

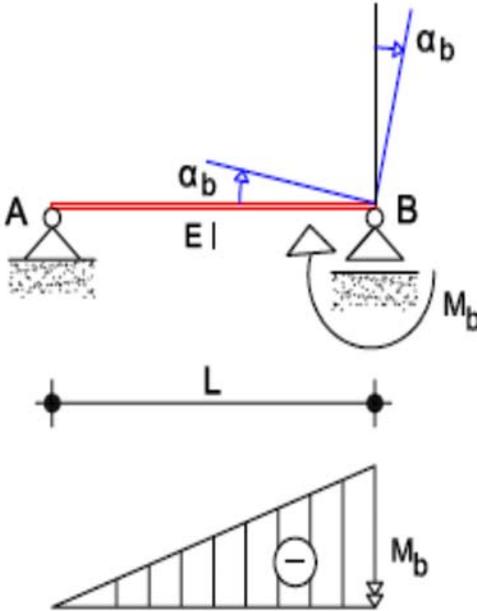
# Sustentación elástica (empotramiento imperfecto)

## Sustentación que permite pequeños giros,

No es un empotramiento perfecto que no permite giro alguno, ni una articulación perfecta que permite girar libremente.

**RIGIDEZ** de una sustentación elástica: Es cociente entre el momento aplicado en la sustentación elástica y el giro de la sección en dicha sustentación.

$$K_b = \frac{M_b}{\alpha_b}$$



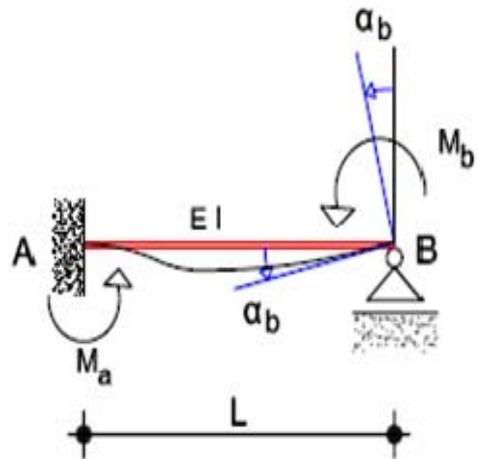
### 1/ Viga articulada - elásticamente sustentada

Aplicando el 2º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\alpha_b = \frac{\delta_{ba}}{L} = \frac{\frac{1}{2} M_b * L * \frac{2}{3} L}{EI * L} = \frac{M_b L}{3EI}$$

$$K_b = \pm \frac{M_b}{\alpha_b} = \frac{3EI}{L}$$

constante física dimensionada



### 2/ Viga empotrada - elásticamente sustentada

Aplicando el 2º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\delta_{ab} = 0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} M_b * L * \frac{1}{3} L - \frac{1}{2} * M_a * L * \frac{2}{3} L}{EI} = 0$$

$$M_b - 2M_a = 0 \Rightarrow M_a = \frac{1}{2} M_b$$

Aplicando el 1º teorema de Mohr: (E I constantes)

$$\alpha_b = \frac{(\frac{1}{2} * M_b * L) - (\frac{1}{2} M_b * \frac{1}{2} L)}{EI} = \frac{M_b * L}{4EI}$$

