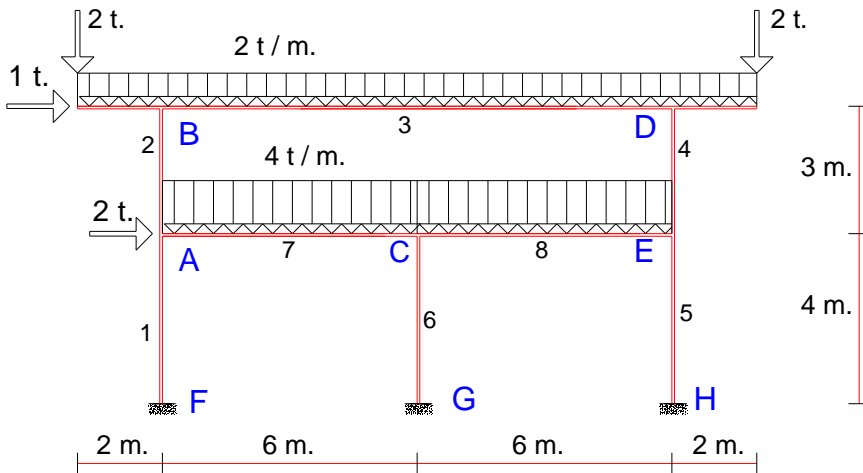


## Ejercicio n° 7 Pórtico doble altura

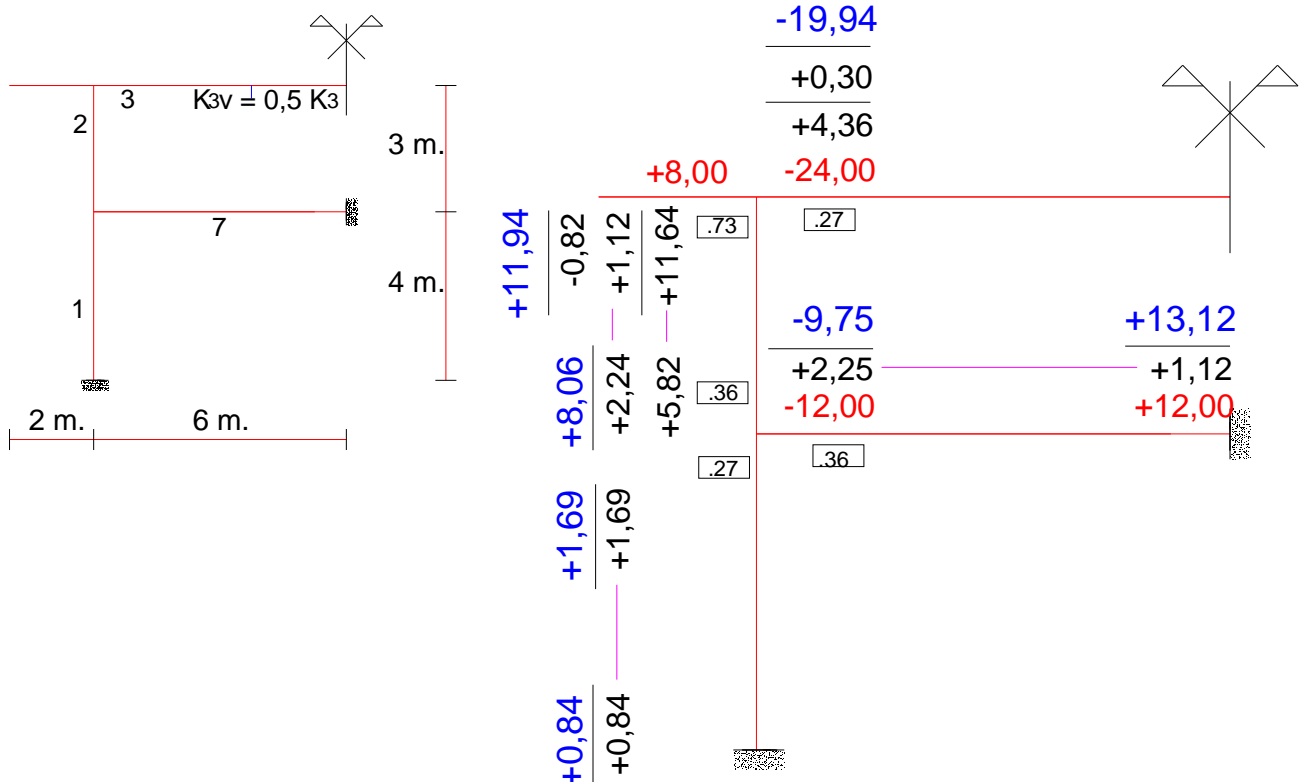
De la estructura croquizada de peso propio despreciable se pide: diagramas de solicitaciones a escala y acotados.



ETAPA I : M.E.P. y factores de reparto

Barra n°	I	K EI	M.E.P. mt	
			Izda	Dcha
1-5	1	1		
2-4	1	4/3		
3	3	1	-24	+24
6	1	1		
7-8	2	4/3	-12	+12

**ETAPA II :** Equilibrio de nudos. Se liberan los nudos uno a uno, se equilibra y transmite en su caso. Se comienza por el nudo más desequilibrado.



$$K_2 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .727$$

$$K_1 = EI \rightarrow r_1 = .272$$

**Nudo B:**  $K_{3v} = 1/2 EI \rightarrow r_3 = .273$

**Nudo A:**  $K_2 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .364$

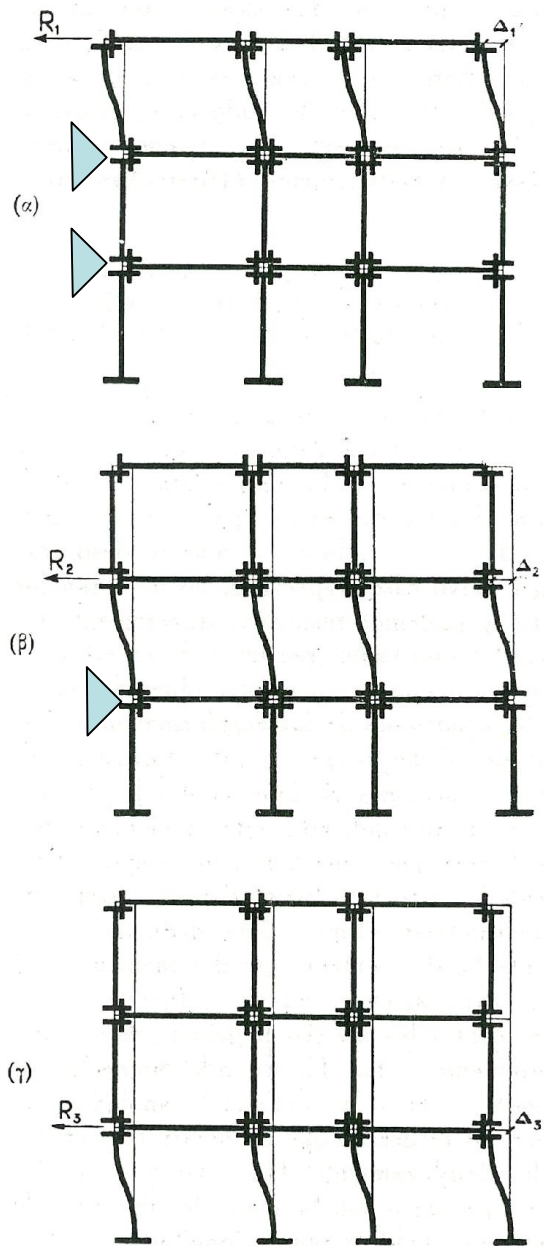
$$\Sigma K_j = 1,833EI \quad \Sigma r_j = 1$$

