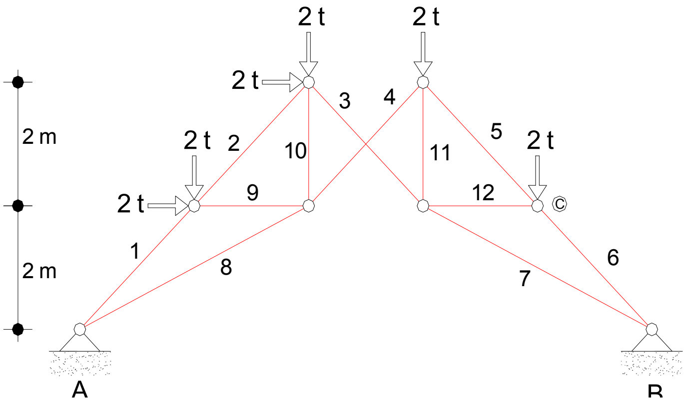
Hipótesis simplificativas en 2D

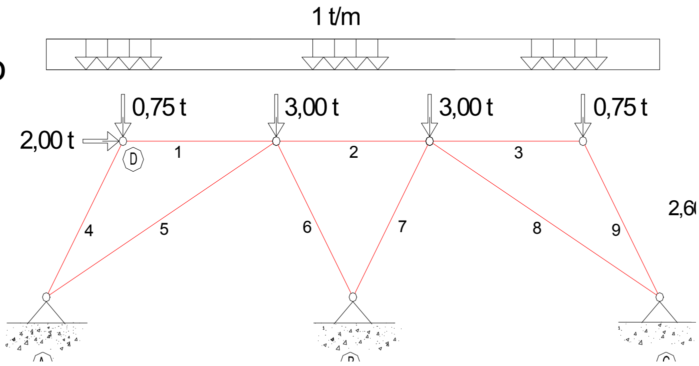
1º/ Los nudos son articulaciones perfectas.



2º/ Todos los nudos, barras, acciones y reacciones están en el mismo plano.

3º/ Las cargas actúan en los nudos, en caso contrario se llevan a ellos, para una primera aproximación.

Si la cargas están en los nudos, las barras sólo tienen trabajo axil.



4º/ El peso propio es, en general, despreciable.

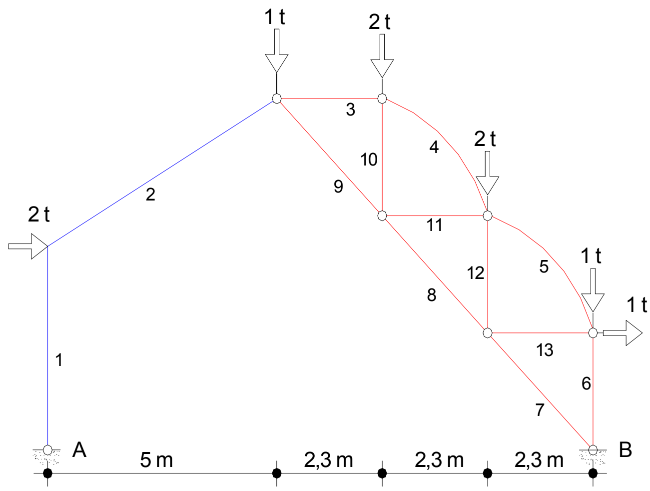
5º/ En estructuras isostáticas, dos bielas que se cortan equivalen a un apoyo fijo en el punto de encuentro. (No en estructuras hiperestáticas).

6º/ En estructuras isostáticas, un apoyo móvil equivale a una biela en la dirección perpendicular al plano de apoyo. (No en estructuras hiperestáticas.

7º/ Las estructuras isostáticas pueden resolverse, es decir, calcular las reacciones en los apoyos y la solicitación axil de las barras, utilizando sólo las ecuaciones de equilibrio. De este modo se desprecia la pequeña variación de longitud del as barras. (Nunca en estructuras hiperestáticas.

8º/ Las barras son de directriz recta y si no lo fueran a efectos del análisis se sustituyen por una barra recta. Posteriormente se procede a calcular la barra curva.

9º/ Convenio: tracción + y compresión -.

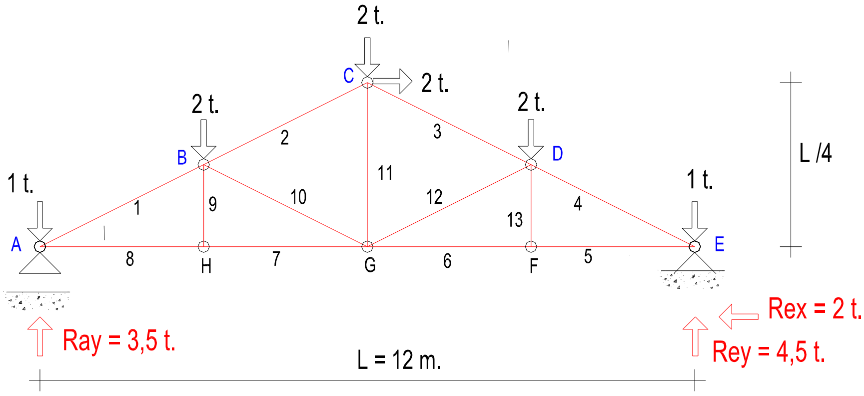


Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

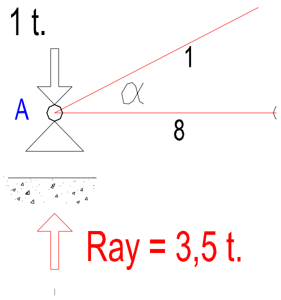
Cerchas, resumen proceso trabajo

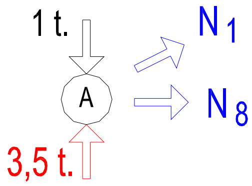
1º/ Se determinan las reacciones como si fuese una viga teniendo en cuenta solamente las cargas y los apoyos.

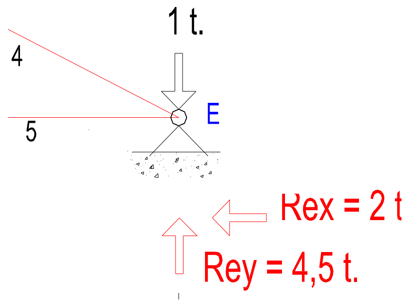
En el caso de ménsulas es contrariamente las reacciones lo último que se halla.



2º/ Se empieza por un nudo que tenga como máximo dos fuerzas desconocidas.

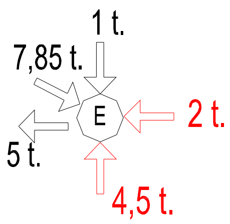


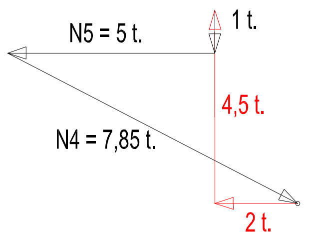




3º/ En el equilibrio del cada nudo al cerrar el polígono de fuerzas, los sentidos que se obtienen son los de las reacciones y por tanto toda barra que parece comprimida, está en realidad traccionada y viceversa.

4º/ El último nudo que se calcula sirve siempre de comprobación porque en en él se determina una barra ya calculada anteriormente.





5º/ Si la cercha es simétrica de cargas y apoyos, las reacciones son siempre iguales entre si, e iguales a la mitad de la carga .

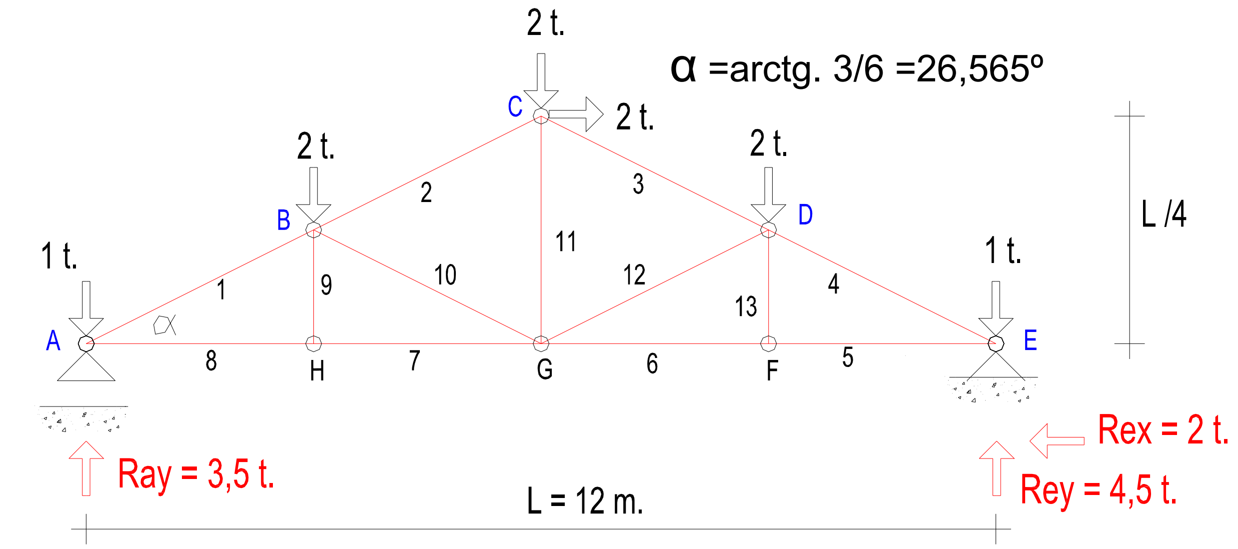
6º/ Si la cercha es simétrica de cargas apoyos y estructura, es suficiente calcular la mitad de la cercha porque la otra mitad es exactamente igual.

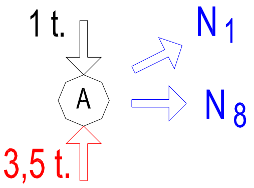
7º/ Si en un nudo descargado hay solamente dos barras y no están en prolongación las dos barras son iguales y con tensión nula.

8º/ En un nudo en el que concurren tres barras, si dos de ellas están en prolongación siempre se puede determinar la tercera. En particular si el nudo está descargado la tercera barra resulta con tensión nula.

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

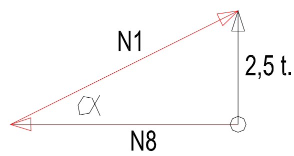
Método de los nudos: analítico y semigráfico I

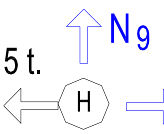




Σ Fh = 0 (N1 * cos α) + N8 = 0 N1 = - 5,60 t.

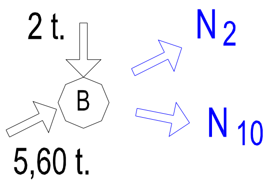
Σ Fv = 0 (N1 * sin α) + 2,5= 0 N8 = + 5 t.





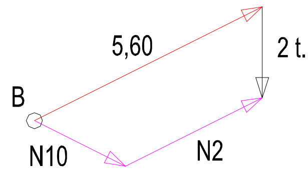
Σ Fh = 0 - 5 + N7 = 0 N7 = + 5 t.

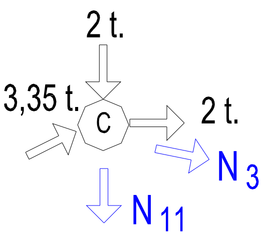
Σ Fv = 0 N9 + 0 = 0 N9 = 0 t.



Σ Fh = 0 (5,60 * cos α) + (N2 *cos α) + (N10 *cos α) = 0 N2 = - 3,35 t.

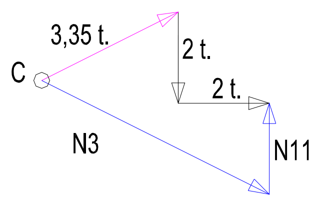
Σ Fv = 0 (5,60 * sin α) + (N2 *sin α) + (N10 *sin α) -2 = 0 N10 = - 2,25 t.





