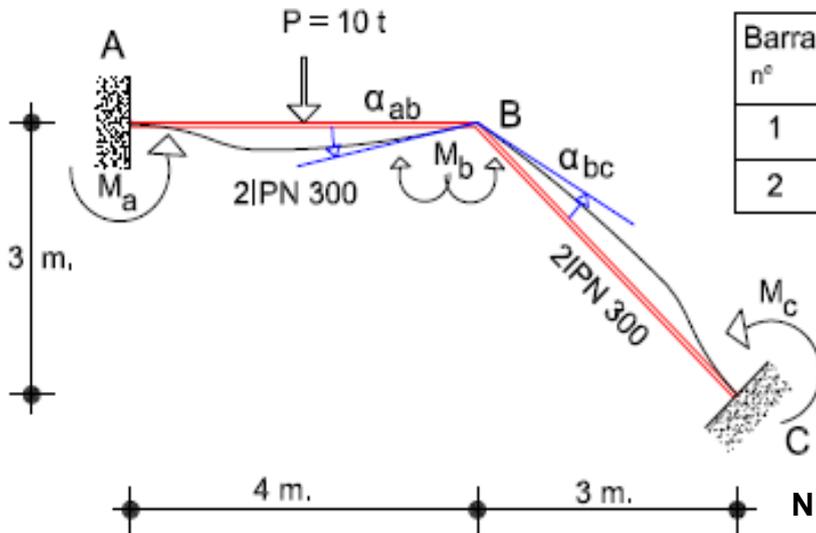


Ejercicio n° 1: estructura de un nudo (Cross)

El nudo (B) es fijo por esta unido a dos fijos.

Nº ecuaciones en el equilibrio general= 3. Nº incógnitas = 3 x empotramiento = 6, el grado hiperestático es por tanto 3.

ETAPA I: M.E.P. y factores de reparto.



Barra n°	L m.	A bxh	I	K EI	M,E,P, mt	
					Izda	Dcha
1	4		1	1	-5	+5
2	$3\sqrt{2}$		1	$4/3\sqrt{2}$	0	0

$$K_1 = 1 EI \quad \rightarrow \quad r_1 = .5147$$

Nudo B: $K_2 = 0,943 EI \quad \rightarrow \quad r_2 = .4853$

$$\Sigma K_j = 1,943EI \quad \Sigma r_j = 1$$

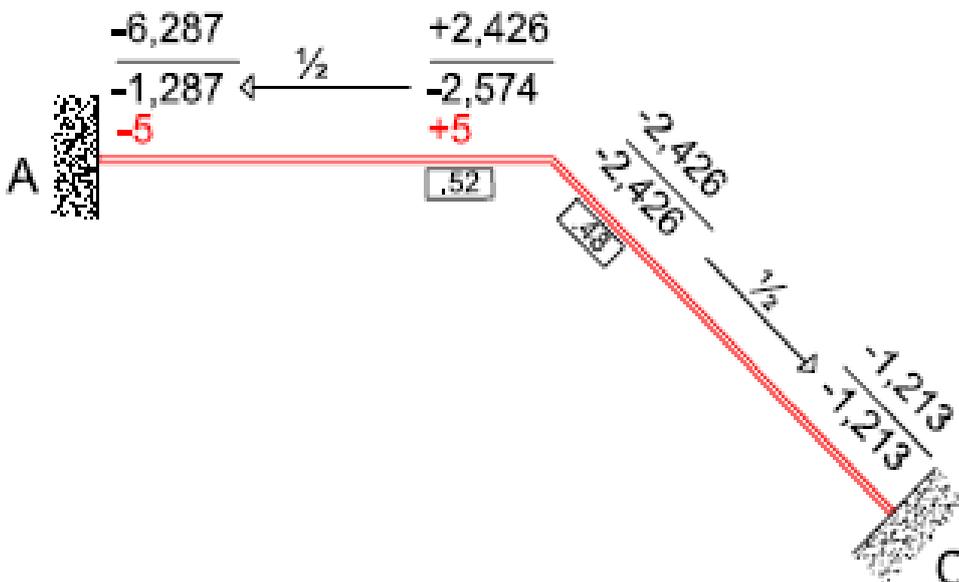
ETAPA II: Equilibrio de nudos. Se liberan los nudos uno a uno, se equilibra y transmite en su caso.

Se comienza por el nudo más desequilibrado.

Cuando se han equilibrado una vez todos los nudos de la estructura, concluye el primer ciclo.