$$K_7 = 4/3 EI \rightarrow r_7 = .364$$

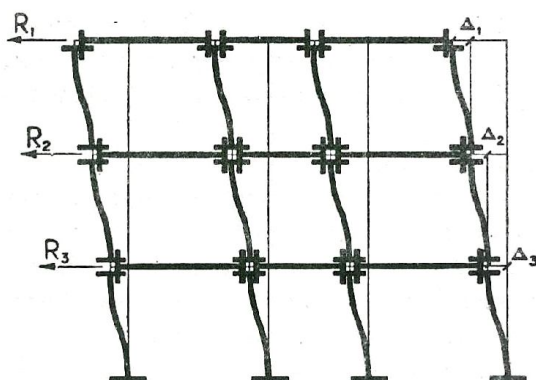
$$\Sigma K_j = 11/3 EI \quad \Sigma r_j = 1$$

## Etapa III procedimiento directo e indirecto.

**ETAPA III:** Procedimiento indirecto. Se generan momentos en una sola planta



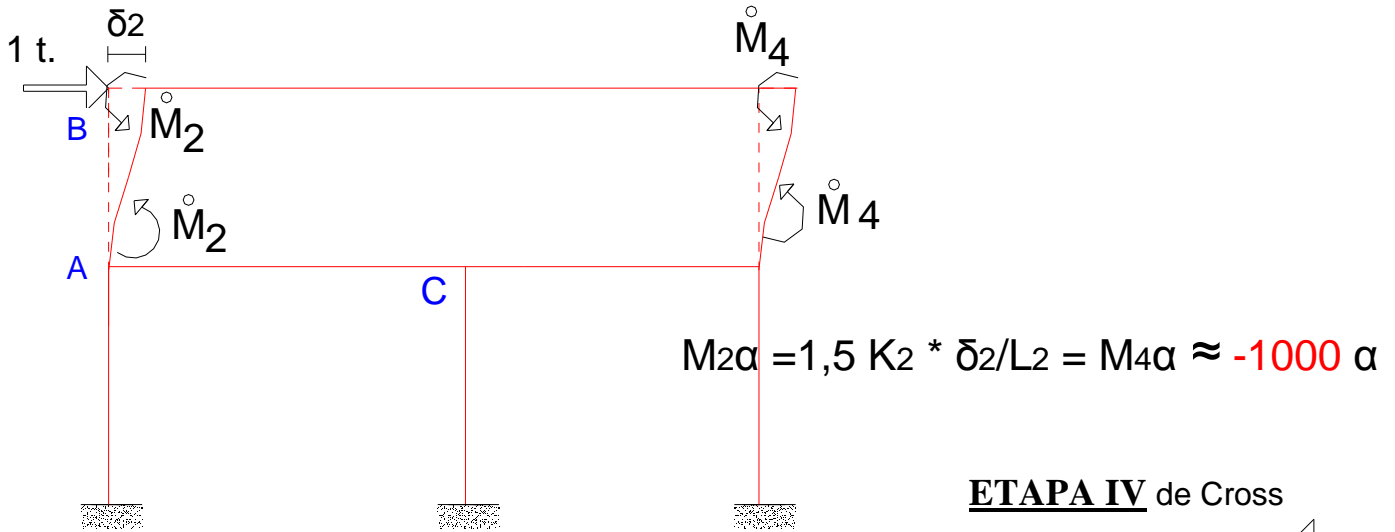
**ETAPA III** Procedimiento directo. Superposición de procedimiento indirecto.



## Ejercicio nº7 etapas IIIα y IV α

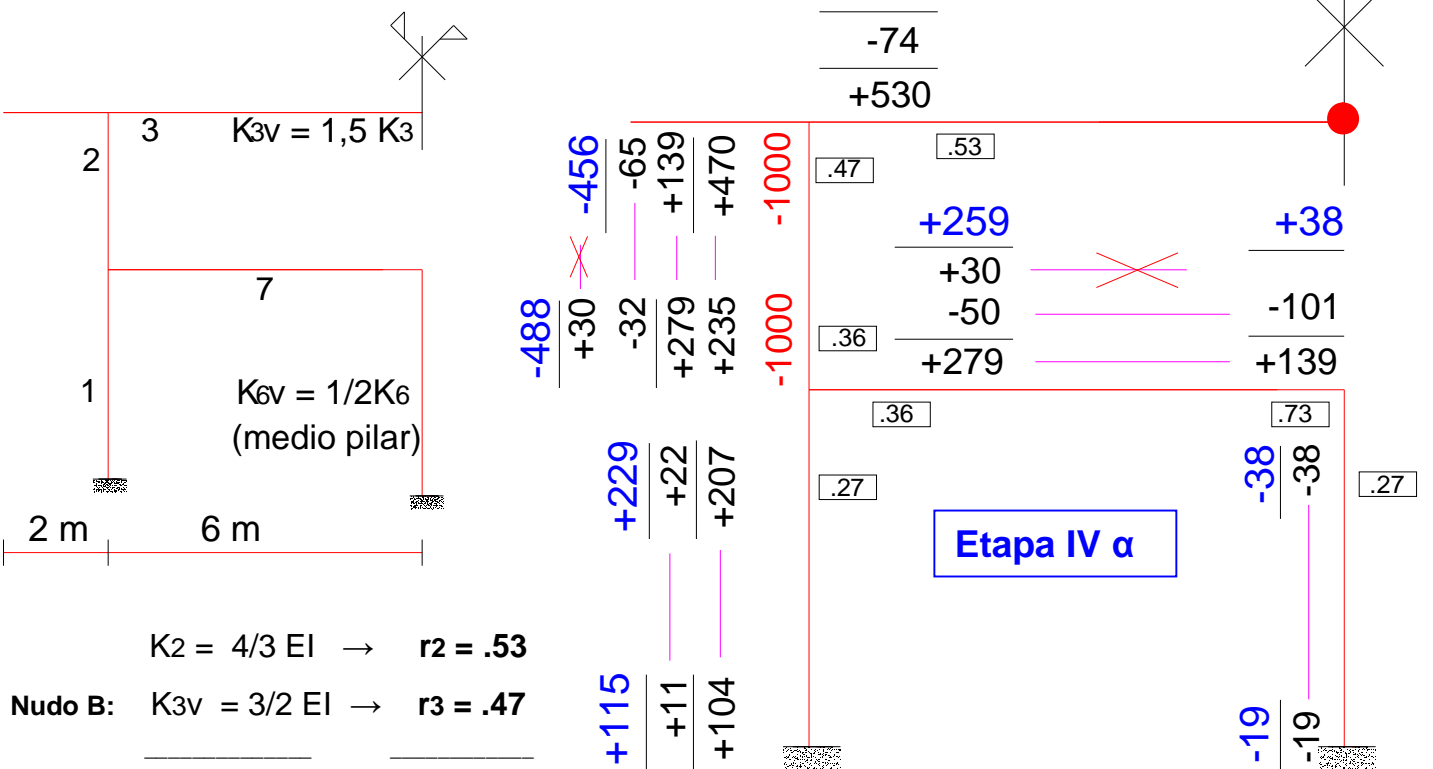
### ETAPA III de Cross: **Los nudos se desplazan pero no giran.**