$$K_b = \frac{M}{\alpha_b} = \frac{4EI}{L}$$

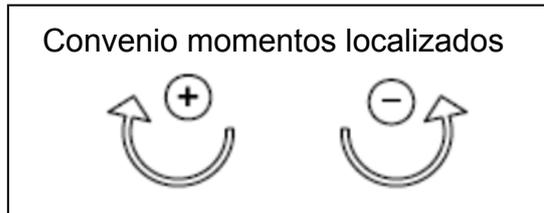
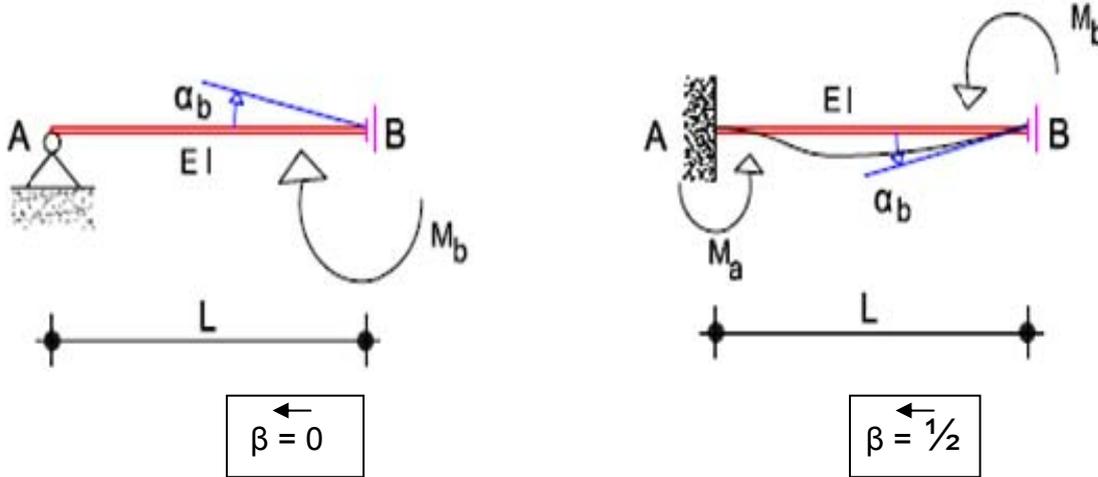
constante física dimensionada

## Coeficiente de transmisión y ecuaciones de barra

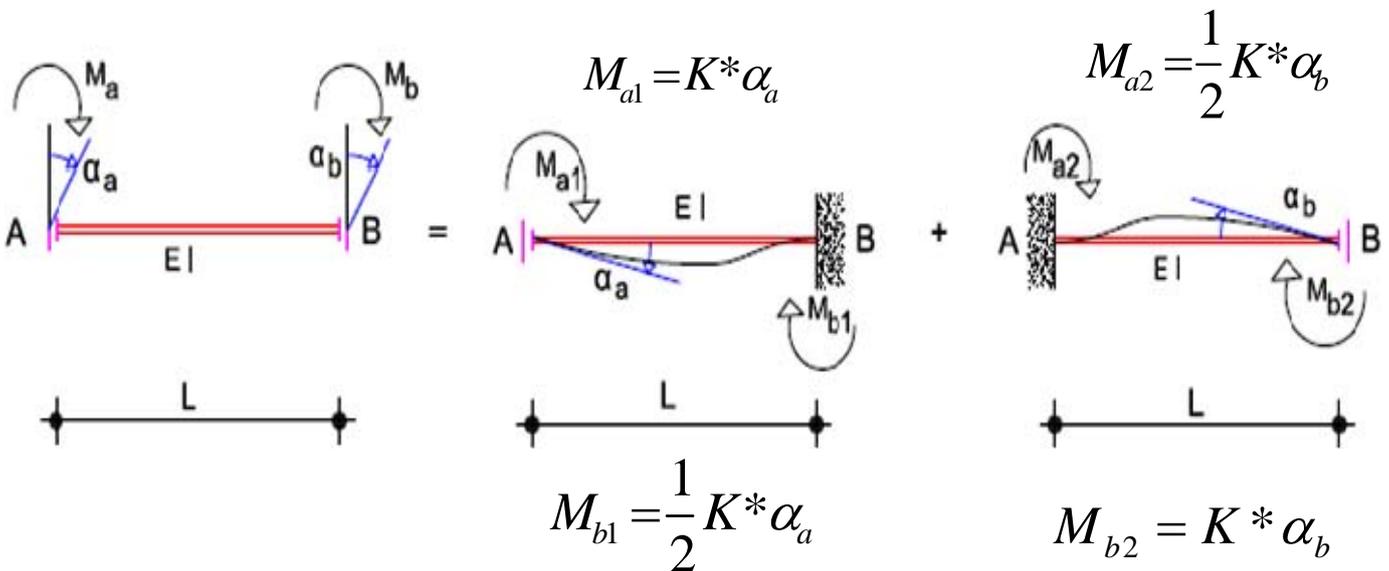
### Coeficiente de transmisión:

Es el cociente entre el momento "Ma" que aparece en el extremo opuesto "a" al que gira "b" y el momento "Mb" que produce la deformación, es decir, el giro.

$$\beta = \frac{M_a}{M_b}$$



### Ecuaciones de una barra elásticamente sustentada:



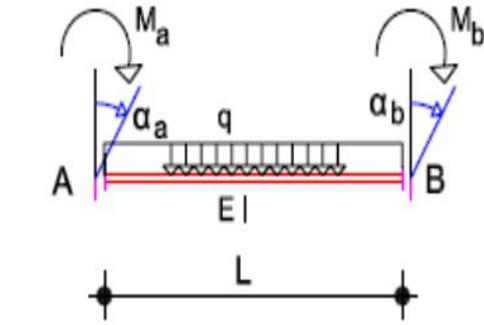
$$M_a = K^* \alpha_a + \left(\frac{1}{2} K^* \alpha_b\right) = K \left(\alpha_a + \frac{1}{2} \alpha_b\right)$$

$$M_b = \frac{1}{2} K^* \alpha_a + \left(K^* \alpha_b\right) = K \left(\alpha_b + \frac{1}{2} \alpha_a\right)$$

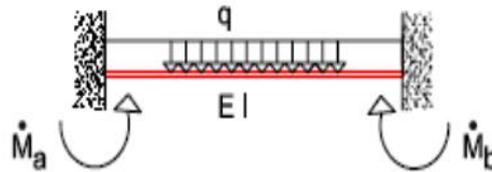
# Ecuaciones de barra cargada y giro de nudos

## Ecuaciones de la barra elásticamente sustentada y cargada:

Convenio momentos localizado:

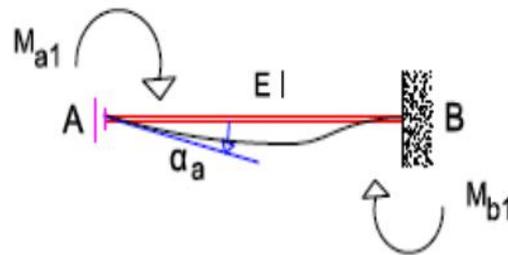


=



M.E.P. (primera aproximación)