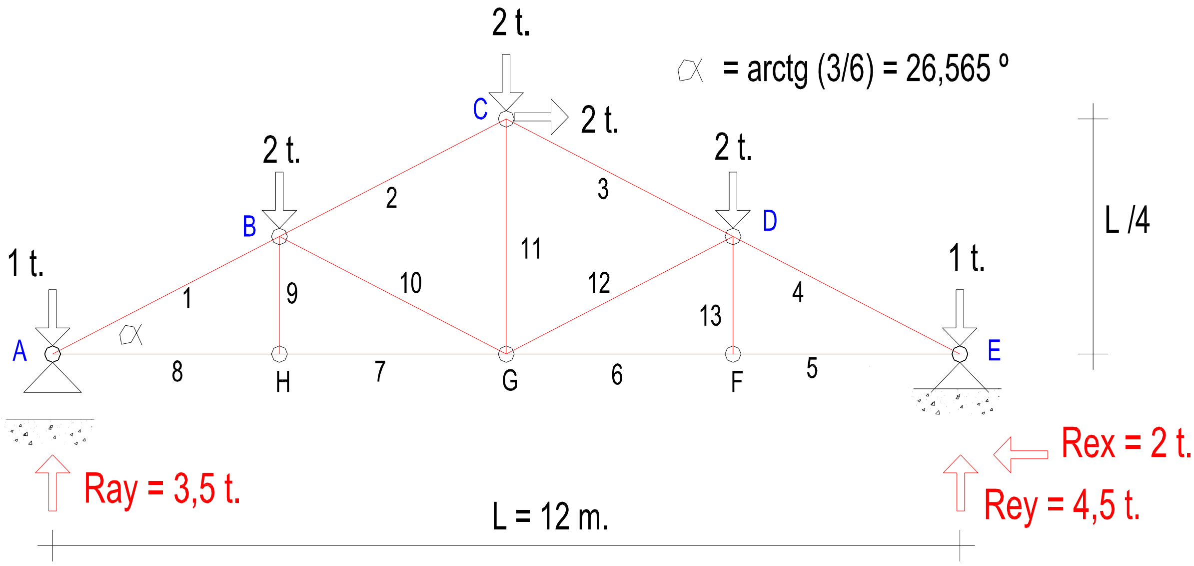
Σ Fh = 0 (3,35 * cos α) + (N3 *cos α) +2 = 0 N3 = - 5,60 t.

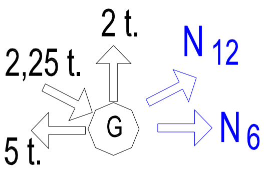
Σ Fv = 0 (3,35 * sin α) - (- 5,6 *sin α) + N11 - 2 = 0 N11 = + 2 t.



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

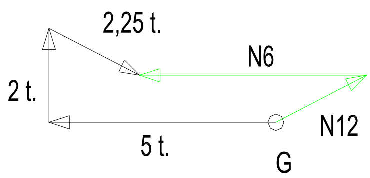
Método de los nudos: analítico y semigráfico II

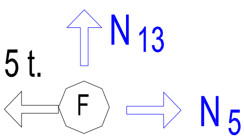




Σ Fh = 0 (2,25 * cos α) + (N12 *cos α) + N6 - 5 = 0 N6 = + 5 t.

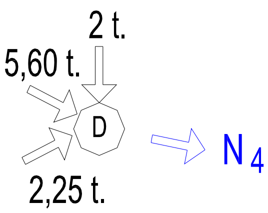
Σ Fv = 0 - (2,25 * sin α) + (N12 *sin α) + 2 = 0 N12 = - 2,25 t.



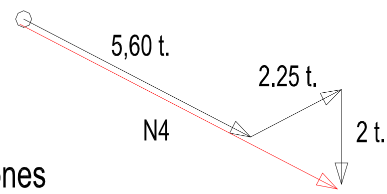


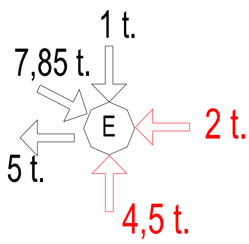
Σ Fh = 0 - 5 + N5 = 0 N5 = + 5 t.

Σ Fv = 0 N13 + 0 = 0 N13 = 0 t.

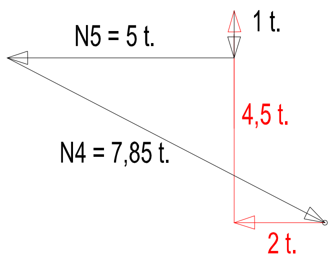


Σ Fh = 0 (5,59 * cos α) + (2,25 *cos α) + (N4 *cos α) = 0 N4 = - 7,85 t.



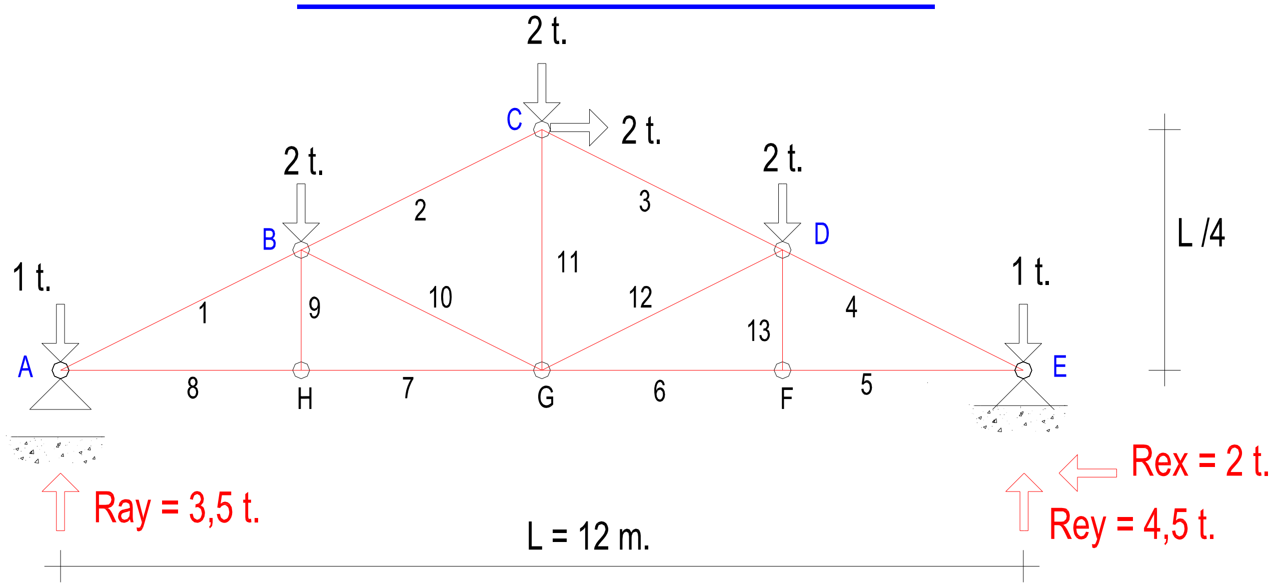


Comprobaciones



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Método de Cremona - Maxwell



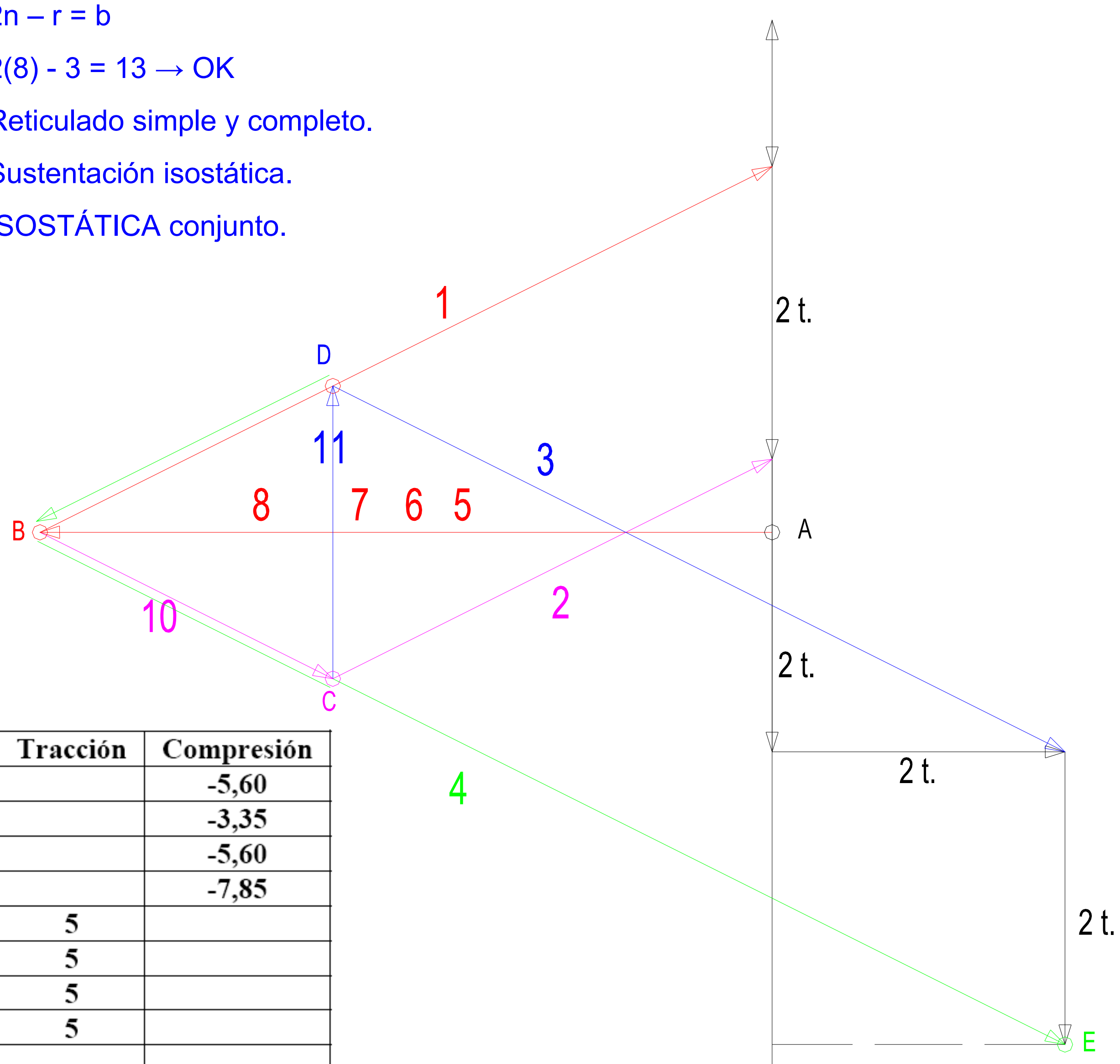
2n – r = b

2(8) - 3 = 13 → OK

Reticulado simple y completo.

Sustentación isostática.

ISOSTÁTICA conjunto.