Se puede interrumpir el proceso de aproximación cuando a un nudo regresa un momento inferior al 10% de su primer desequilibrio.

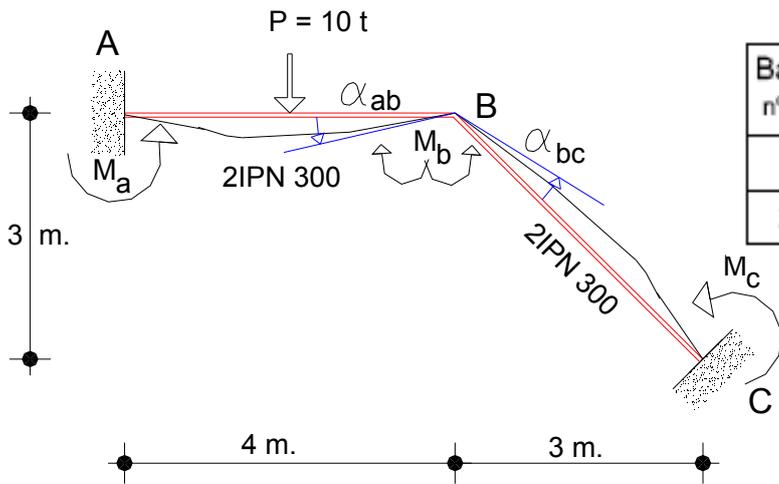
Se realizan usualmente dos ciclos como máximo en una estructura simple.



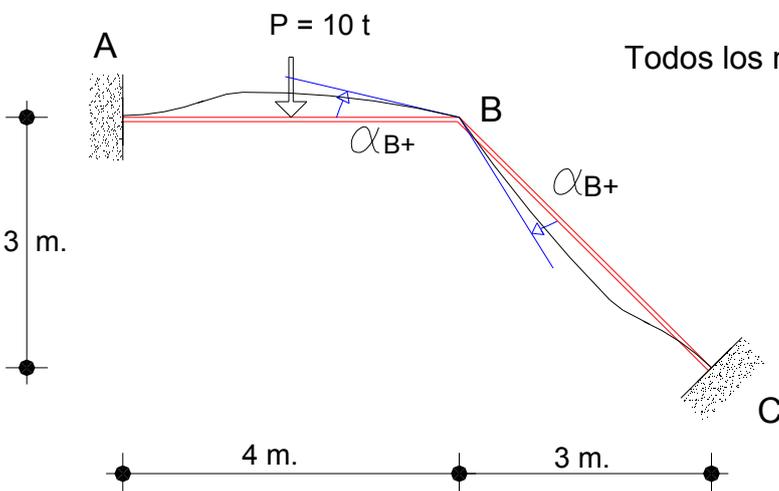
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ejemplo n° 1: estructura de un nudo (matricial)

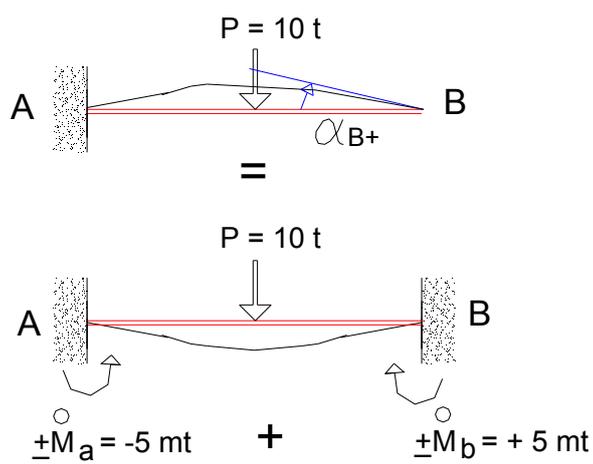
Nº ecuaciones en el equilibrio general= 3. Nº incógnitas = 3 x empotramiento = 6, el grado hiperestático es por tanto 3. (Método de las fuerzas).