+

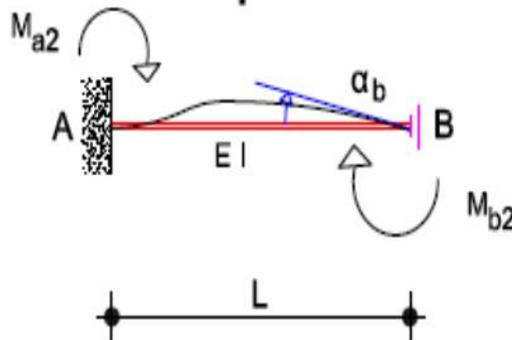


Estado 1º

$$M_{a1} = K * \alpha_a$$

$$M_{b1} = \beta * K * \alpha_a$$

+



Estado 2º

$$M_{a2} = \beta * K * \alpha_b$$

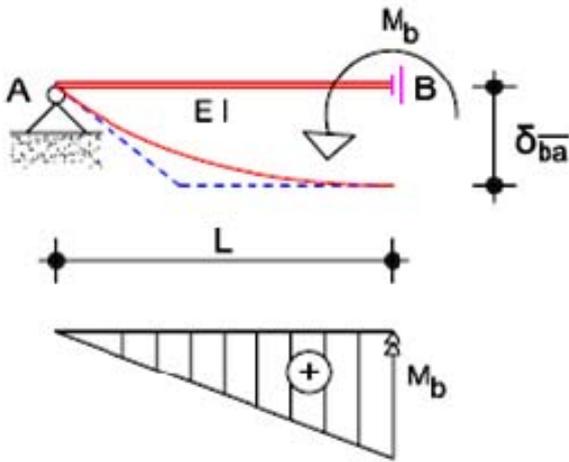
$$M_{b2} = K * \alpha_b$$

$$Ma = \pm \dot{M}_a + K * \alpha_a + (\beta * K * \alpha_b) = \pm \dot{M}_a + K(\alpha_a + \beta * \alpha_b)$$

$$Mb = \pm \dot{M}_b + \beta * K * \alpha_a + (K * \alpha_b) = \pm \dot{M}_b + K(\alpha_b + \beta * \alpha_a)$$

## Desplazamientos de nudos (sin giro)

**Viga articulada – elásticamente sustentada.     $E \cdot I$  constante**



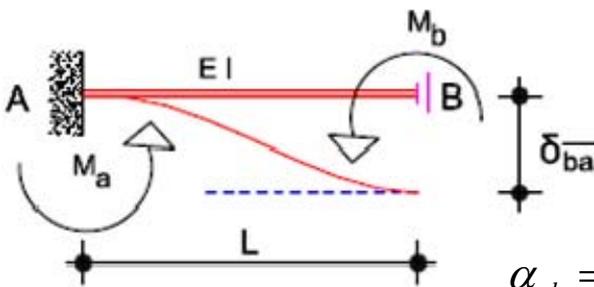
$$\delta_{ba} = \frac{1}{EI} \left[ M_b * \frac{L}{2} * \frac{2}{3} L \right] = \frac{M_b L^2}{3EI}$$

$$M_b = 3EI \frac{\delta_{ba}}{L^2} \Rightarrow \dot{M} = K * \frac{\delta}{L}$$

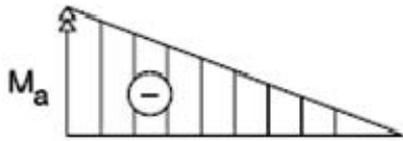
Si se conoce  $\delta$  se conoce el valor  $\dot{M}$  (asiento diferencial de un pilar)

En un caso más general  $\dot{M}$  es función del parámetro  $\delta$

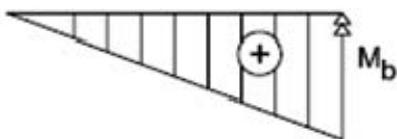
**Viga empotrada – elásticamente sustentada.     $E \cdot I$  constante**



