

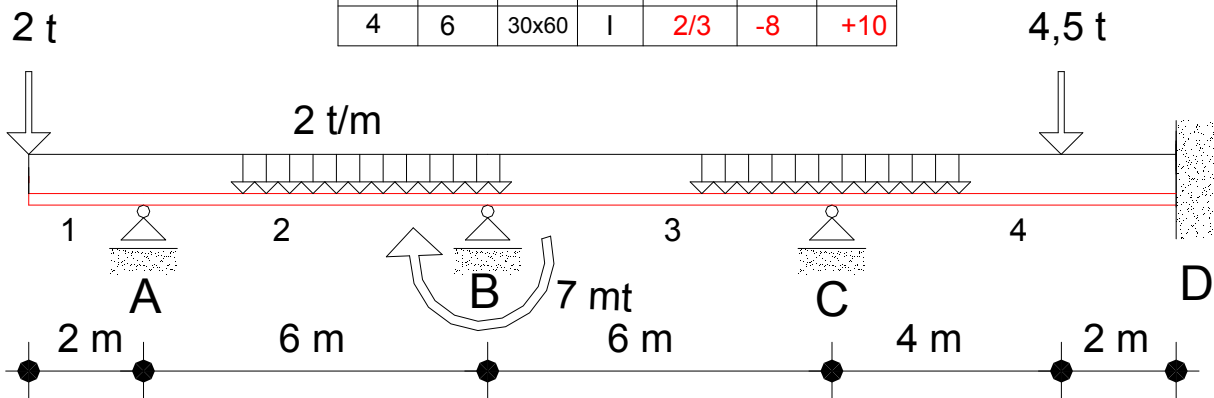
Ejemplo nº 2: estructura de dos nudos.

3 ecuaciones generales de equilibrio y 6 incógnitas → **Grado Hiperestático = 3**
(método de las fuerzas)

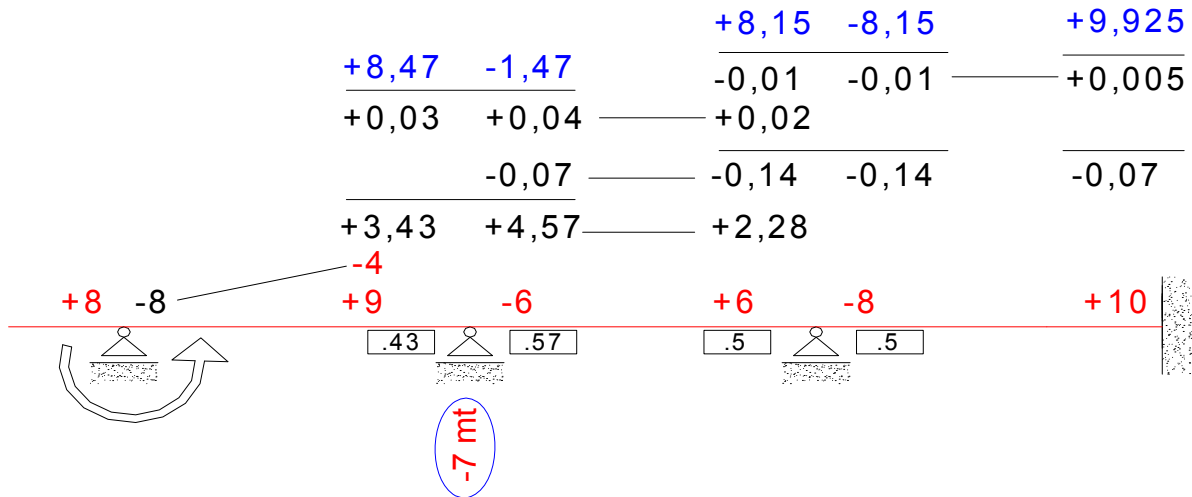
Por teoremas de Mohr: $\alpha_{2b} = \alpha_{3b}$ $\alpha_{3c} = \alpha_{4c}$ $\alpha_{4d} = 0$