B	Tracción	Compresión
1		-5,60
2		-3,35
3		-5,60
4		-7,85
5	5	
6	5	
7	5	
8	5	
9	-----	------
10		-2,25
11	2	
12		-2,25
13	-----	-----

Secuencia equilibrio
nudos: **A**, **H**, **B**, **C**, **D**, **E**

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Método de Ritter o de las secciones

n= 15 b = 27 r = 3

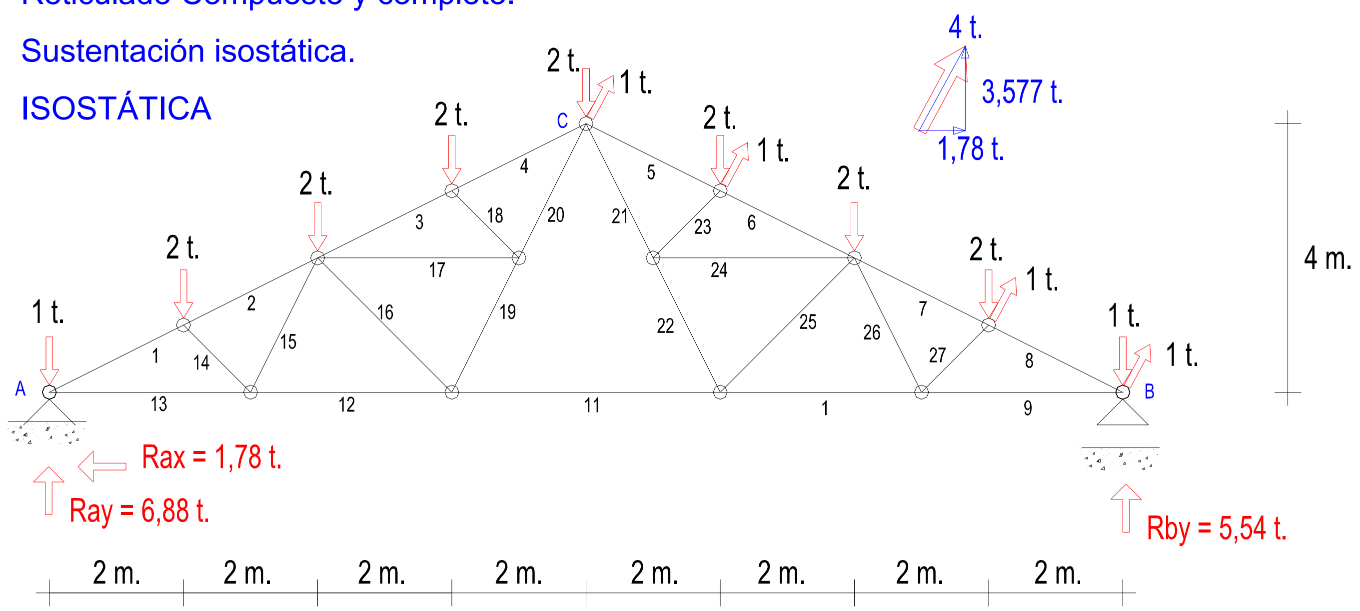
2n – r = b

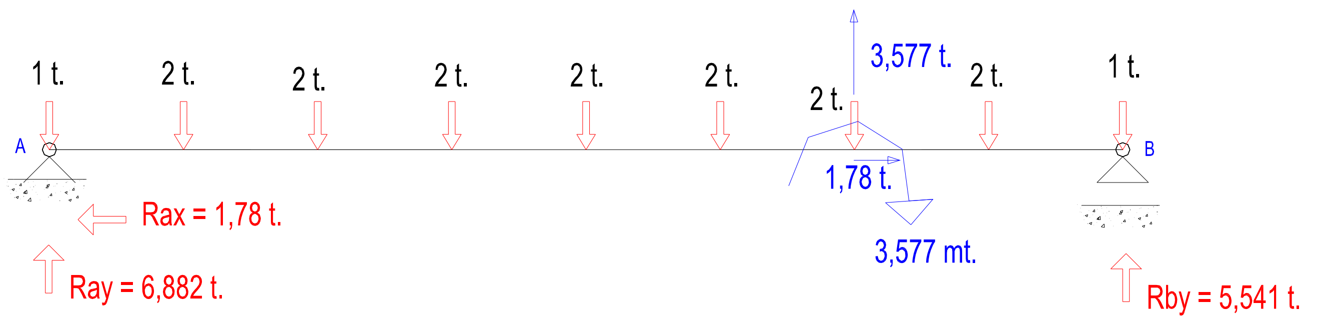
2(15) - 3 = 27 → O

Reticulado Compuesto y completo.

Sustentación isostática.

ISOSTÁTICA





8 t.

0,894 t.

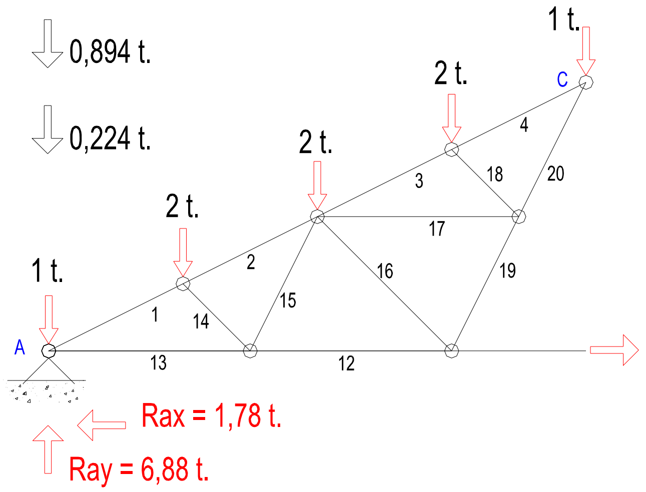
0,224 t.

8 t.

2,683 t.

0,224 t.

Σ Mc = 0



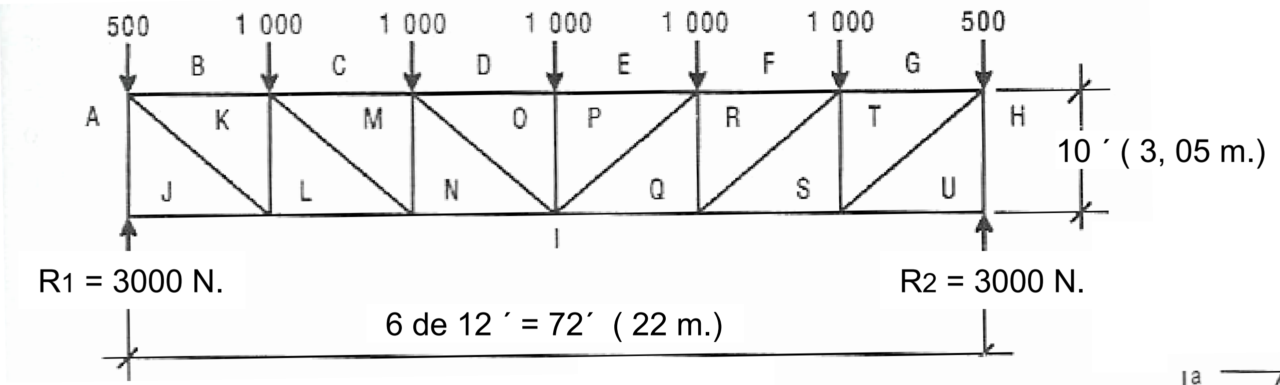
N11 supuesta en tracción

$$\boxed{N11 = +7,54 \text{ t.}}$$

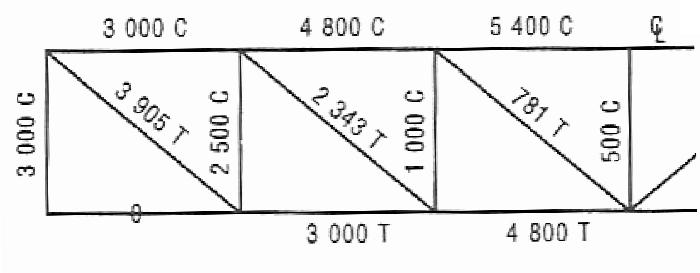
$$(6,88 * 8) + (1,78 * 4) - (8 * 4) - N11 * 4 = 0$$

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

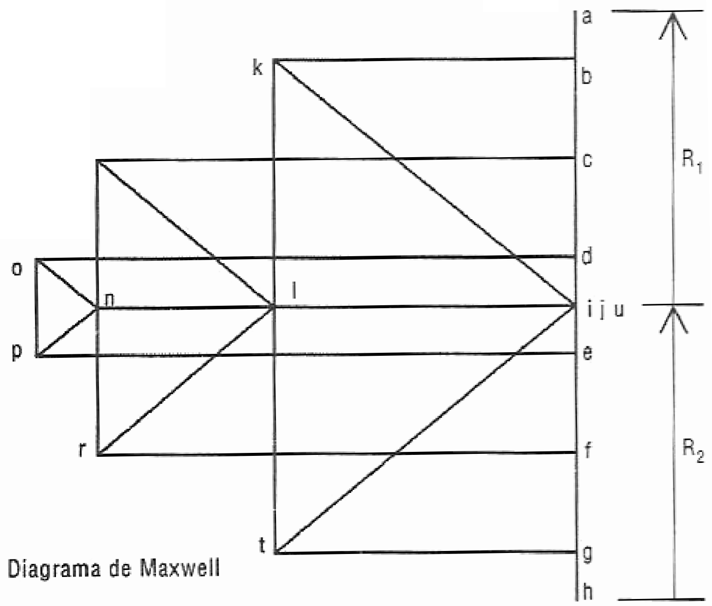
Método de las secciones en vigas de celosía

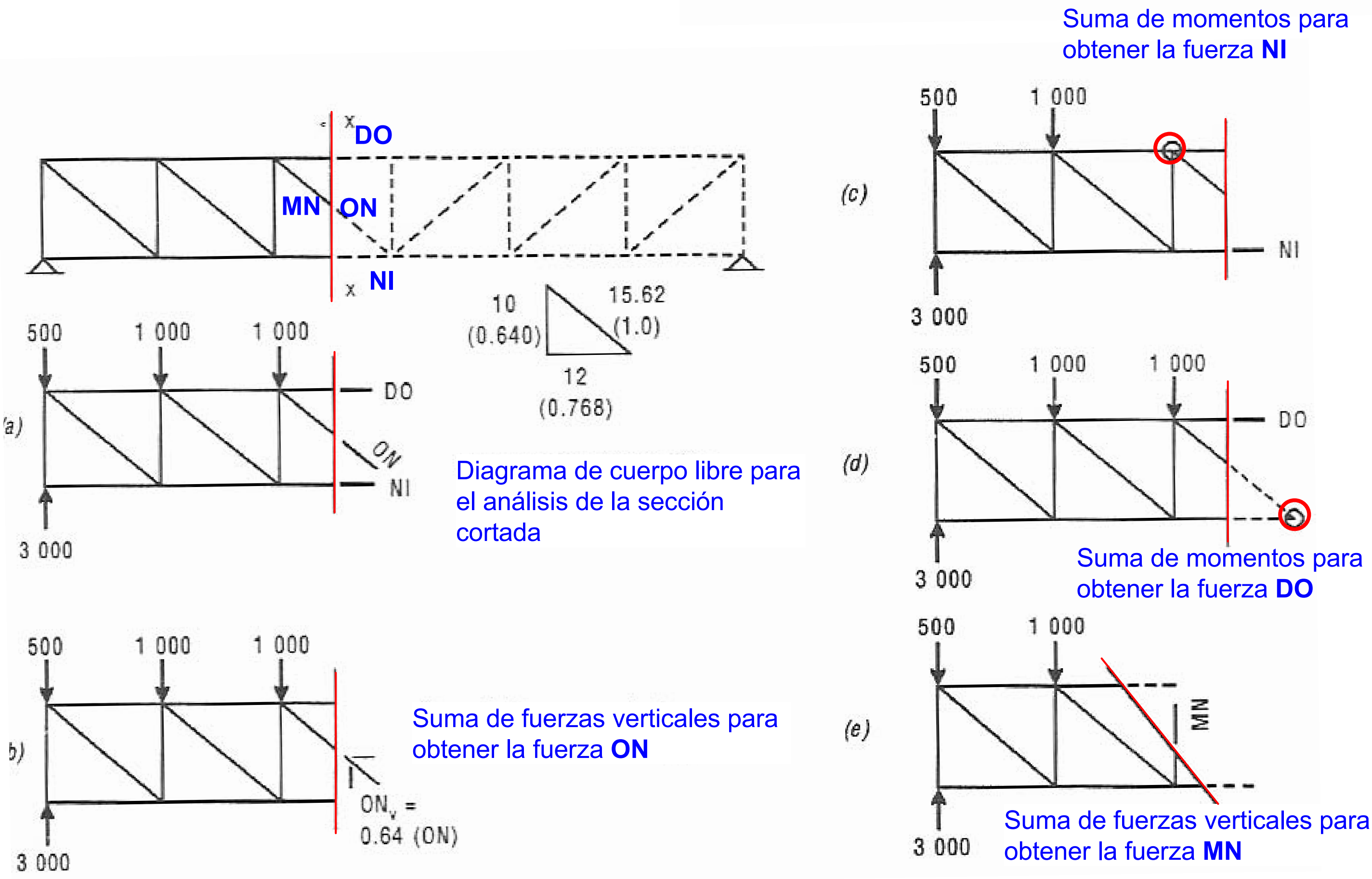


Fuerzas en **N.** distancias en pies.