Si los desplazamientos son desconocidos los momentos son función de los parámetros: " α, β, ... " cuyo número coincide con el grado de desplazabilidad. (En este caso 2).



$$M_{2\alpha} = 1,5 K_2 * \delta_2 / L_2 = M_{4\alpha} \approx -1000 \alpha$$

### ETAPA IV de Cross



Nudo B:

$$K_2 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .53$$

$$K_{3v} = 3/2 EI \rightarrow r_3 = .47$$


---


$$\Sigma K_j = 2EI \quad \Sigma r_j = 1$$

Nudo C:

$$K_7 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .727$$

$$K_{6v} = 1/2 EI \rightarrow r_3 = .273$$


---


$$\Sigma K_j = 1,833EI \quad \Sigma r_j = 1$$

Nudo A:

$$K_1 = EI \rightarrow r_1 = .273$$

$$K_2 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .364$$

$$K_7 = 4/3 EI \rightarrow r_7 = .364$$

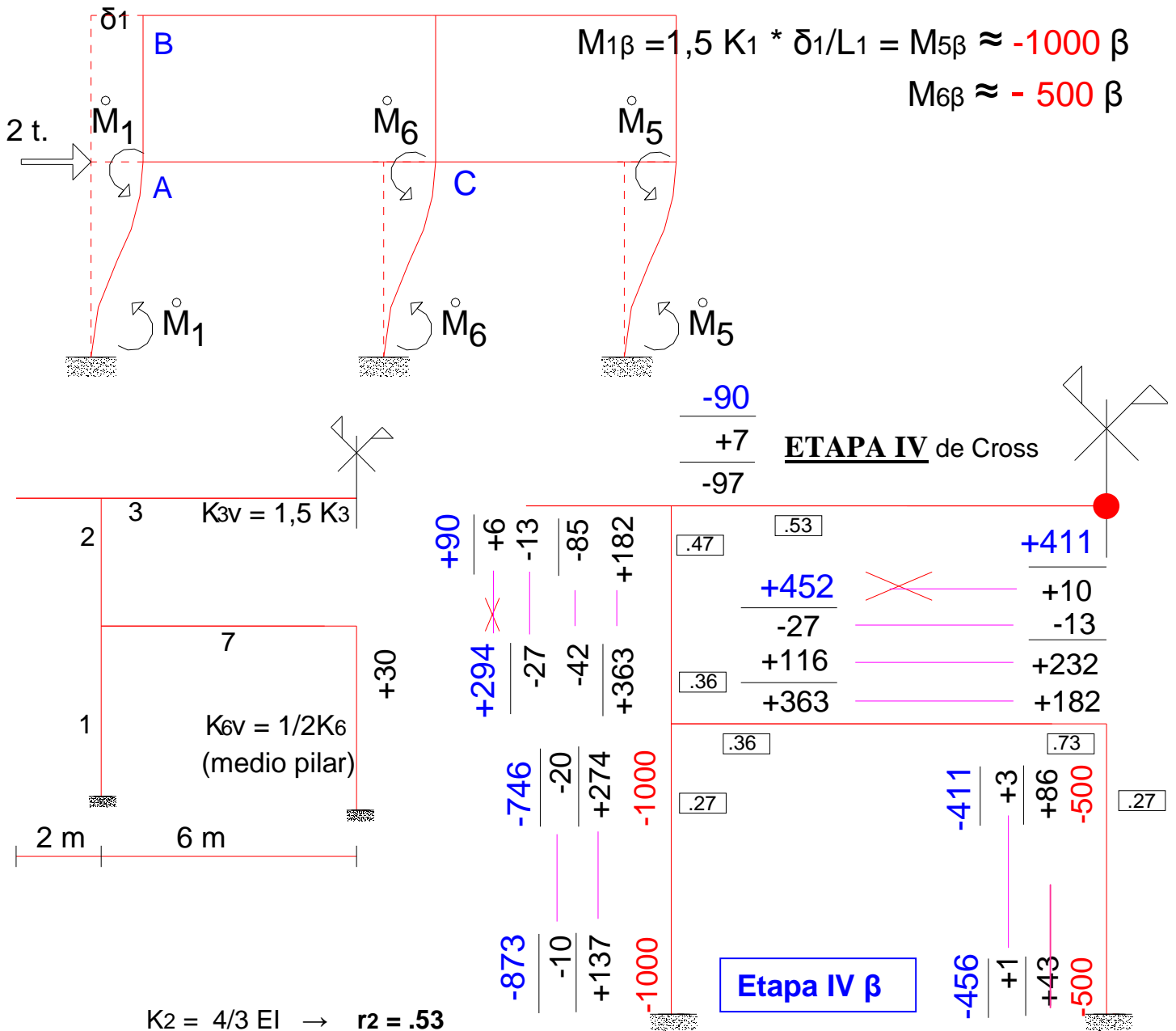

---


$$\Sigma K_j = 11/3 EI \quad \Sigma r_j = 1$$

## Ejercicio n° 7 etapas III $\beta$ y IV $\beta$

### ETAPA III de Cross: **Los nudos se desplazan pero no giran.**

Si los desplazamientos son desconocidos los momentos son función de los parámetros: “  $\alpha$ ,  $\beta$ , ... ” cuyo número coincide con el grado de desplazabilidad. (En este caso 2).



$$K_2 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .53$$

**Nudo B:**  $K_{3v} = 3/2 EI \rightarrow r_3 = .47$

$$\Sigma K_j = 2,833EI \quad \Sigma r_j = 1$$

$$K_7 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .727$$

**Nudo C:**  $K_{6v} = 1/2 EI \rightarrow r_3 = .273$

$$\Sigma K_j = 1,833EI \quad \Sigma r_j = 1$$

$$K_1 = EI \rightarrow r_1 = .273$$

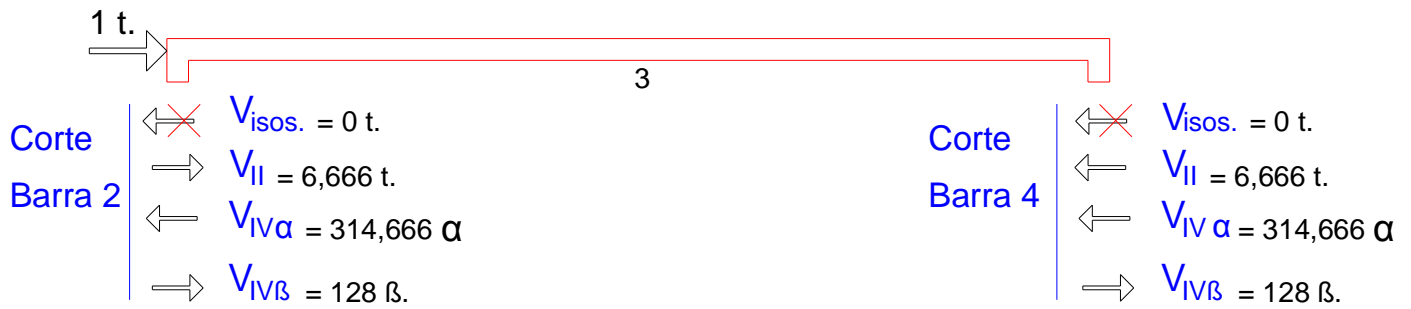
**Nudo A:**  $K_2 = 4/3 EI \rightarrow r_2 = .364$