ETAPA I : M.E.P. y factores de reparto

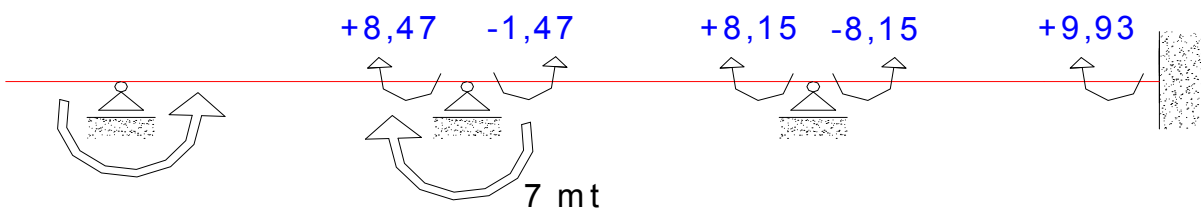
Barra nº	L m.	A bxh	I	K EI	M.E.P. mt	
					Izda	Dcha
1	2	30x60	I	 	 	
2	6	30x60	I	1/2	 	+9
3	6	30x60	I	2/3	-6	+6
4	6	30x60	I	2/3	-8	+10



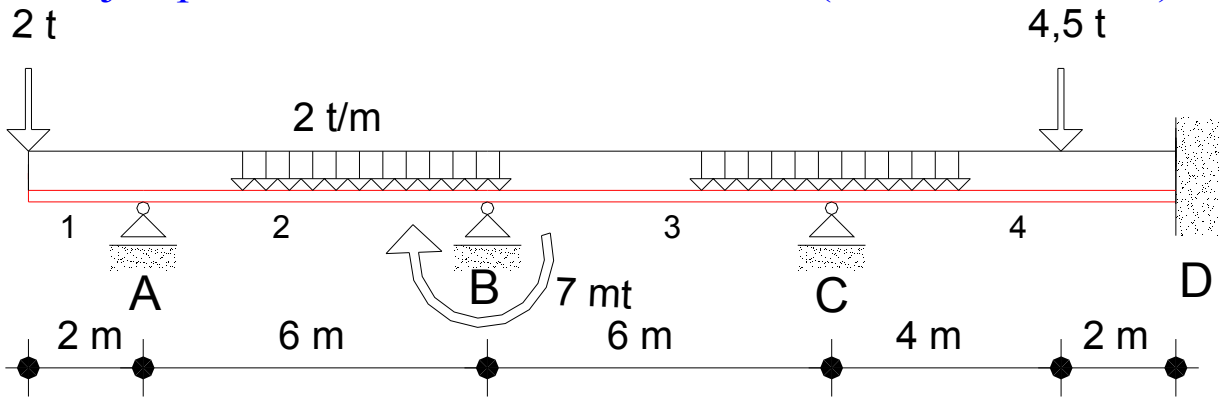
ETAPA II de Cross : Equilibrio de nudos. Se liberan los nudos uno a uno, se equilibra y transmite en su caso.



Momentos definitivos o de Cross.



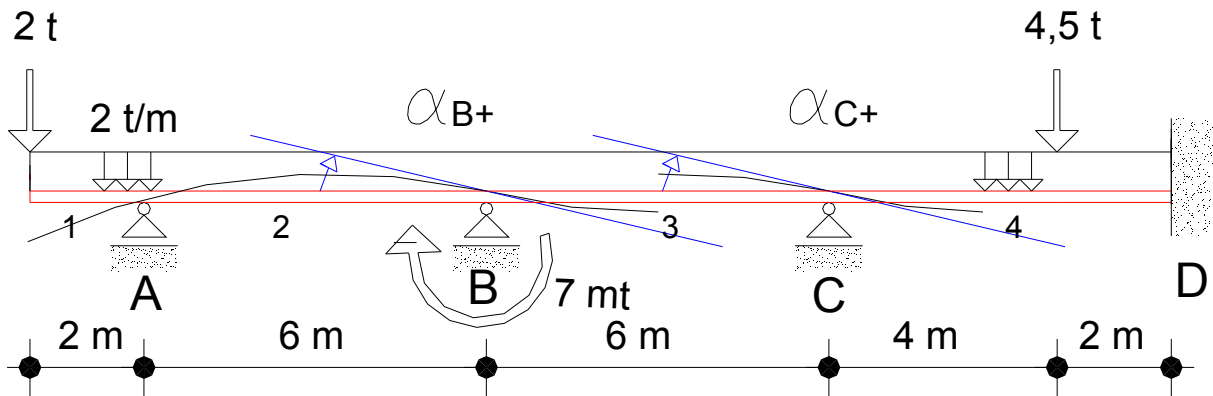
Ejemplo n° 2: estructura de dos nudos.(método matricial).