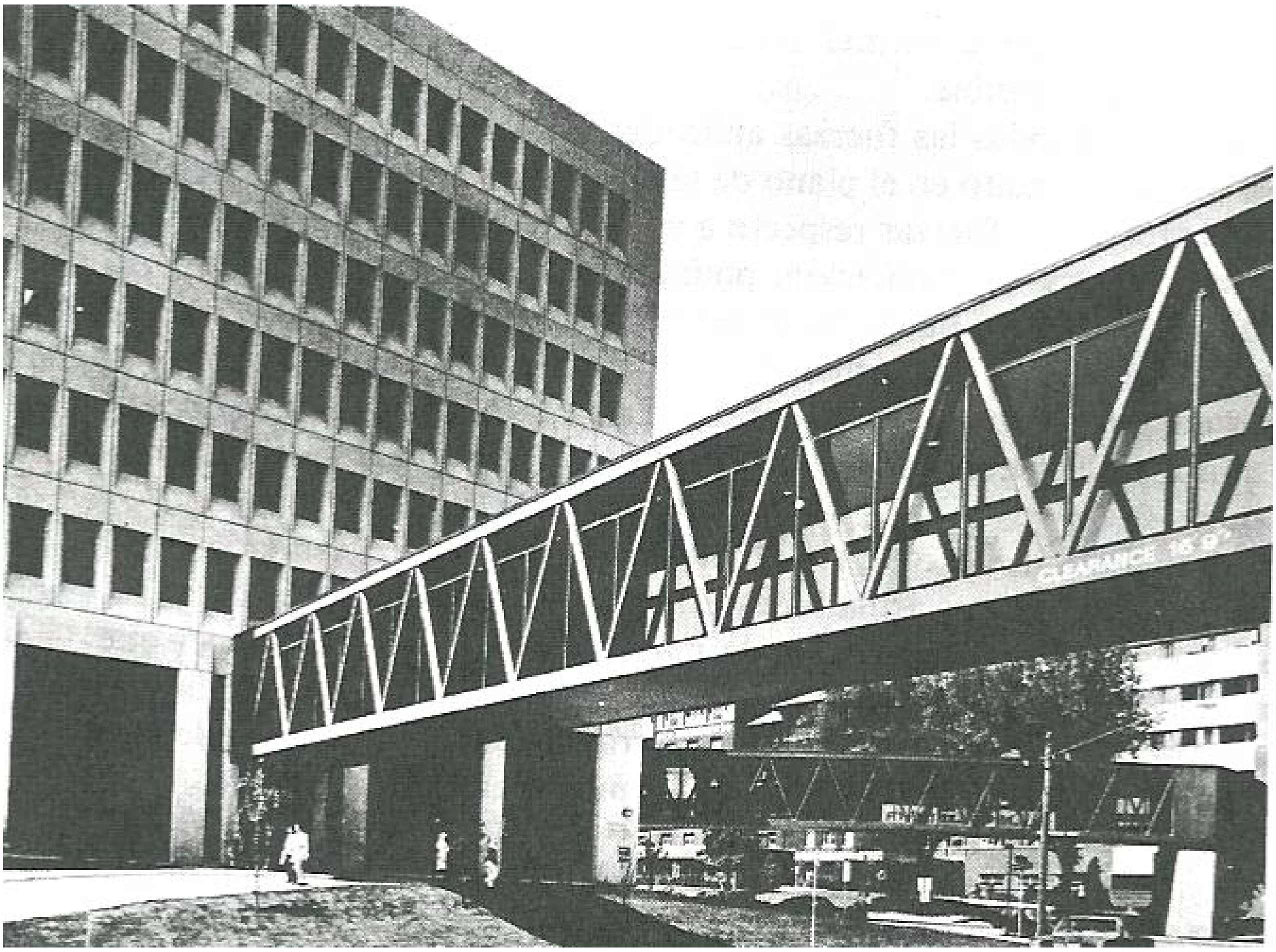
Fuerzas internas



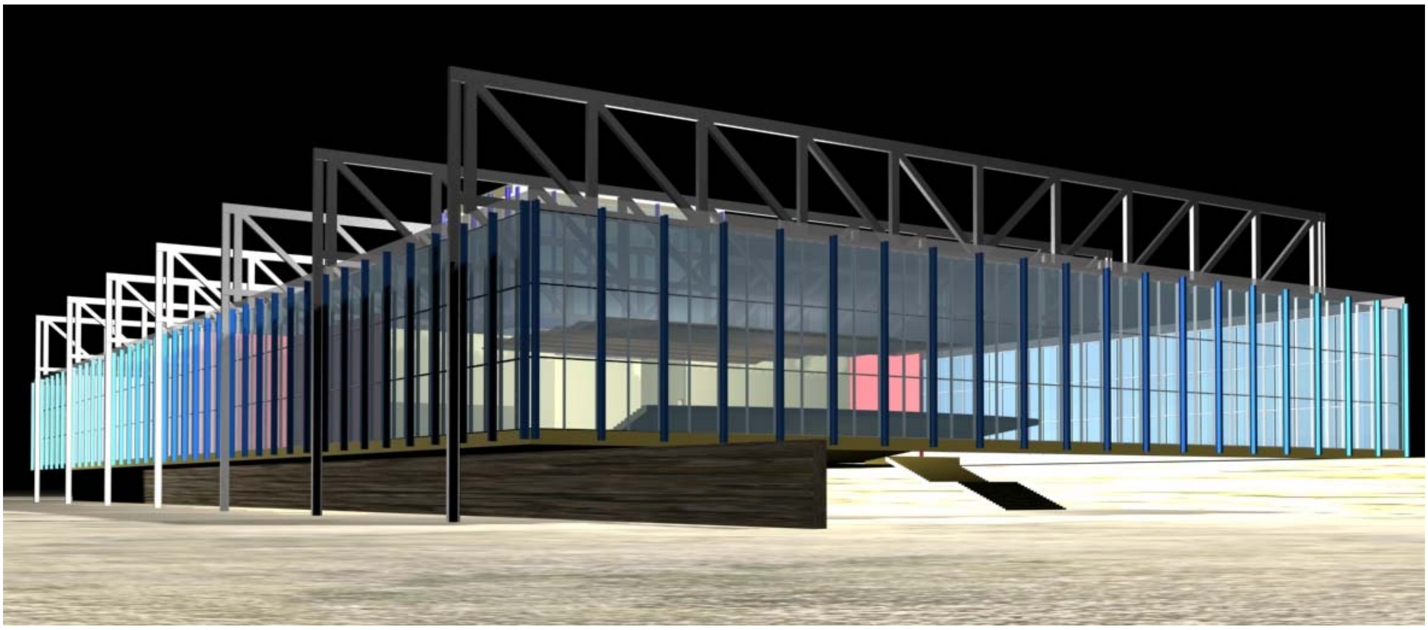


Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Las vigas de celosía en arquitectura



Sistema Skyway Fairview- St. Mary, Minneapolis, Minesota.



Maqueta del proyecto no realizado para el teatro de Manheim donde la malla plana se convierte en un elemento arquitectónico

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Puente carril bici y paso peatonal elevado Av. de los Andes (2006)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

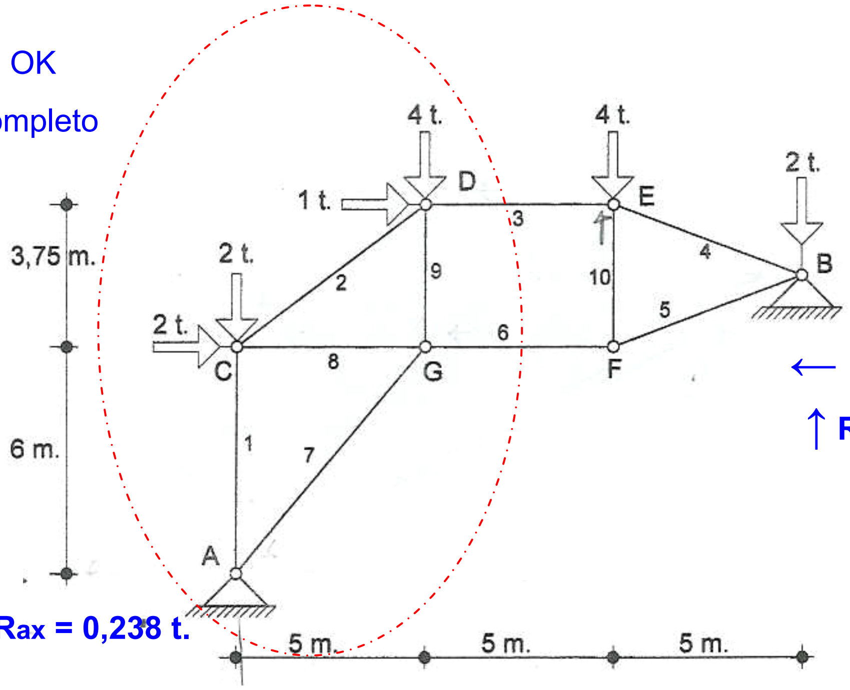
2n – r = b

2(7) - 4 = 10 → OK

Reticulado incompleto

Base fija

ISOSTÁTICA



← **Rbx = 2,762 t.**

↑ **Rby = 6,00 t.**

← **Rax = 0,238 t.**

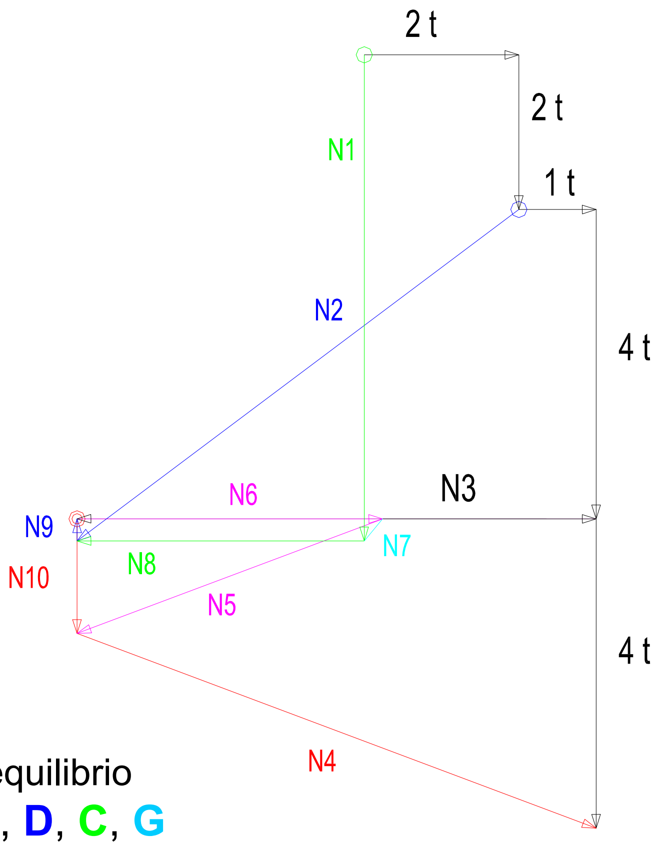
↑ **Ray = 6,00 t.**

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow \quad -4*5 - N_3*\frac{3,75}{2} + N_6*\frac{3,75}{2} = 0 \rightarrow \quad -1,875N_3 + 1,875N_6 = 20$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow \quad 2*6 + 1*9,75 + 4*5 + 9,75N_3 + 6N_6 = 0 \rightarrow \quad 9,75N_3 + 6N_6 = -41,75$$

$$\boxed{N_3 = -6,714t. \qquad N_6 = +3,952t.}$$

Barra	Tracción	Compresión
1		-6,29
2		-7,14
3		-6,71
4		-7,17
5	4,22	
6	3,95	
7	0,37	
8	3,71	
9	0,29	
10		-1,48



Reticulado incompleto.

Base fija.

Isostática conjunto.