$$K_7 = 4/3 EI \rightarrow r_7 = .364$$

$$\Sigma K_j = 11/3 EI \quad \Sigma r_j = 1$$

## Etapa V.

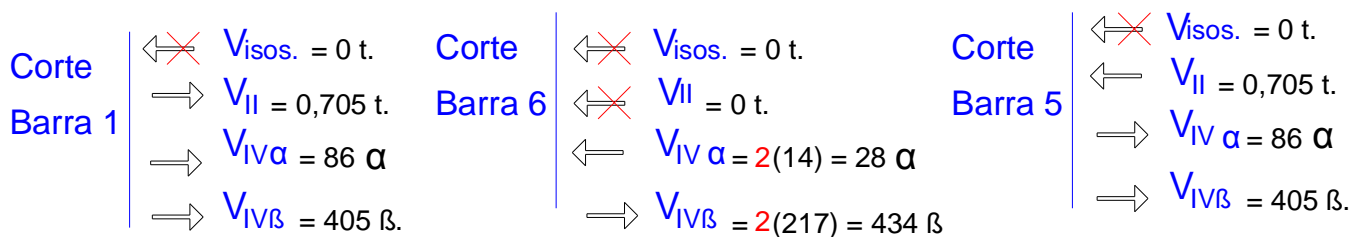
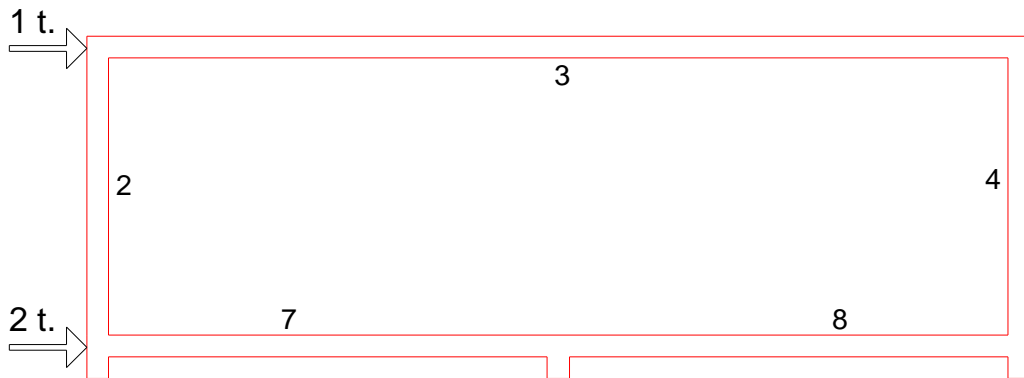
**ETAPA V:** Se plantean tantas ecuaciones de equilibrio como incógnitas paramétricas tengamos: "α β γ..."



$$\begin{aligned} (-456 - 488) / 3 &= 314,666 \alpha \\ (+294 + 90) / 3 &= 128 \beta. \end{aligned}$$

Suma de fuerzas cortantes + F ext. = 0

$$\underline{1 \text{ t.} - 2(314,666) \alpha + 2(128) \beta = 0}$$



$$\begin{aligned} (+229 + 115) / 4 &= 86 \alpha \\ (-873 - 746) / 4 &= 405 \beta. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-38 - 19) / 4 &= 14 \alpha \\ (-411 - 456) / 4 &= 217 \beta. \end{aligned}$$