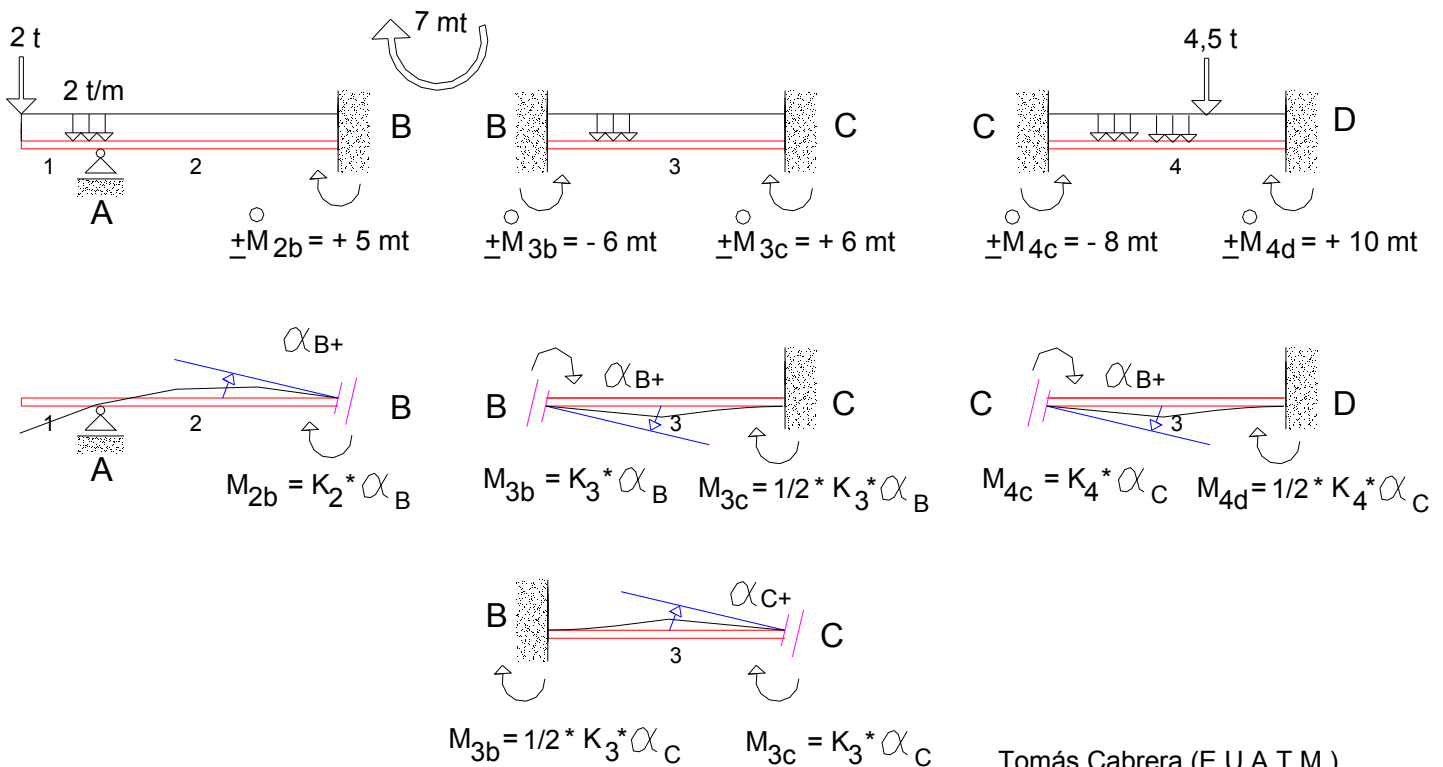
Método Matricial.

Sólo hay dos nudos sin desplazamientos. Grado hiperestático por el método de los desplazamientos = 2. Las incógnitas son: " α_B " y " α_C ".