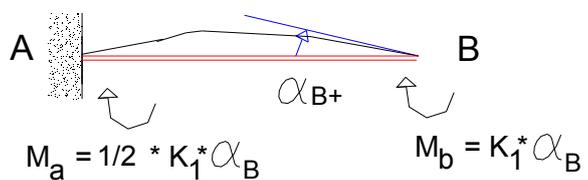
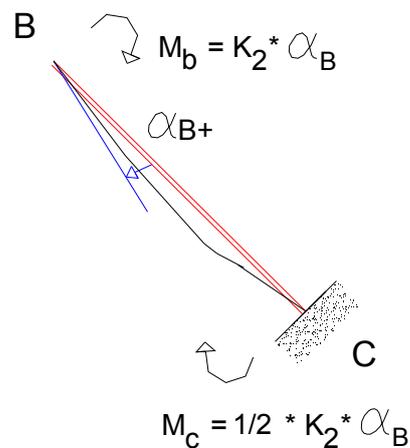
Barra n°	L m.	A bxh	I	K EI	M,E,P, mt	
					Izda	Dcha
1	4		1	1	-5	+5
2	$3\sqrt{2}$		1	$4/3\sqrt{2}$	0	0



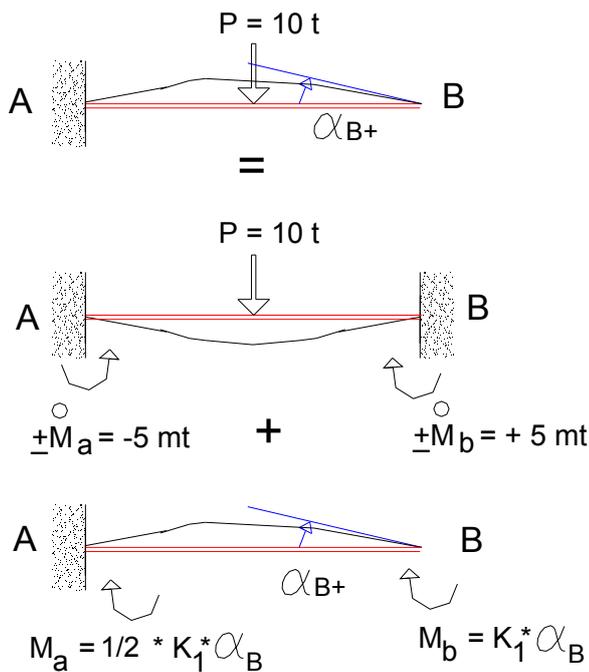
Todos los nudos giran en sentido positivo:



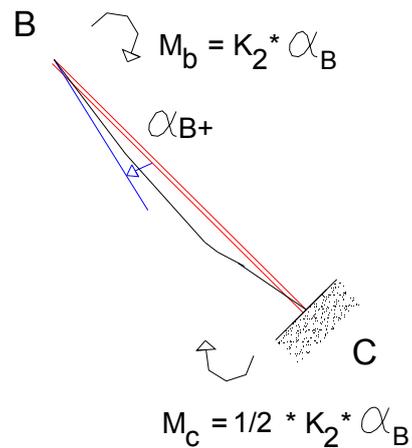
Paso 1/ Momentos en extremo de barra:



Ejemplo n° 1: estructura de un nudo (método matricial)



Paso 2°: Momentos en extremo de barra:



Paso 2°/ Equilibrio de momentos en los nudos: $+5 + (K_1 * \alpha_B) + (K_2 * \alpha_B) = 0$

Ecuación en la que conocidos K_1 y K_2 puede despejarse " α_B "

$$(K_1 + K_2) * (\alpha_B) = -5$$

Para formularlo con generalidad, separaremos:

1/ Σ de rigideces de las barras que concurren en cada nudo: "**Matriz de rigidez** al giro".

2/ Vector de giros de los nudos: "**Vector incógnitas** en nudos".

3/ Vector de carga en los nudos: "**Vector de carga**" = Σ Momentos acción en los nudos.

Los momentos que calculamos son los momentos reacción en extremo de barra, al pasar al nudo (segundo miembro matemáticamente) implica el cambio de signo

$$\Sigma M_B = 0 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{Matriz rigidez} & & \text{Vector ?} & & \text{Vector cargas nudos} \\ \hline K_1 + K_2 & * & \alpha_B & = & -5\text{ mt} \\ \hline \end{array}$$

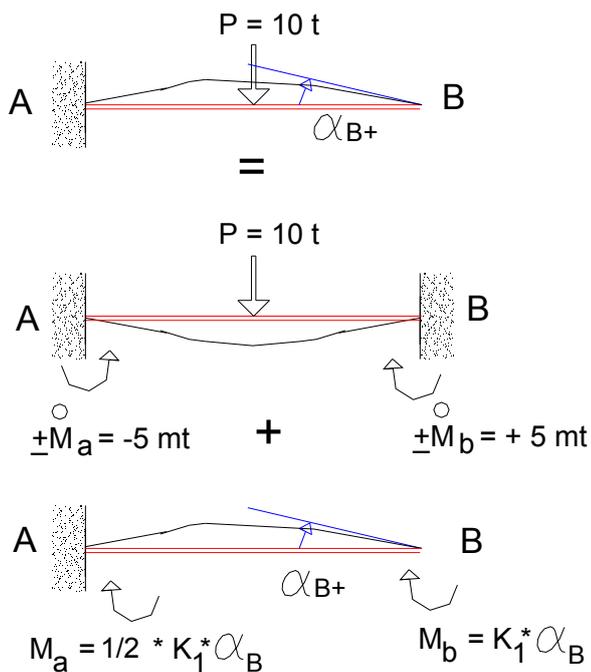
Paso 3°/ Cálculo del vector de incógnitas (giro de nudos) En este caso particular:

$$\left(1 + \frac{4}{3\sqrt{2}}\right) * (\alpha_B) = -5 \quad \rightarrow \quad \alpha_B = -2,573593 / EI$$

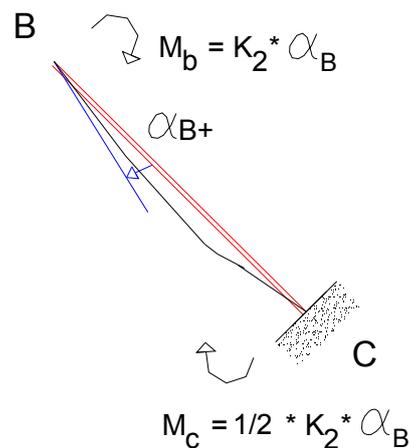
$$\alpha_B = -2,573593 * 10^7 / 2.1 * 10^6 * 2 * 9800 = 0,00062\text{ rad} = -0^\circ 2' 9''$$

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ejemplo nº 1: estructura de un nudo (método matricial)



Paso 2º: Momentos en extremo de barra:



Paso 4º/ Momentos definitivos en extremo de barra:

$$M_a = \pm \dot{M}_a + K \left(\alpha_a + \beta * \alpha_b + 1,5 \frac{\delta}{L} \right)$$

$$M_b = \pm \dot{M}_b + K \left(\alpha_b + \beta * \alpha_a + 1,5 \frac{\delta}{L} \right)$$

Condiciones de contorno:

$\alpha_A = 0$	$\alpha_C = 0$	$\delta = 0$
----------------	----------------	--------------

En este caso particular:

$$M_{1A} = -5 + 1 * \left(0 + \frac{1}{2} * -2,5736 \right) = -6,286\text{ mt}$$

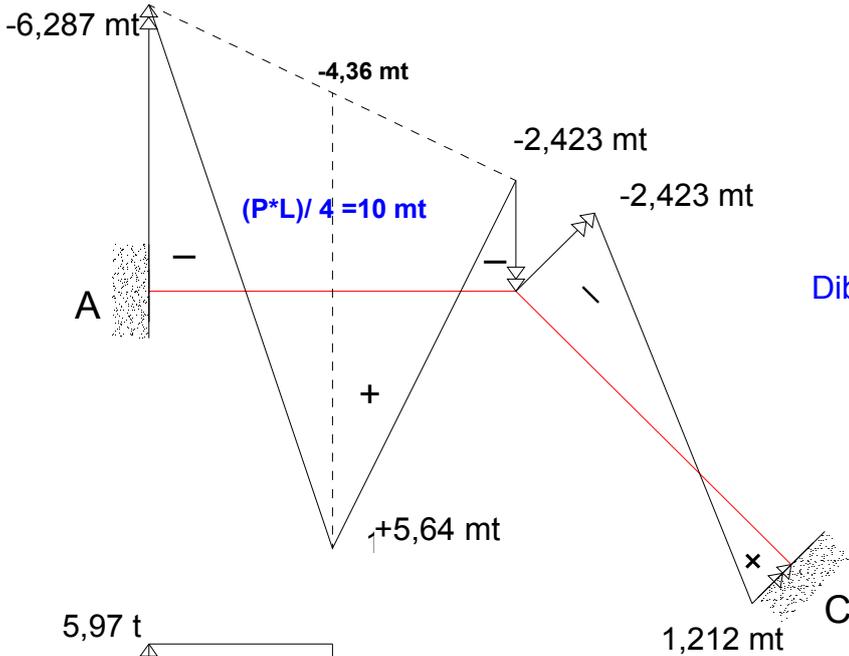
$$M_{1B} = +5 + 1 * \left(-2,5736 + \frac{1}{2} * 0 \right) = +2,426\text{ mt}$$

$$M_{2B} = +0 + \frac{4}{3\sqrt{2}} * \left(-2,5736 + \frac{1}{2} * 0 \right) = -2,426\text{ mt}$$

$$M_{2C} = +0 + \frac{4}{3\sqrt{2}} * \left(0 + \frac{1}{2} * -2,5736 \right) = -1,213\text{ mt}$$