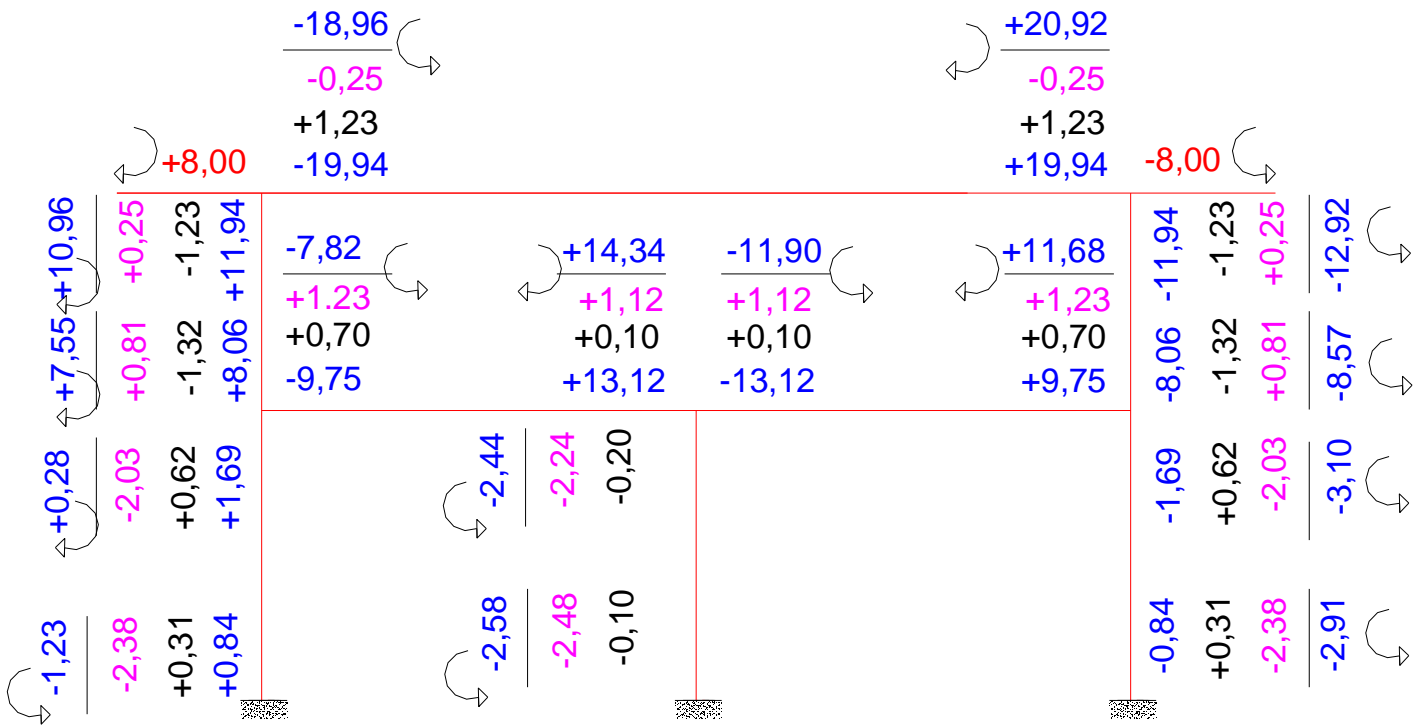
Suma de fuerzas cortantes + F ext. = 0

$$\underline{3 \text{ t} - 144 \alpha - 1244 \beta = 0}$$

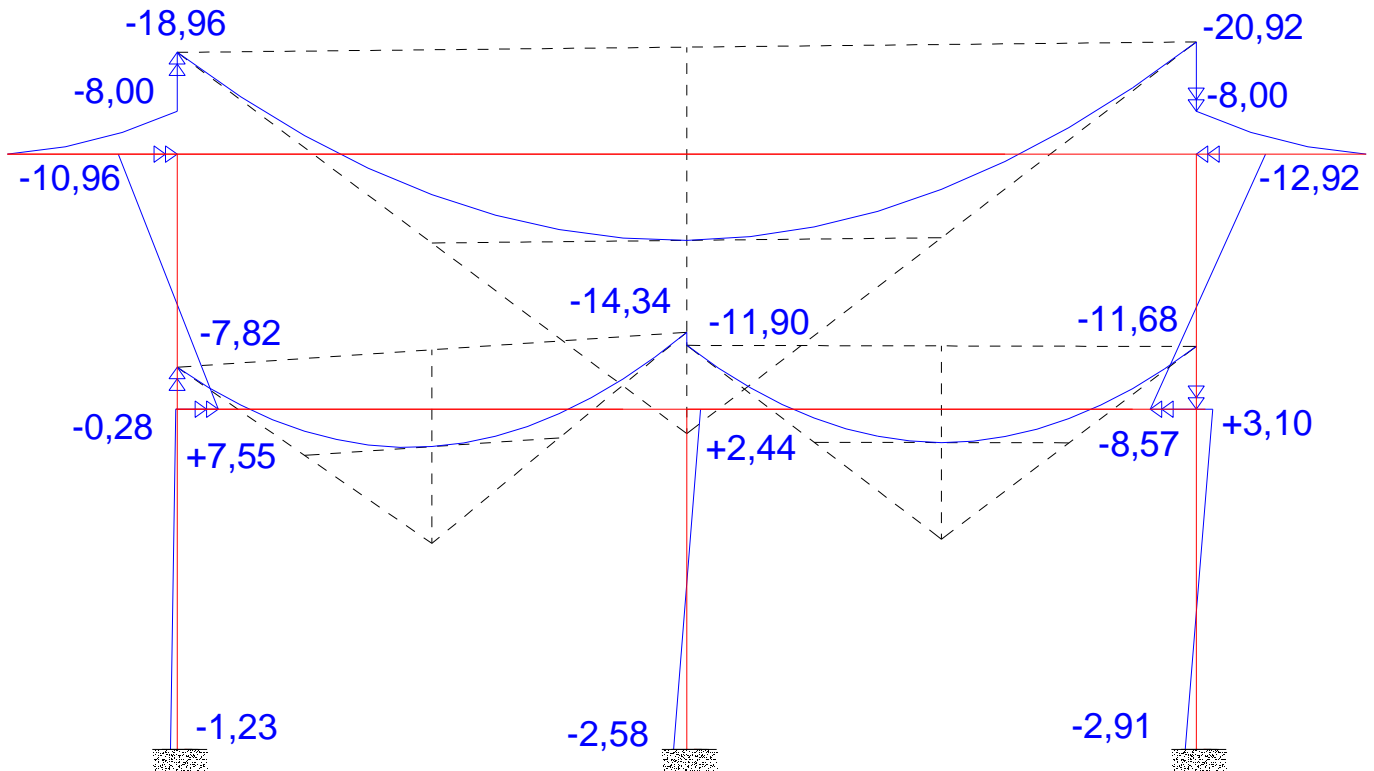
$$\begin{aligned} \alpha &= + 0,002696955132... \\ \beta &= + 0,002723763295... \end{aligned}$$

## Momentos definitivos en extremo de barra.

Momentos definitivos en extremos de barra. Puede comprobarse en color azul la primera aproximación de momentos en la etapa II de Cross, en azul, y las correcciones por el efecto del viento (etapas  $\alpha$  y  $\beta$ ) en una edificación de poca altura (dos planitas)

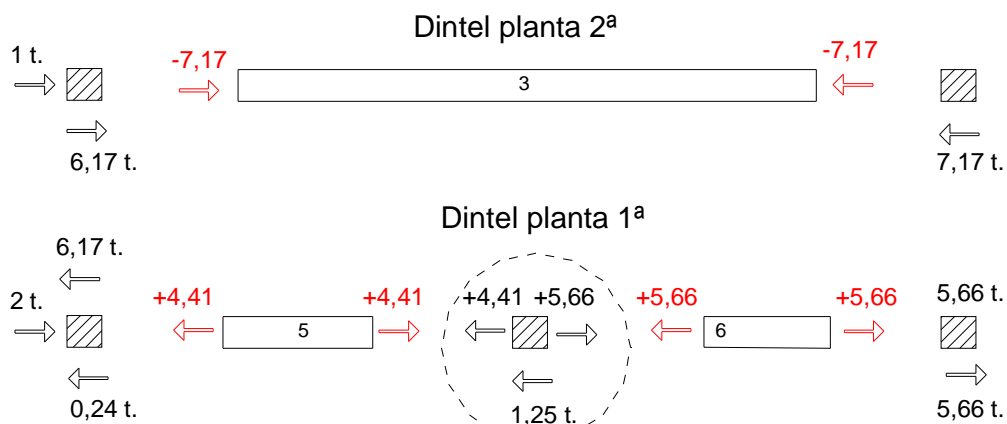
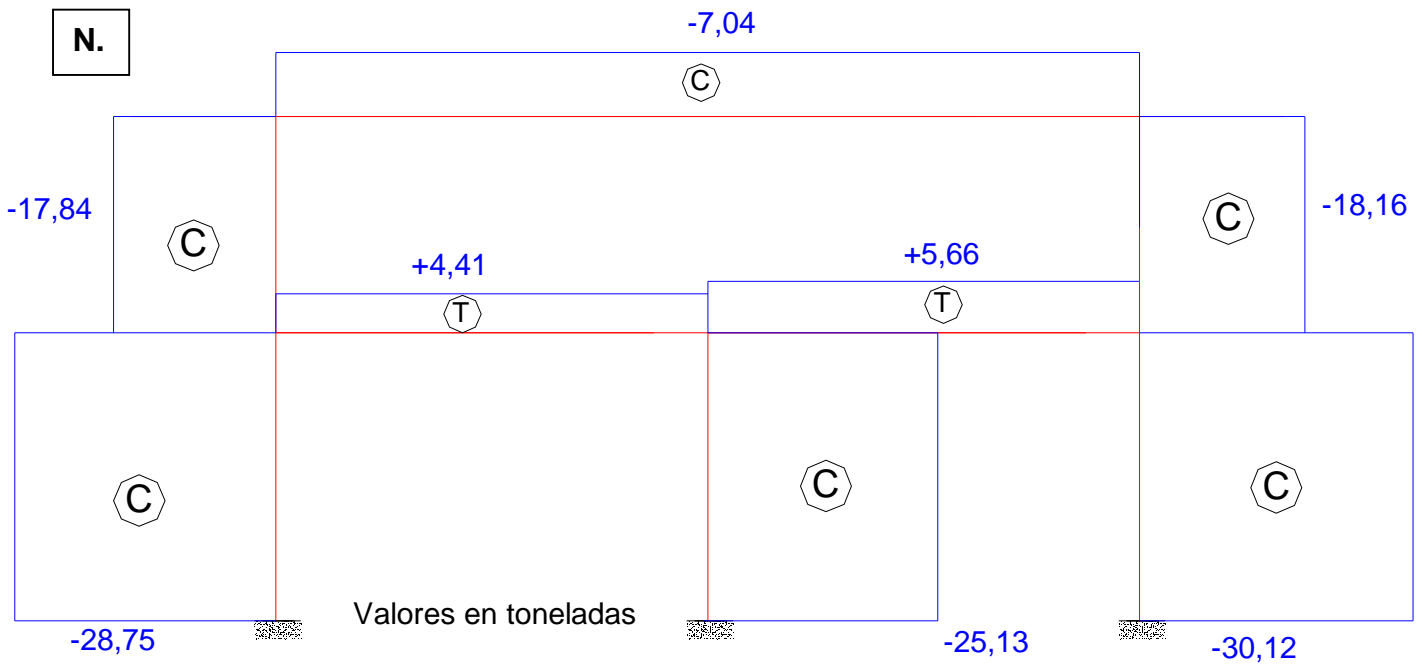
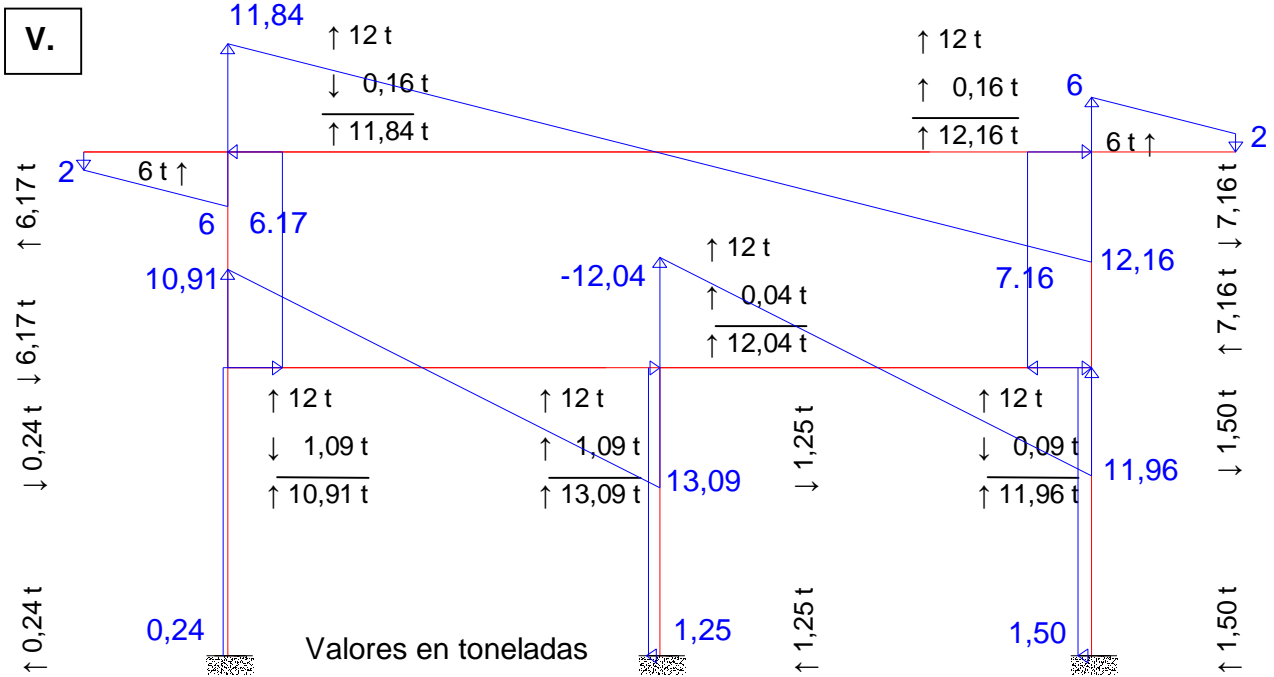