Paso 1º Todos los nudos giran en sentido positivo:



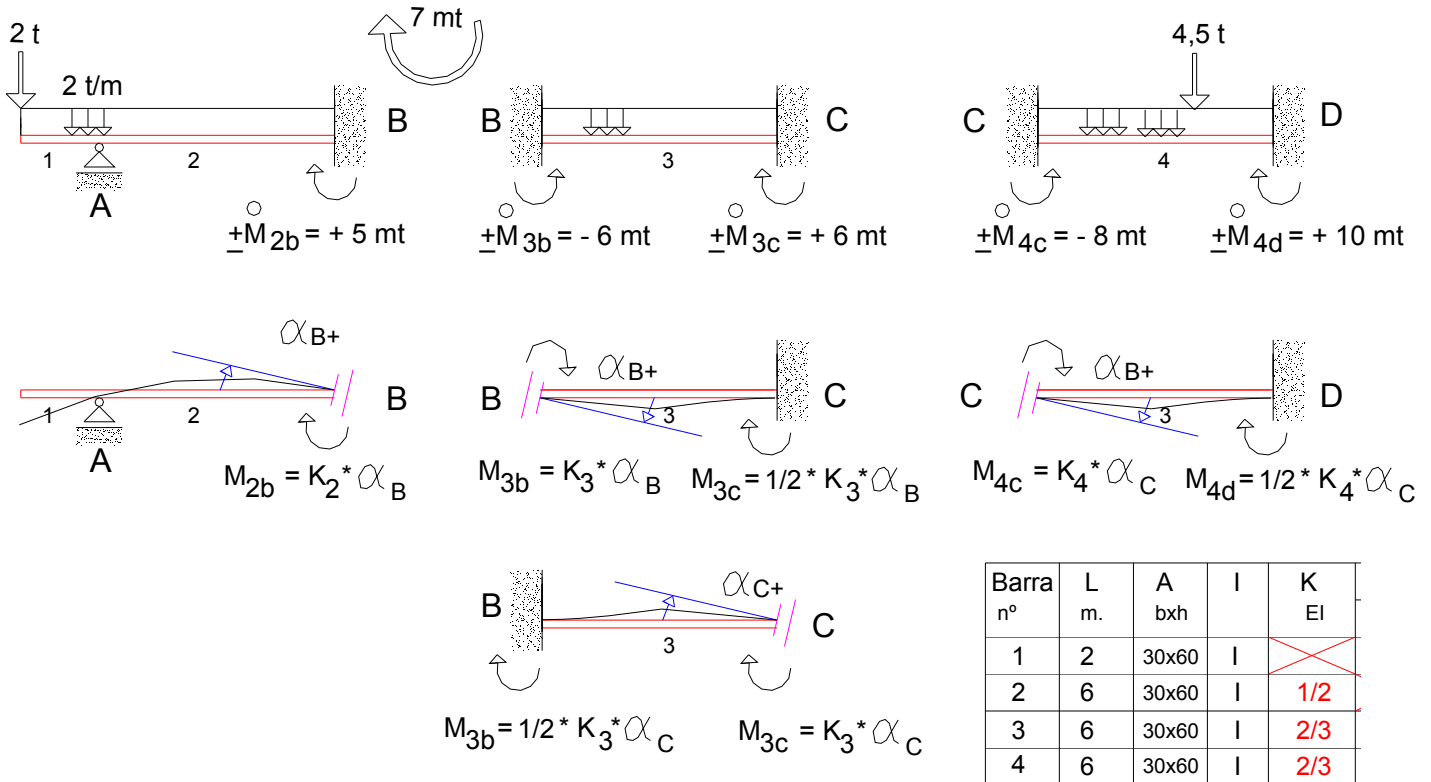
Paso 2º Momentos en extremo de barra:



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ejemplo n° 2: estructura de dos nudos.(método matricial).

Paso 2º/ Momentos en extremo de barra:



Paso 3º/ Equilibrio de momentos en los nudos: $\sum M_B = 0$ y $\sum M_C = 0$

La novedad es que aparecen las transmisiones entre nudos conectados.

Matriz rigidez Vector ? Vector cargas

$$\begin{matrix}
 \sum M_B = 0 \\
 \sum M_C = 0
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \alpha_B \\
 \alpha_C
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \alpha_B & \alpha_C \\
 \begin{matrix} K_2 + K_3 & 1/2 K_3 \\ 1/2 K_3 & K_3 + K_4 \end{matrix}
 \end{matrix}
 *
 \begin{matrix}
 \alpha_B \\
 \alpha_C
 \end{matrix}
 =
 \begin{matrix}
 +1+7=+8 \\
 +2
 \end{matrix}$$

La **matriz** de rigidez es **simétrica** y en las casillas de la diagonal principal que representan giros están las sumas de rigideces en esos nudos.

$$\begin{matrix}
 \alpha_B \\
 \alpha_C
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \alpha_B & \alpha_C \\
 \begin{matrix} 1/2 + 2/3 & 1/2 * 2/3 \\ 1/2 * 2/3 & 2/3 + 2/3 \end{matrix}
 \end{matrix}
 *
 \begin{matrix}
 \alpha_B \\
 \alpha_C
 \end{matrix}
 =
 \begin{matrix}
 +8 \\
 +2
 \end{matrix}$$

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ejemplo n° 2: estructura de dos nudos.(método matricial).

