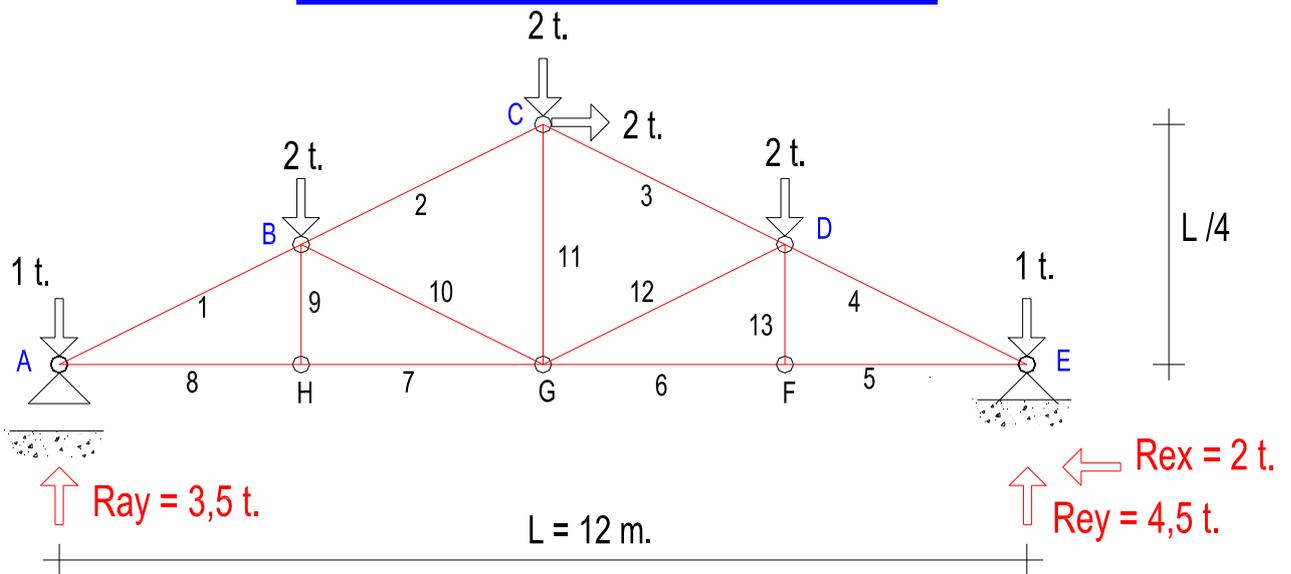
Examen septiembre
(11/09/2007)



Examen junio
(28/06/2007)



Método de Cremona - Maxwell



$$2n - r = b$$

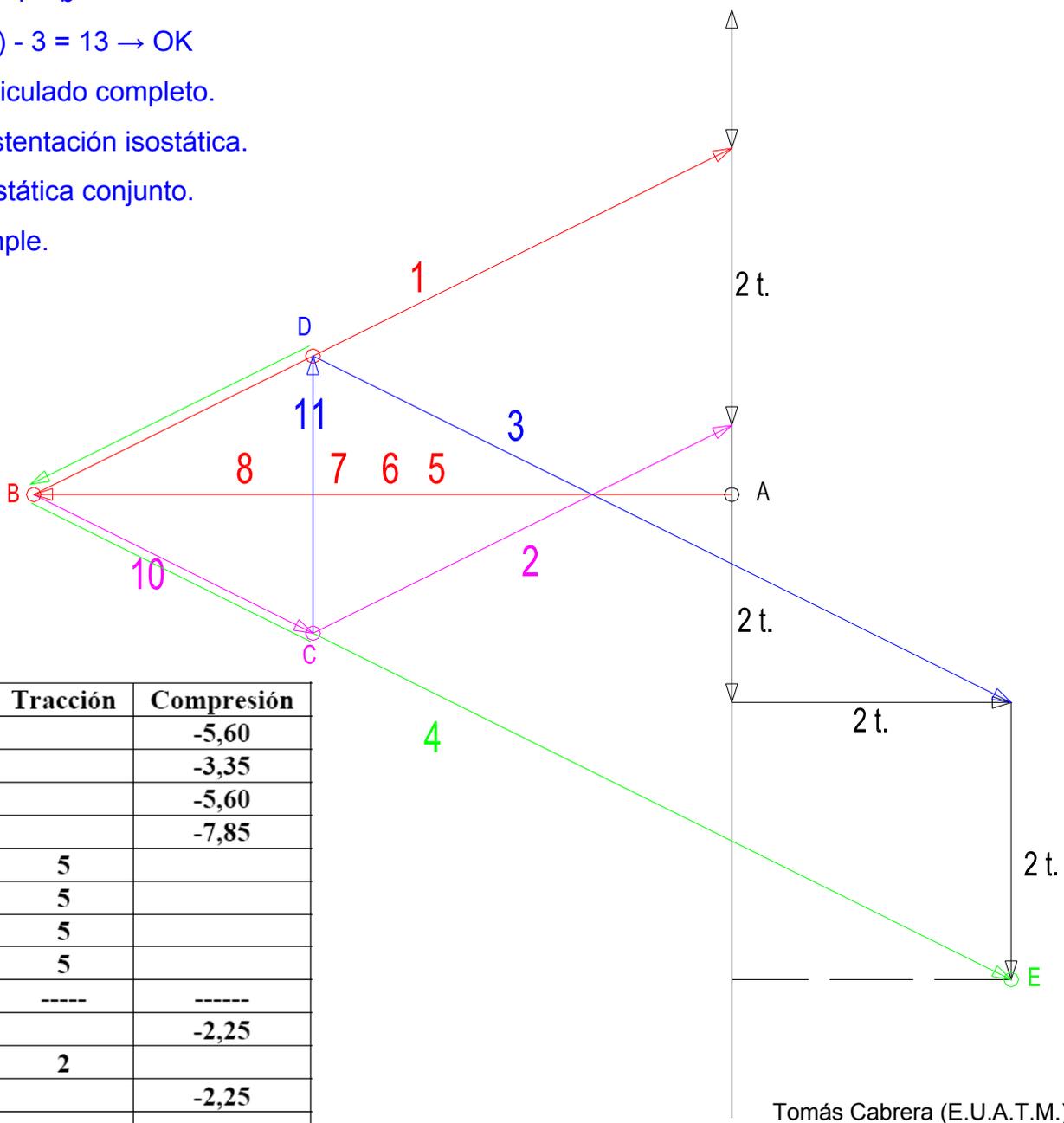
$$2(8) - 3 = 13 \rightarrow \text{OK}$$

Reticulado completo.

Sustentación isostática.

Isostática conjunto.

Simple.



B	Tracción	Compresión
1		-5,60
2		-3,35
3		-5,60
4		-7,85
5	5	
6	5	
7	5	
8	5	
9	----	----
10		-2,25
11	2	
12		-2,25
13	----	----

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)