M.F.

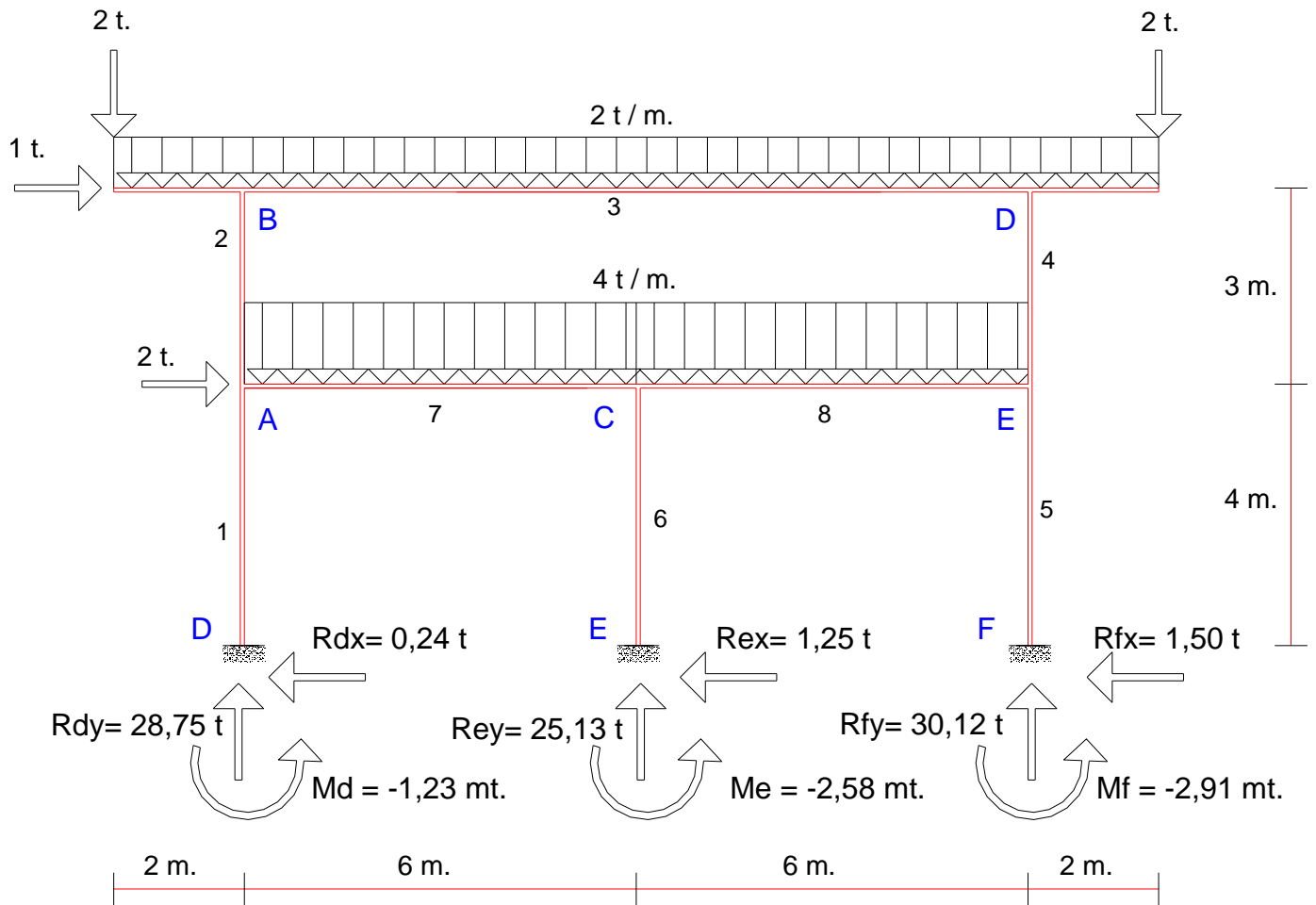


Valores en m.t.