Paso 3º/ Equilibrio de momentos en los nudos:

	Matriz rigidez	Vector ?	Vector cargas nudos													
	<table style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">α_B</td> <td style="text-align: center;">α_C</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">α_B</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$K_2 + K_3$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$1/2 K_3$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">α_C</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$1/2 K_3$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$K_3 + K_4$</td> </tr> </table>		α_B	α_C	α_B	$K_2 + K_3$	$1/2 K_3$	α_C	$1/2 K_3$	$K_3 + K_4$	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">α_B</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">α_C</td> </tr> </table>	α_B	α_C	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$+1+7=+8$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$+2$</td> </tr> </table>	$+1+7=+8$	$+2$
	α_B	α_C														
α_B	$K_2 + K_3$	$1/2 K_3$														
α_C	$1/2 K_3$	$K_3 + K_4$														
α_B																
α_C																
$+1+7=+8$																
$+2$																
	*	=														

	<table style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">α_B</td> <td style="text-align: center;">α_C</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">α_B</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$1/2 + 2/3$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$1/2 * 2/3$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">α_C</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$1/2 * 2/3$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$2/3 + 2/3$</td> </tr> </table>		α_B	α_C	α_B	$1/2 + 2/3$	$1/2 * 2/3$	α_C	$1/2 * 2/3$	$2/3 + 2/3$	*	=	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$+ 8$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$+ 2$</td> </tr> </table>	$+ 8$	$+ 2$
	α_B	α_C													
α_B	$1/2 + 2/3$	$1/2 * 2/3$													
α_C	$1/2 * 2/3$	$2/3 + 2/3$													
$+ 8$															
$+ 2$															

Paso 4º/ Cálculo vector incógnitas (giro de nudos): $\alpha_B = + 6,9231/EI$ $\alpha_C = - 0,2308/EI$

Paso 5º/ Momentos definitivos en extremo de barra:

Condiciones de contorno:

$\alpha_D = 0$	$\delta = 0$
----------------	--------------

$$M_{2A} = -8,00mt \quad (\text{isostático})$$

$$M_{2B} = +5 + 1/2 * (+6,9231 + 0 * \alpha_A) = +8,46mt$$

$$M_{3B} = -6 + 2/3 * \left(+6,9231 + \frac{1}{2} * -0,2308 \right) = -1,46mt$$

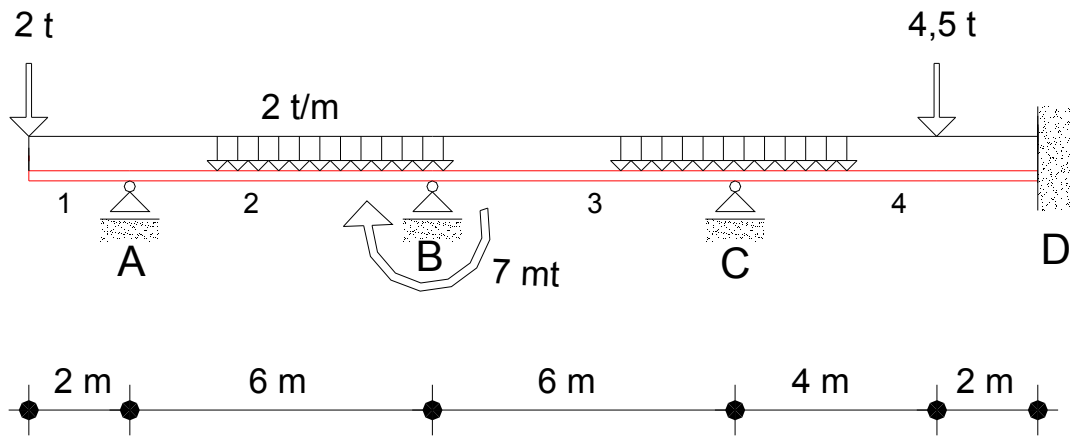
$$M_{3C} = +6 + 2/3 * \left(-0,2308 + \frac{1}{2} * +6,9231 \right) = +8,14mt$$