$$\alpha_{ab} = 0 \Rightarrow M_a = M_b$$

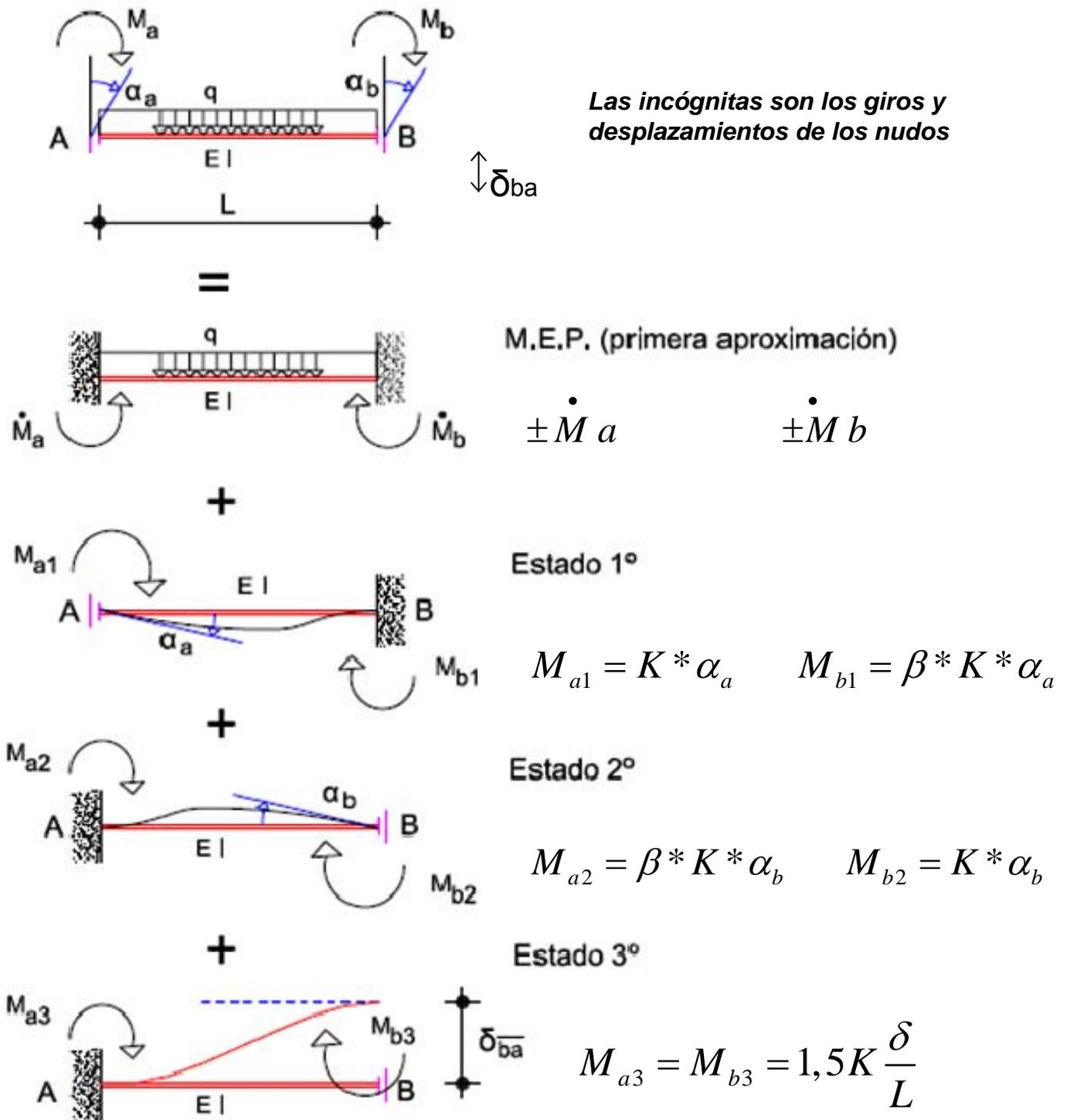


$$\delta_{ba} = \frac{1}{EI} \left[ \left( M_b * \frac{L}{2} * \frac{2}{3} L \right) - M_b * \frac{L}{2} * \frac{1}{3} L \right] = \frac{M_b L^2}{6EI}$$



$$M_b = 6EI \frac{\delta_{ba}}{L^2} \Rightarrow \dot{M} = 1,5K * \frac{\delta}{L}$$