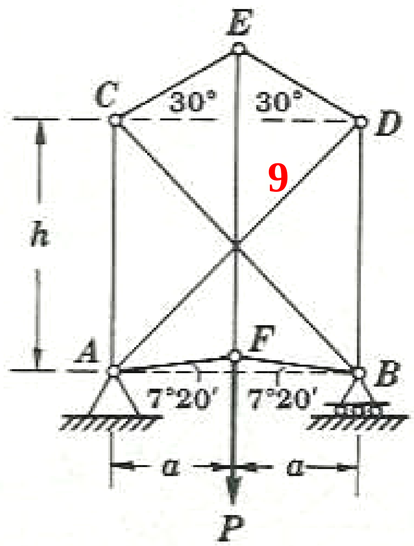
Compuesta.

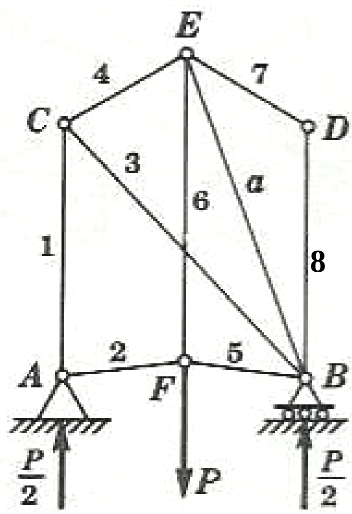
Secuencia equilibrio
nudos: **E**, **F**, **D**, **C**, **G**

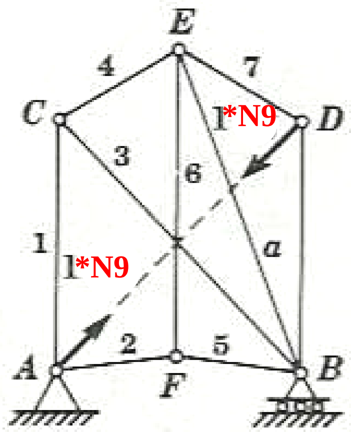
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Método de superposición: Henneberg

Estado Real = Estado auxiliar (0) + Estado auxiliar (I)







$N_9 = X$

$$Na\ (0) + [Na\ (I)]*X = 0 \quad \rightarrow \quad X = -Na\ (0)\ /\ Na\ (I) = N_9$$

Barra	Estado (0)	Estado (I)
1	-5,00	-0,574
2	----	-o,749
3	+4,55	+0,522
4	-3,91	-0,488
5	----	-0,749
6	+10,00	-0.191
7	-----	-0,858
8	-----	-1,098
a	**-8,72**	**+0,915**

2n – r = b

2(6) - 3 = 9 → OK

Isostática conjunto.

Compleja.

$N_9 = -[\ -8{,}72\ /\ 0{,}915] =$ **+9,53 t.**

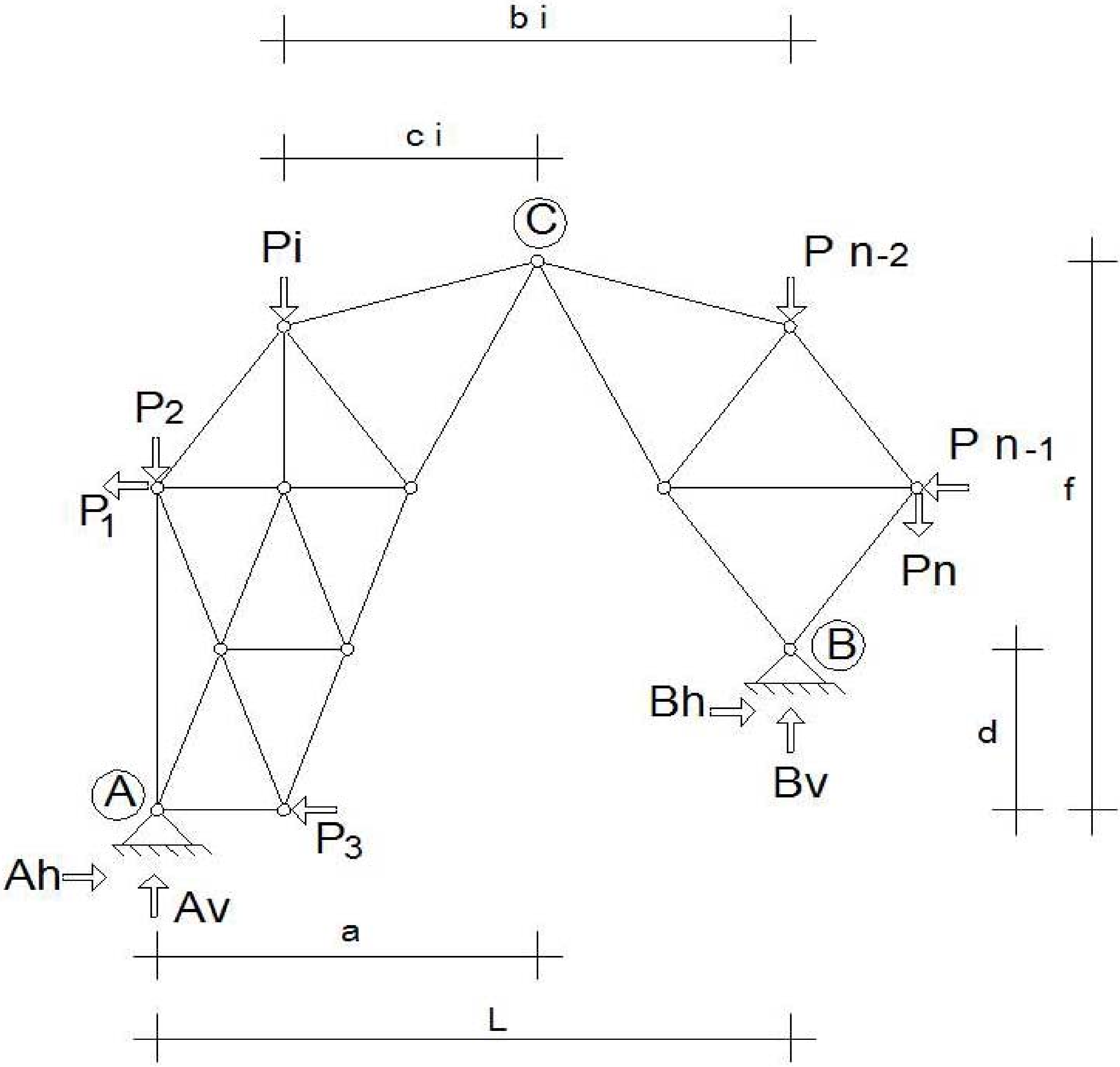
Nótese que, en este caso, sólo es necesario conocer la solicitación de la barra “a” en los dos estados virtuales para poder conocer el valor de la barra sustituida “9”.

Conocida la solicitación axil de la barra “9” se puede operar de dos maneras:

a/ Resolver la estructura real, ya que se puede empezar por el nudo “D”.

b/ Para cualquier barra aplicar la fórmula: $Nj\ real = Nj\ (0) + [Nj\ (I) * X\ ]$

Arco triarticulado (arco isostático)



Ecuaciones equilibrio general

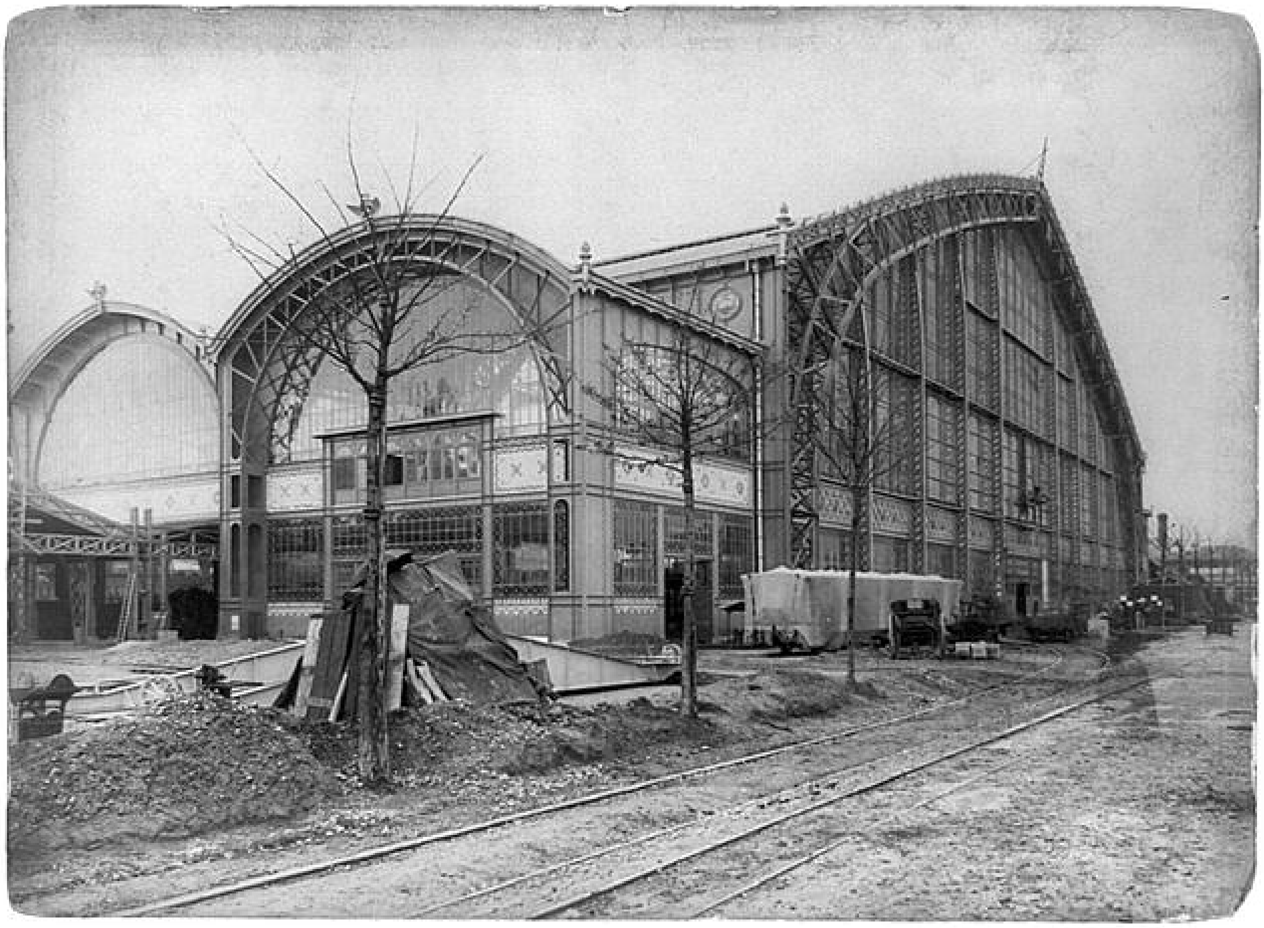
Σ Fh = 0 $\rightarrow$ Ah + Bh $\pm \sum$ Pih = 0
Σ Fv = 0 $\rightarrow$ Av + Bv $\pm \sum$ Piv = 0
Σ M_B = 0 $\rightarrow$ Ah* d $\pm$ Av * L $\pm \sum$ Pi * bi = 0

Ecuación añadido de equilibrio (sólo de una de las partes: izda o dcha)

Σ M_C (izda) = 0 $\rightarrow$ Ah * f $\pm$ Av* a $\pm \sum$ Pi * ci = 0

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Eiffel 1889 galería máquinas (exposición muldial de París)



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Eiffel 1889 maqueta galería máquinas

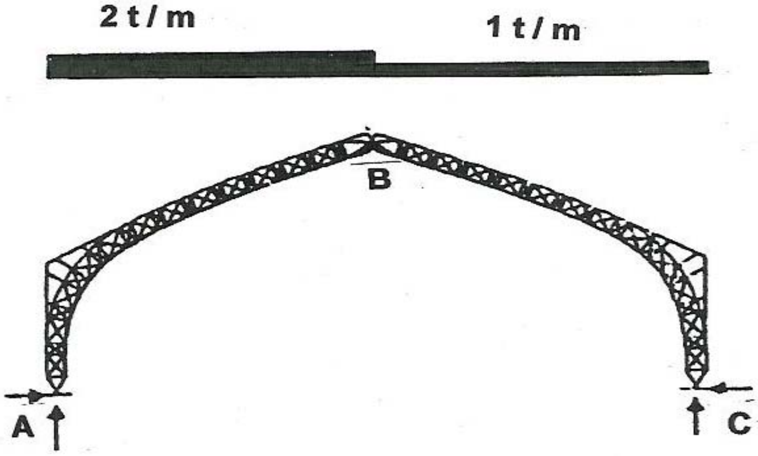
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Arco 3 articulaciones ejercicio nº 1

1/ Estructura principal de la Galería de Máquinas de la Exposición Universal de 1889 en Paris. (Desafortunadamente este edificio fue innecesariamente demolido).