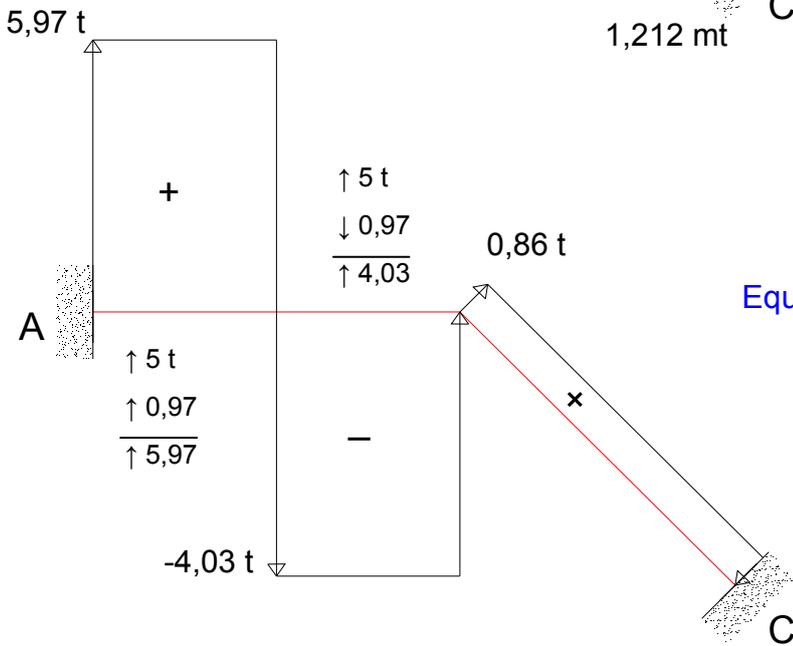
Paso 5º/ Diagramas de barra a escala y acotados:

Ejemplo n° 1. Diagramas



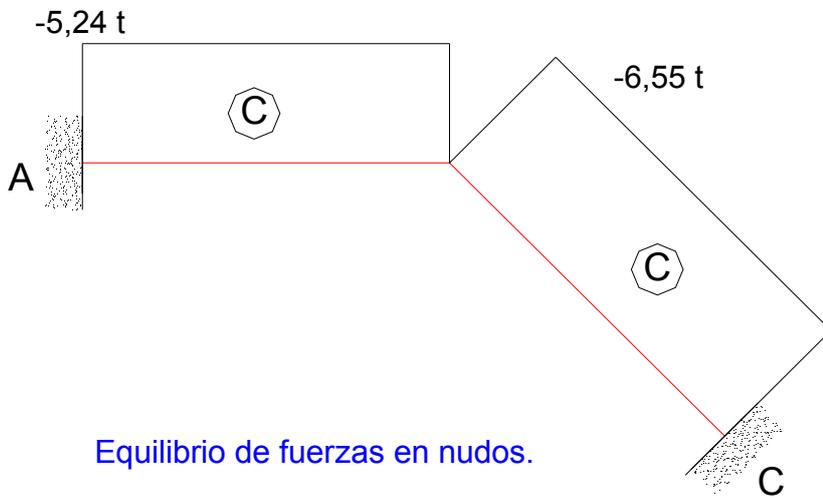
1º **M.F.**

Dibujar momentos extremo de barra y Descolgar isostático.

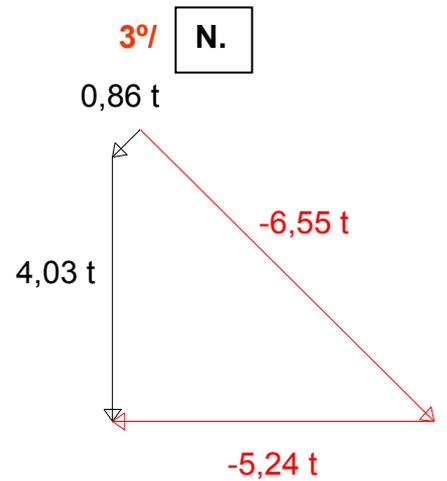


2º **V.**

Equilibrio de fuerzas cortantes en barras.



Equilibrio de fuerzas en nudos.



3º **N.**