$$M_{4C} = -8 + 2/3 * \left(-0,2308 + \frac{1}{2} * 0 \right) = -8,14mt$$

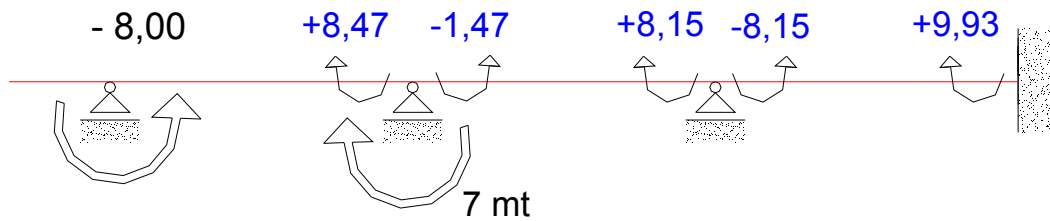
$$M_{4D} = +10 + 2/3 * \left(0 + \frac{1}{2} * -0,2308 \right) = +9,92mt$$

Paso 6º/ Diagramas de barra a escala y acotados:

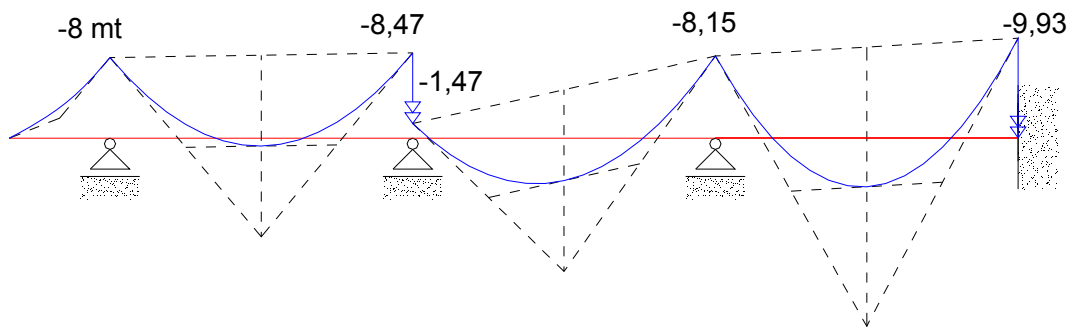
Ejercicio n° 2 Viga continua diagramas



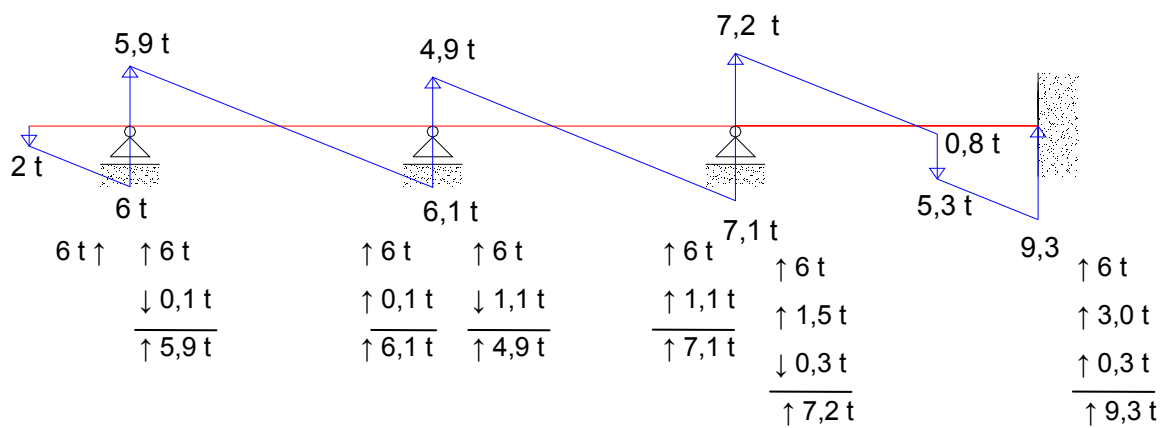
Momentos definitivos o de Cross.



M.F.



V.



N.