Luz :115 m. (Es la primera vez que se alcanza una luz de tal amplitud).
Longitud: 420 m.
Altura: 46 m.
Autor: Gustave Eiffel

Se pide:
1º/ Valor de la reacción en el apoyo A.
2º/ Valor de la reacción en la clave B.
3º/ Valor de la reacción en el apoyo C.



R_A= 114,155 t. R_{AX}= 53,906 t. R_{AY}= 100,625 t.

R_B= 55,790 t. R_{BX}= ± 53,625 t. R_{BY}= ± 14,355 t.

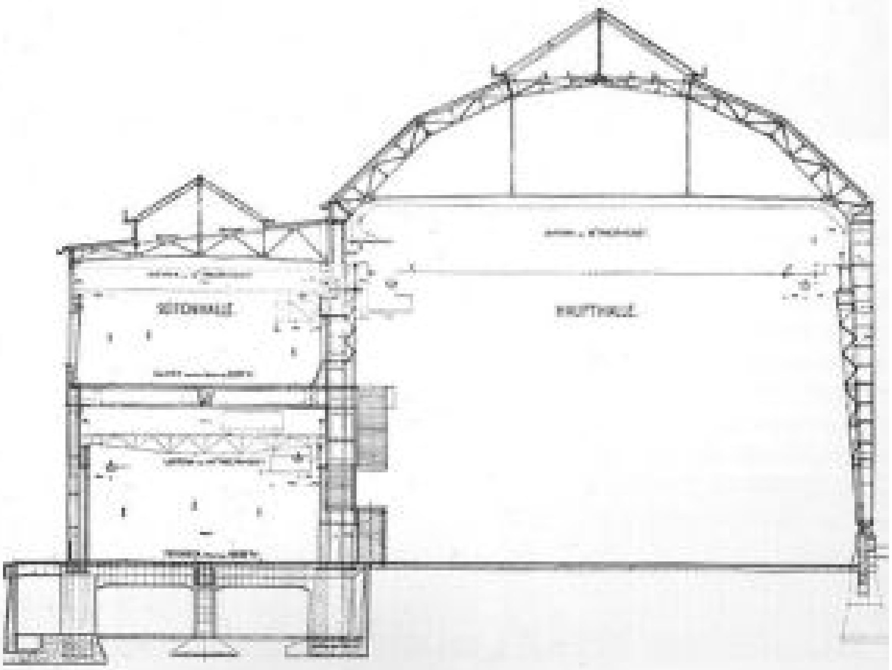
R_C= 89,844 t. R_{CX}= -53,625 t. R_{CY}= 71,875 t.

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Peter Behrens 1909 nave de turbinas fábrica A.E.G. Berlín

Peter Behrens (arq.), Karl Bernhard (ing.)
Nave de montaje de la fábrica de turbinas AEG en Berlín, 1908–1909
Bildarchiv Foto Marburg

La estructura, compuesta por arcos de triple articulación con cables tensores, tiene una altura de casi 25 metros. En el frente lateral, los apoyos aparecen en el exterior, y entre ellos retroceden un poco las grandes superficies acristaladas. El frente del frontón está flanqueado por dos pilones que se van estrechando. El frontón poligonal con la inscripción de la empresa parece descansar en el ventanal central. En realidad, estos elementos de apariencia poderosa y maciza son sólo un fino revestimiento de hormigón, sostenido por una malla de acero. Son elementos sin función portante alguna. Las finas listas de hierro en las ranuras de los pilones y la fina estructura de metal del tímpano indican lo artificioso de los medios empleados.



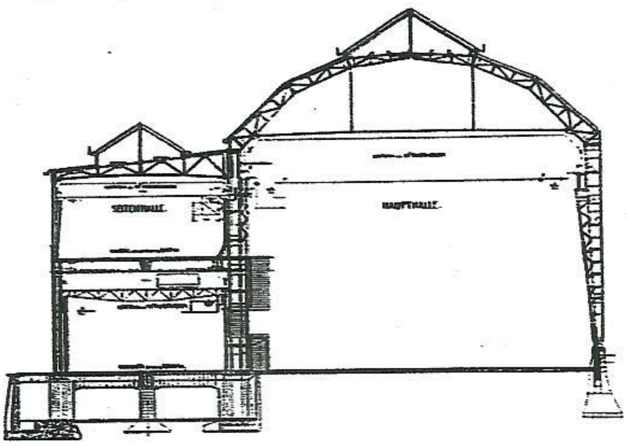
Sección transversal de las naves principal y lateral

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Arco 3 articulaciones ejercicio nº 2

2/

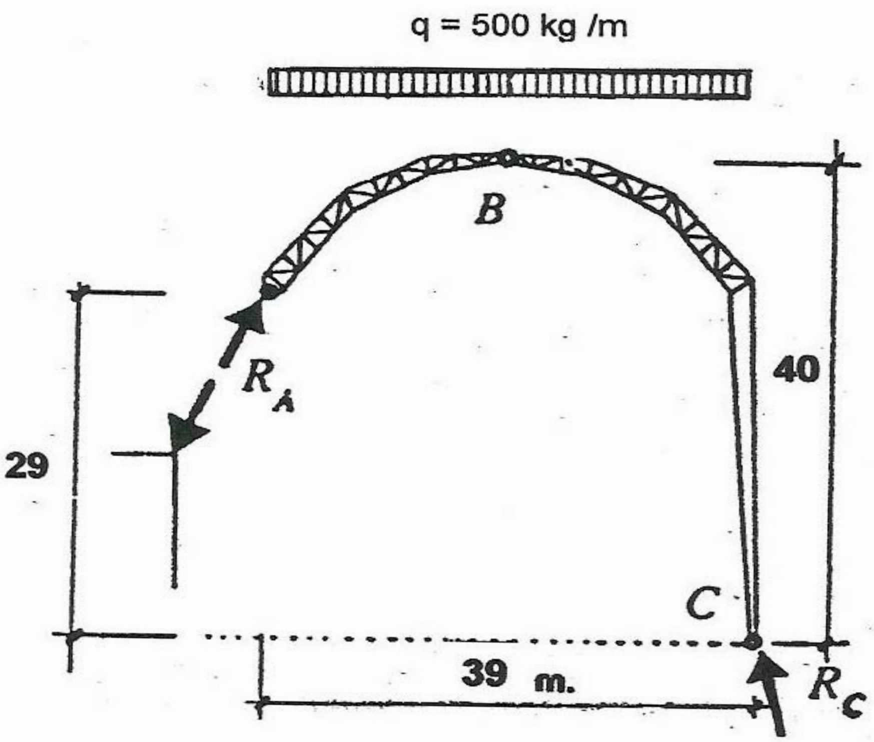
Turbinenfabrik, cross section.



Esquema de la estructura principal de la Fábrica AEG proyectada por Peter Behrens en 1909. Dimensiones generales y estado de cargas según figura adjunta. Determinar el valor de las reacciones para el estado de cargas propuesto.

Se pide:

1º/ Valor de la reacción en el apoyo A.
2º/ Valor de la reacción en la clave B.
3º/ Valor de la reacción en el apoyo C.



R_A= 7,911 t.

R_B= 4,646 t.

R_C= 12,522 t.

Arco de 3 articulaciones ejercicio nº 3

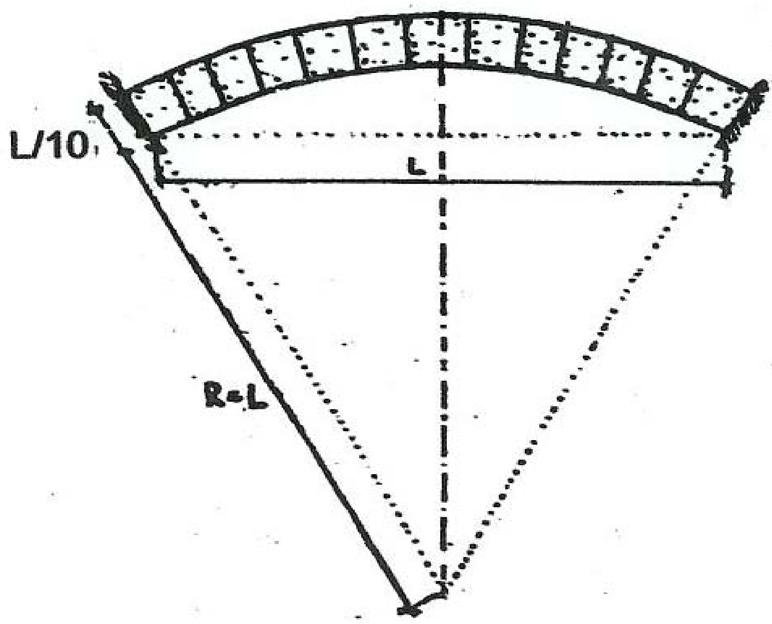
Arco rebajado de piedra sometido a su propio peso que podemos asimilar a una carga continua q.

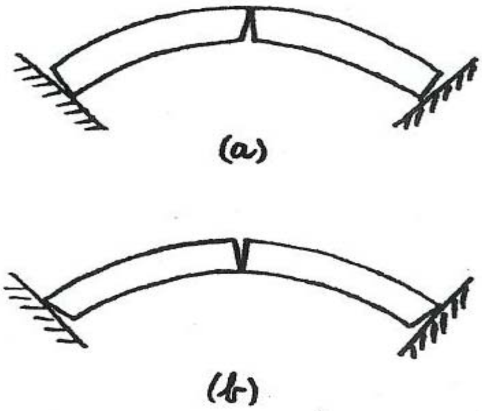
Determinar el valor del empuje si:

a/ los apoyos se separan ligeramente.

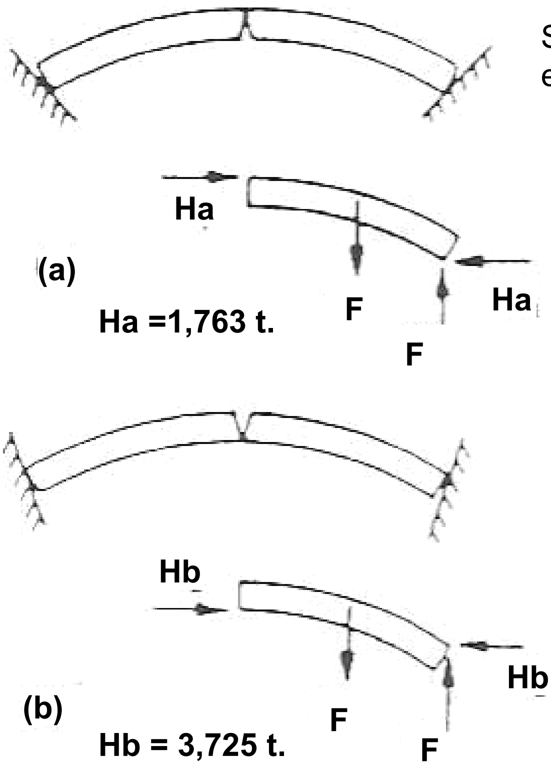
b/ Los apoyos se acercan ligeramente.

ρ = L /10 q= 400 kp /m L = 8,25 m.





Arco de medio punto



Si el empuje del arco no es soportado por sus elementos extremos el arco se abre separándose sus apoyos laterales.