# Diagramas solicitaciones cortante y axil.



## Comprobación del equilibrio general.



### Equilibrio general:

**1º Suma de fuerzas horizontales igual a cero.**

$$+1 +2 -0,24 -1,25 -1,50 = +0,01 \text{ t} \quad \text{OK!}$$

**2º Suma de fuerzas verticales igual a cero:**

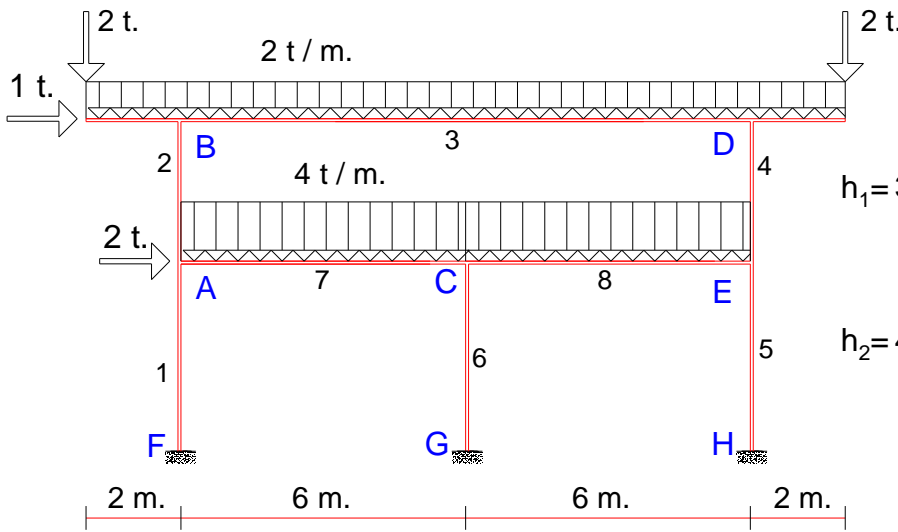
$$-2 - (2 * 16) - 2 - (4 * 12) + 28,75 + 25,13 + 30,12 = -84 + 84 = 0 \quad \text{OK!}$$

**3º Suma de momentos respecto de cualquier punto igual a cero.  $\Sigma M_e = 0$**

$$-1,23 - 2,58 - 2,91 + (28,75 * 6) - (30,12 * 6) + (1 * 7) + (2 * 4) = -6,72 - 8,22 + 15 = +0,06 \text{ mt} \quad \text{OK!}$$



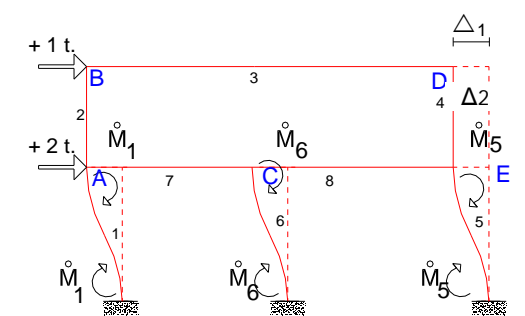
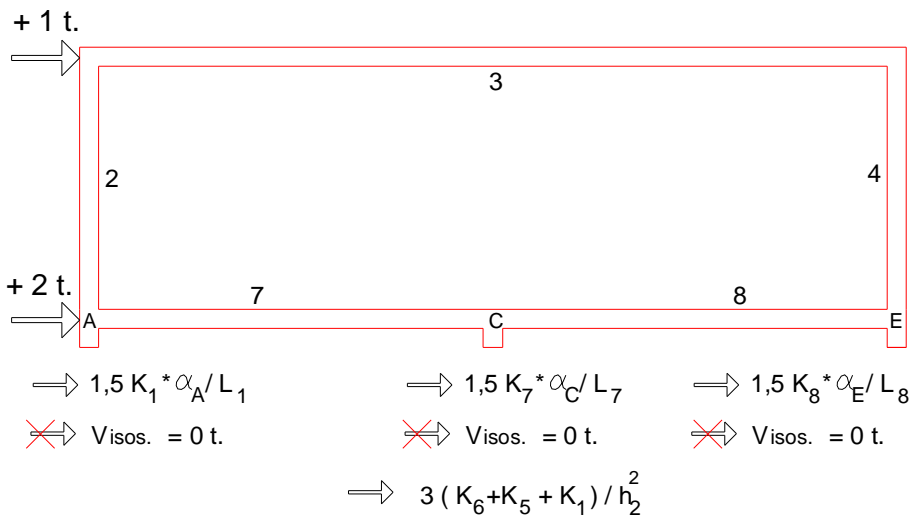
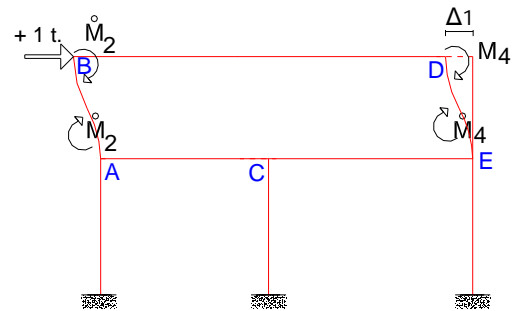
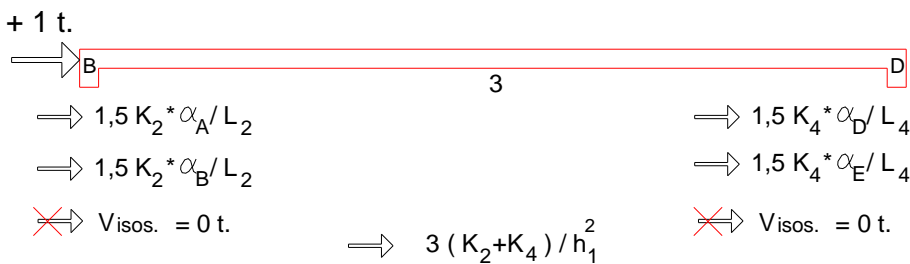
# Ejemplo nº 7: Pórtico varias alturas. (método matricial).



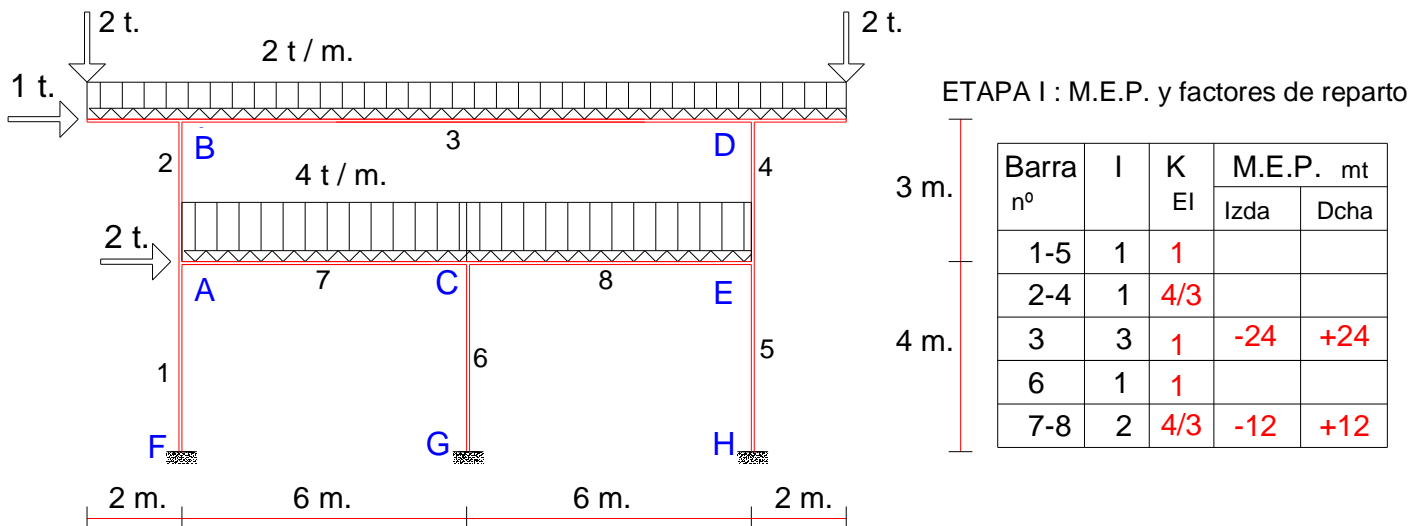
ETAPA I : M.E.P. y factores de reparto

Barra nº	l	K EI	M.E.P. mt	
			Izda	Dcha
1-5	1	1		
2-4	1	4/3		
3	3	1	-24	+24
6	1	1		
7-8	2	4/3	-12	+12