**Ecuación general de la barra (EI constante)**  
**iniciación al cálculo matricial simplificado**



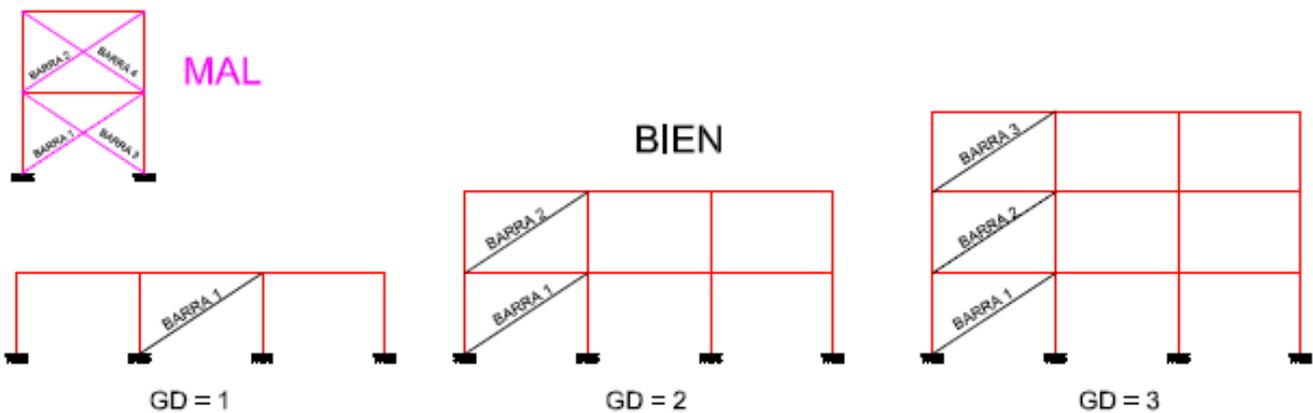
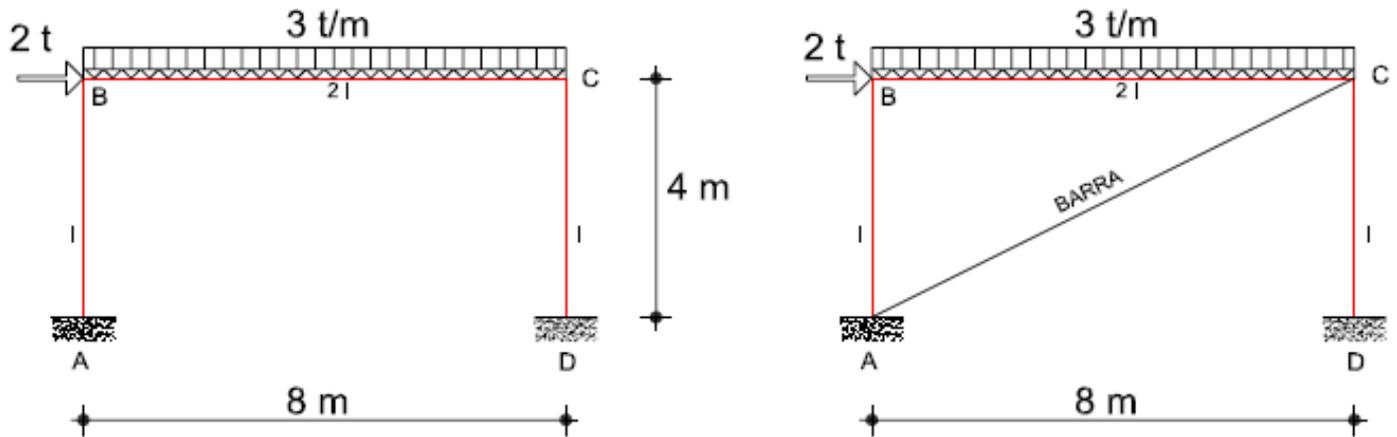
$$Ma = \pm \dot{M}_a + K \left( \alpha_a + \beta * \alpha_b + 1,5 \frac{\delta}{L} \right)$$

$$Mb = \pm \dot{M}_b + K \left( \alpha_b + \beta * \alpha_a + 1,5 \frac{\delta}{L} \right)$$

## Grado de desplazabilidad

Es el **mínimo** número de barras para impedir el desplazamiento de los nudos de una estructura.

Equivale a triangular la estructura, ya que en el plano el triángulo es la figura indeformable por excelencia (descontadas, claro está, las pequeñas deformaciones elásticas).



También puede definirse como el **número mínimo de apoyos a libre dilatación <> 1 reacción** necesarios para impedir el desplazamiento de los nudos de la estructura.