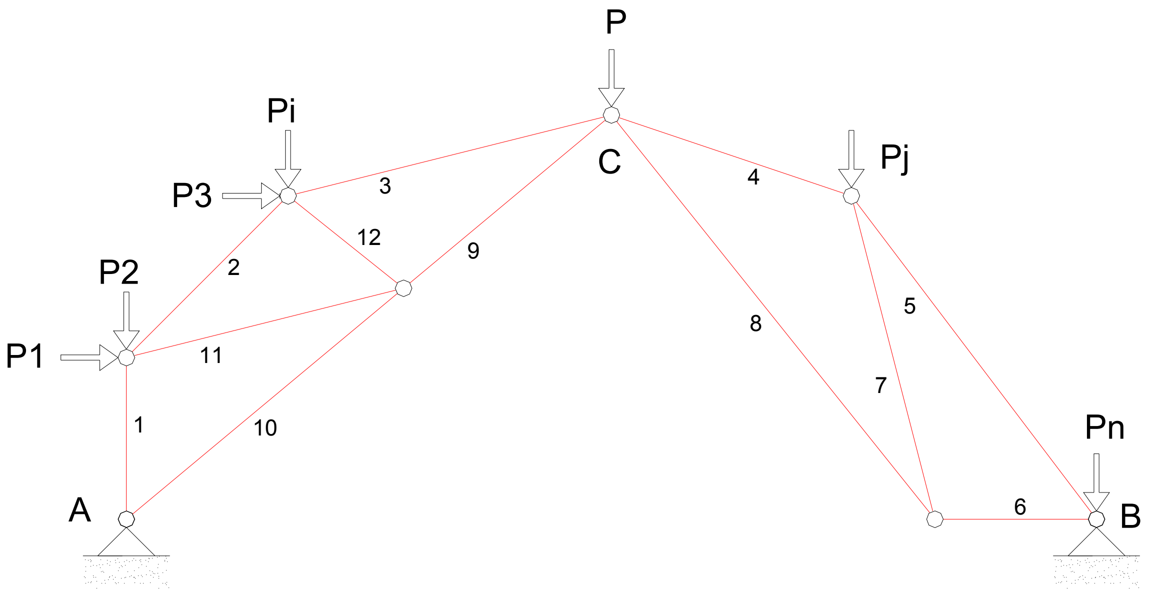
Arriostramiento con muro contrafuerte o arbotantes

Si el arco recibe de otros un empuje mayor que "H" el arco falla y se cierra aproximándose sus apoyos laterales.

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Reacciones arco de tres articulaciones gráficamente

Se trata de resolver el polígono funicular que pasa por tres puntos: A, C y B.



Descompondremos las acciones exteriores en dos sistemas:

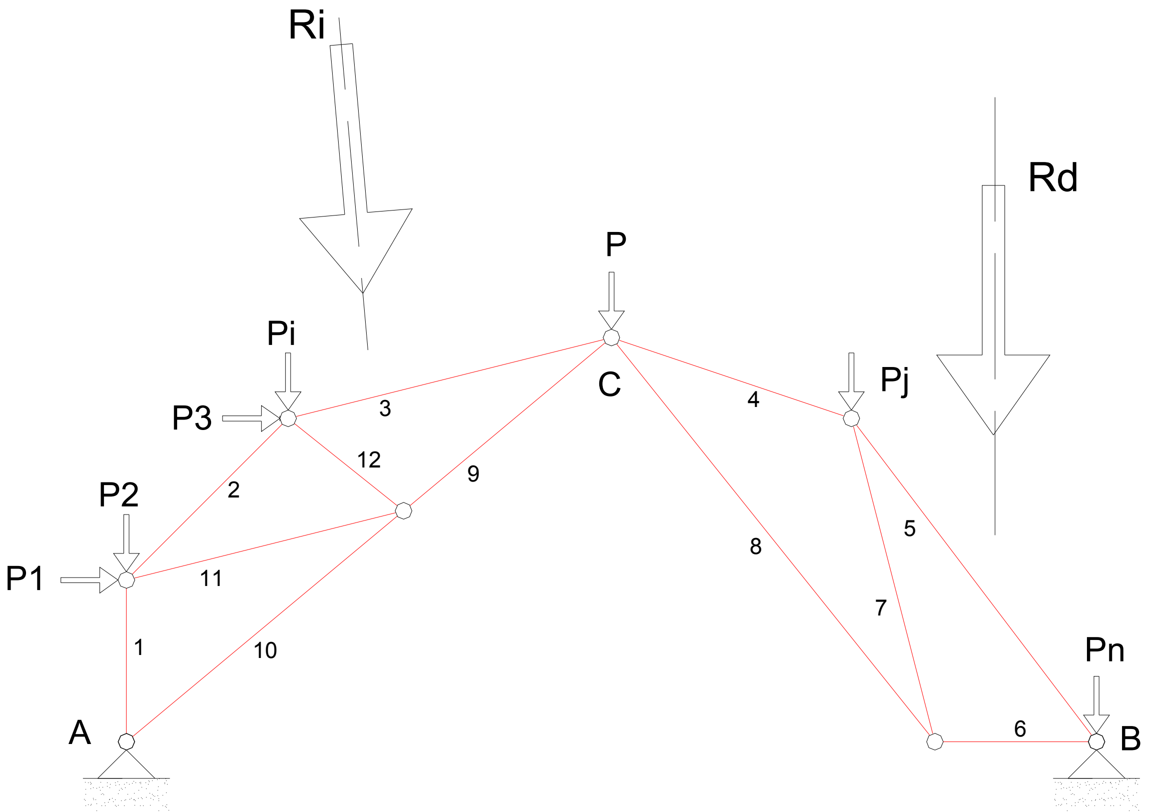
1/ Zona izquierda, desde la articulación “**A**” hasta la articulación intermedia “**C**”.

2/ Zona derecha, desde la articulación intermedia “**C**” hasta la articulación “**D**”.

3/ Obtendremos la resultante de fuerzas a la izquierda **Ri** y la resultante de fuerzas a la derecha **Rd**.

(Si hubiera alguna carga “ **P** ” aplicada directamente en la rotula “ **C** ” la podemos ponerla en la izquierda, en la derecha, o una fracción de la carga en la izquierda y el resto en la derecha.

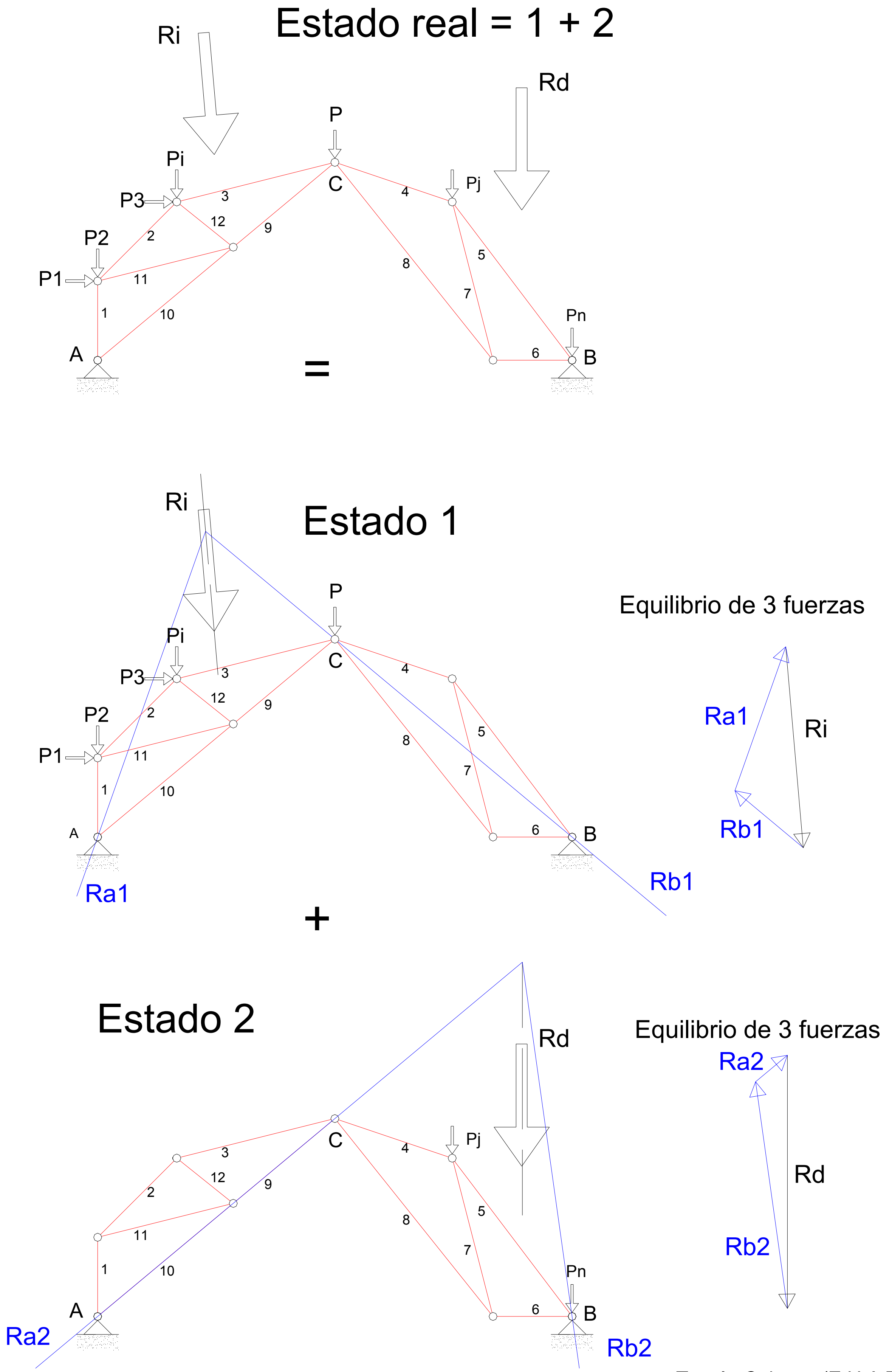
Tendremos entonces:



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

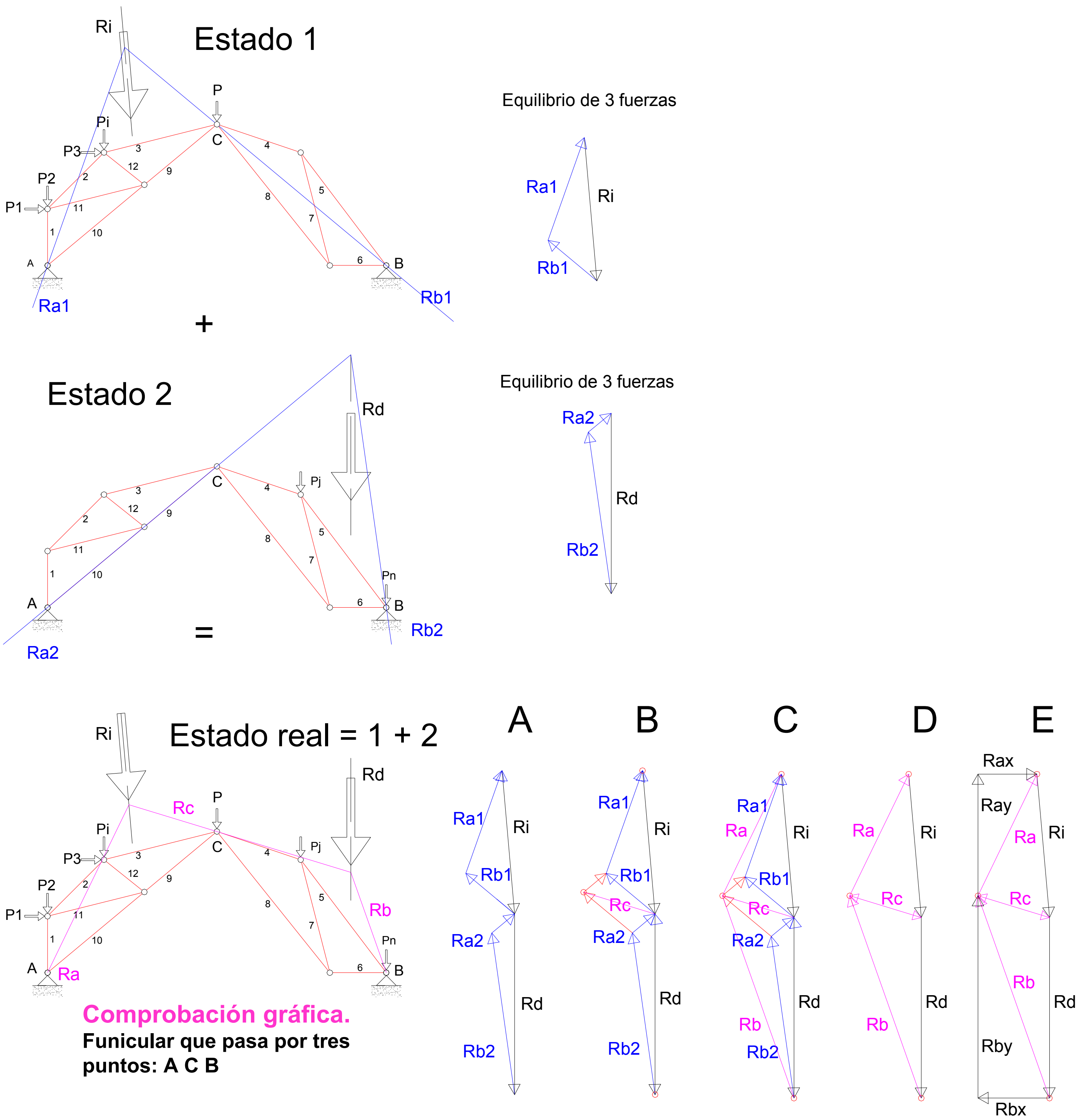
Reacciones arco de tres articulaciones gráficamente

A continuación aplicaremos el **principio de superposición** descomponiendo el problema en dos estados: Estado 1 y Estado 2.