	$\alpha_A$	$\alpha_B$	$\alpha_C$	$\alpha_D$	$\alpha_E$	$\Delta_1$	$\Delta_2$		
$\alpha_A$	$K_1+K_2+K_7$	$1/2 * K_2$	$1/2 * K_7$			$1,5*K_2/L_2$	$1,5*K_1/L_1$	$\alpha_A$	+12,00
$\alpha_B$	$1/2 * K_2$	$K_2+K_3$		$1/2 * K_3$		$1,5*K_2/L_2$		$\alpha_B$	+16,00
$\alpha_C$	$1/2 * K_7$		$K_6+K_7+K_8$		$1/2 * K_8$		$1,5*K_6/L_6$	$\alpha_C$	0,00
$\alpha_D$		$1/2 * K_3$		$K_3+K_4$	$1/2 * K_4$	$1,5*K_4/L_4$		$\alpha_D$	-16,00
$\alpha_E$			$1/2 * K_8$	$1/2 * K_4$	$K_4+K_5+K_8$	$1,5*K_4/L_4$	$1,5*K_5/L_5$	$\alpha_E$	-12,00
$\Delta_1$	$1,5*K_2/L_2$	$1,5*K_2/L_2$		$1,5*K_4/L_4$	$1,5*K_4/L_4$	$3(K_2+K_4)/h_1^2$		$\Delta_1$	-1,00
$\Delta_2$	$1,5*K_1/L_1$		$1,5*K_6/L_6$		$1,5*K_5/L_5$		$3(K_1+K_6+K_5)/h_2^2$	$\Delta_2$	-3,00



## Ejemplo nº 7: Pórtico varias alturas.(método matricial).



Barra nº	l	K EI	M.E.P. mt	
			Izda	Dcha
1-5	1	1		
2-4	1	4/3		
3	3	1	-24	+24
6	1	1		
7-8	2	4/3	-12	+12

**Paso 3º/ Equilibrio de momentos en los nudos:**

$$\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0 \quad \sum M_C = 0 \quad \sum M_D = 0 \quad \sum M_E = 0$$

$$\sum F_{h1} = 0 \quad \sum F_{h2} = 0$$

	$\alpha_A$	$\alpha_B$	$\alpha_C$	$\alpha_D$	$\alpha_E$	$\Delta_1$	$\Delta_2$		
$\alpha_A$	11/3	2/3	2/3			2/3	0,375	$\alpha_A$	+12,00
$\alpha_B$	2/3	7/3		0,5		2/3		$\alpha_B$	+16,00
$\alpha_C$	2/3		11/3		2/3		0,375	$\alpha_C$	0,00
$\alpha_D$		0,5		7/3	2/3	2/3		$\alpha_D$	= -16,00
$\alpha_E$			2/3	2/3	11/3	2/3	0,375	$\alpha_E$	-12,00
$\Delta_1$	2/3	2/3		2/3	2/3	8/9		$\Delta_1$	-1,00
$\Delta_2$	0,375		0,375		0,375		0,5625	$\Delta_2$	-3,00

**Paso 4º/ Cálculo de incógnitas:**

$\alpha_A = + 3,1236$	$\alpha_B = + 8,7196$	
$\alpha_C = + 0,2638$	$\alpha_D = - 7,4220$	$\alpha_E = - 0,4870$
$\Delta_1 = - 4,0756$	$\Delta_2 = - 7,2670$	
$\alpha_F = 0,00$	$\alpha_G = 0,00$	$\alpha_H = 0,00$

## Ejemplo n° 7: Pórtico varias alturas. Momentos en extremo de barra

$$M_{1A} = 0,00 + 1 * \left( +3,1236 + \frac{1}{2} * \alpha_F + 1,5 * -7,2670 / 4 \right) = +0,40mt$$

$$M_{1F} = 0,00 + 1 * \left( 0 + \frac{1}{2} * +3,1236 + 1,5 * -7,2670 / 4 \right) = -1,16mt$$

$$M_{2A} = 0,00 + 4 / 3 * \left( +3,1236 + \frac{1}{2} * +8,7196 + 1,5 * -4,0756 / 3 \right) = +7,26mt$$

$$M_{2B} = 0,00 + 4 / 3 * \left( +8,7196 + \frac{1}{2} * +3,1236 + 1,5 * -4,0756 / 3 \right) = +10,99mt$$

$$M_{3B} = -24,00 + 1 * \left( +8,7196 + \frac{1}{2} * -7,4222 + 1,5 * 0 / 8 \right) = -18,99mt$$

$$M_{3D} = +24,00 + 1 * \left( -7,4222 + \frac{1}{2} * +8,7196 + 1,5 * 0 / 8 \right) = +20,94mt$$

$$M_{4D} = 0,00 + 4 / 3 * \left( -7,4222 + \frac{1}{2} * -0,4870 + 1,5 * -4,0756 / 3 \right) = -12,94mt$$

$$M_{4E} = 0,00 + 4 / 3 * \left( -0,4870 + \frac{1}{2} * -7,4222 + 1,5 * -4,0756 / 3 \right) = -8,31mt$$

$$M_{5E} = 0,00 + 1 * \left( -0,4870 + \frac{1}{2} * \alpha_H + 1,5 * -7,2670 / 4 \right) = -3,21mt$$

$$M_{5H} = 0,00 + 1 * \left( 0 + \frac{1}{2} * -0,4870 + 1,5 * -7,2670 / 4 \right) = -2,97mt$$

$$M_{6C} = 0,00 + 1 * \left( +0,2638 + \frac{1}{2} * \alpha_G + 1,5 * -7,2670 / 4 \right) = -2,46mt$$

$$M_{6G} = 0,00 + 1 * \left( 0 + \frac{1}{2} * +0,2638 + 1,5 * -7,2670 / 4 \right) = -2,59mt$$

$$M_{7A} = -12,00 + 4 / 3 * \left( +3,1236 + \frac{1}{2} * +0,2638 + 1,5 * 0 / 4 \right) = -7,66mt$$

$$M_{7C} = +12,00 + 4 / 3 * \left( +0,2638 + \frac{1}{2} * +3,1236 + 1,5 * 0 / 4 \right) = +14,43mt$$

$$M_{8C} = -12,00 + 4 / 3 * \left( +0,2638 + \frac{1}{2} * -0,4870 + 1,5 * 0 / 4 \right) = -11,97mt$$

$$M_{8E} = +12,00 + 4 / 3 * \left( -0,4870 + \frac{1}{2} * +0,2638 + 1,5 * 0 / 4 \right) = +11,53mt$$