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Reacciones arco de tres articulaciones



A: Superposición estados 1+2 (Ra1+ Rb1) + (Ra2 + Rb2).

B: Se agrupan las reacciones parciales de sus apoyos (Ra1 + Ra2) y (Rb1 + Rb2), y se obtiene el punto O solución única del problema.

C: Se obtienen la fuerza Rc que pasa por la clave.

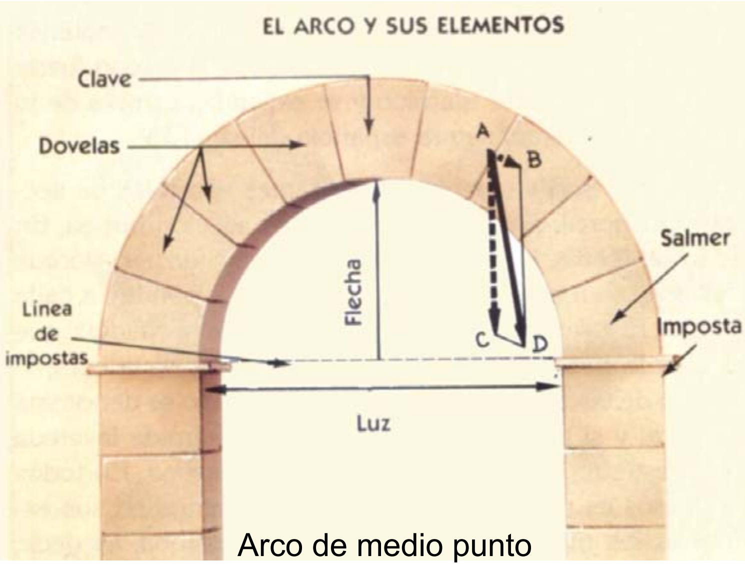
D: Se obtienen la reacciones totales en los apoyos: Ra y Rb.

} **Comprobación gráfica.**

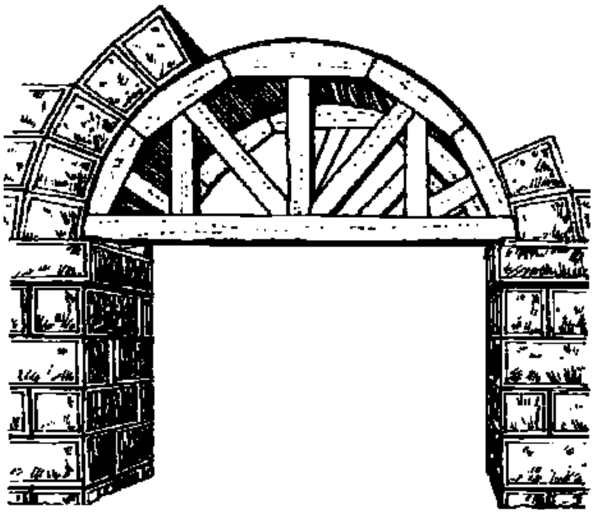
E: Coordenadas cartesianas reacciones: (Ra = Rax + Ray) y (Rb = Rbx + Rby).

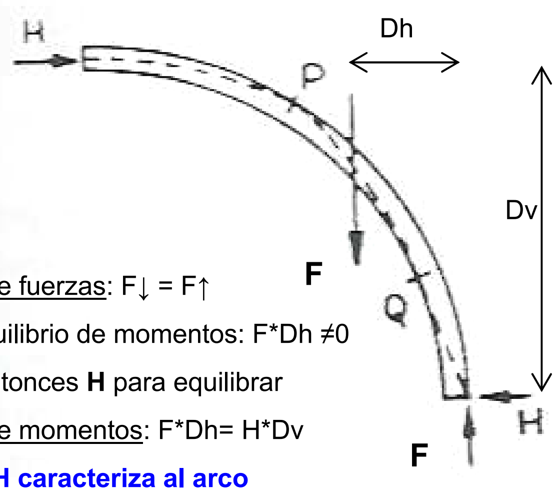
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Partes del arco



Arco de medio punto


Esquema construcción arco



Equilibrio de fuerzas: F↓ = F↑

Hay desequilibrio de momentos: F*Dh ≠0

Aparece entonces **H** para equilibrar

Equilibrio de momentos: F*Dh= H*Dv

El empuje **H caracteriza al arco**


Arco de piedra de espesor mínimo en la clave

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

El pandeo en el arco

Arco Constantino (Roma)

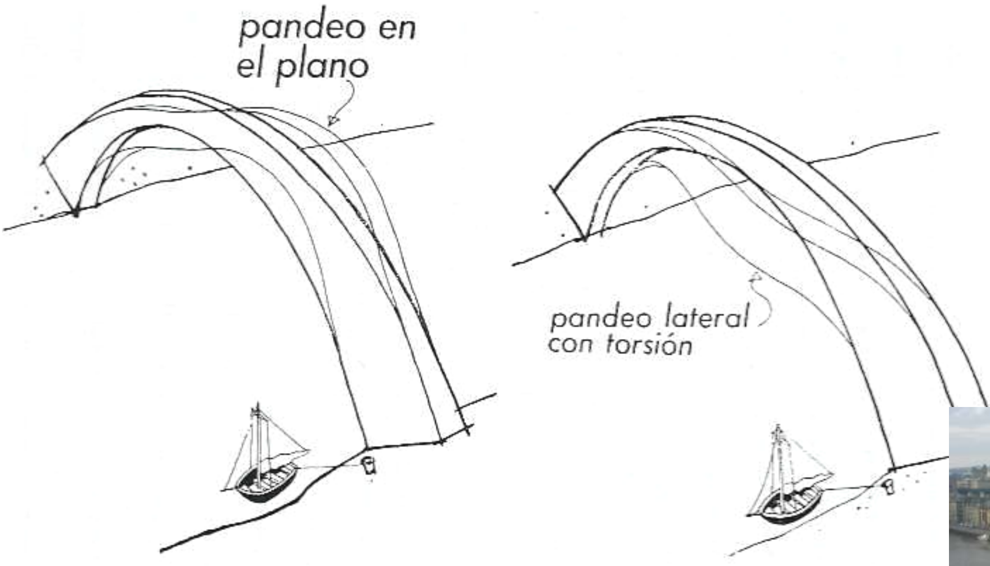
Arco Septimio Severo (Livia)

En el arco hay que tener en cuenta también su tercera dimensión, es decir, espesor.

Se trata de evitar los dos tipos de pandeo:

1/ Pandeo en su plano.

2/ Pandeo lateral fuera de su plano, es decir, en un plano perpendicular al suyo



VII-5 a b

Arco portante puente

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ejemplos arco de tres articulaciones

ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TÉCNICA
Dpto. "TECNOLOGÍA DE LA EDIFICACIÓN"
(223) ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN II
EXAMEN EXTRAORDINARIO (14/12/2007)

Apellidos:	Nombre:	D.N.I.:	G

De la estructura de acero croquizada, de peso propio despreciable, se pide:

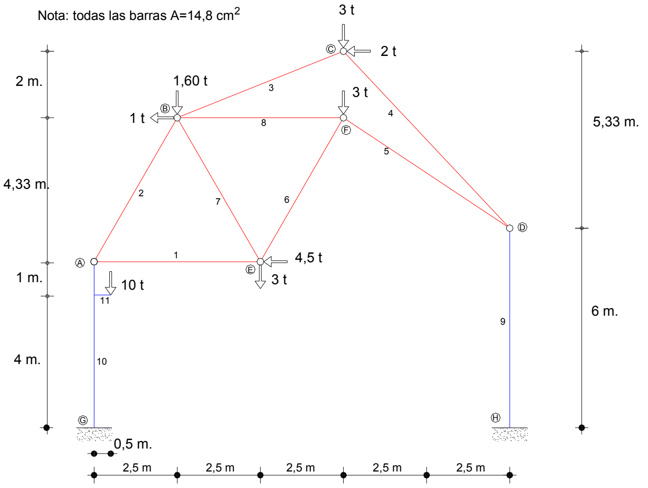
1/ Analizarla y clasificarla.

2/ Obtener analítica y gráficamente las reacciones (componentes horzontal y vertical).

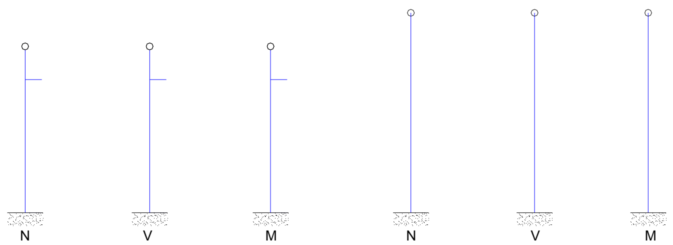
3/ Obtener las solicitaciones en todas las barras y dibujar a escala los de las barras: 9,10,11.

4/ Calcular los desplazamientos horizontal y vertical del nudo D (indicando módulo, dirección y sentido).

Nota: todas las barras A=14,8 cm^2



B	1	2	3	4	5	6	7	8
N +								
N -								



Este ejercicio puntúa sobre 10 puntos

ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TÉCNICA
Dpto. "TECNOLOGÍA DE LA EDIFICACIÓN"
(223) ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN II
EXAMEN EXTRAORDINARIO (11/09/2007)

Apellidos:	Nombre:	D.N.I.:	G

De la estructura de acero croquizada, de peso propio despreciable, se pide:

1/ Analizarla y clasificarla.

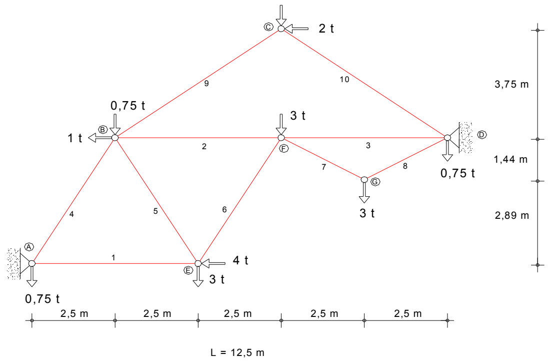
2/ Obtener analítica y gráficamente las reacciones (componentes horzontal y vertical).

3/ Obtener las solicitaciones en todas las barras.

4/ Calcular los desplazamientos horizontal y vertical del nudo F (indicando módulo, dirección y sentido).

5/ Es tolerable el desplazamiento vertical del nudo F si la flecha admisible es: L/1000.

Nota: todas las barras A=14,8 cm^2



B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N +										
N -										

Este ejercicio puntúa sobre 10 puntos

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)