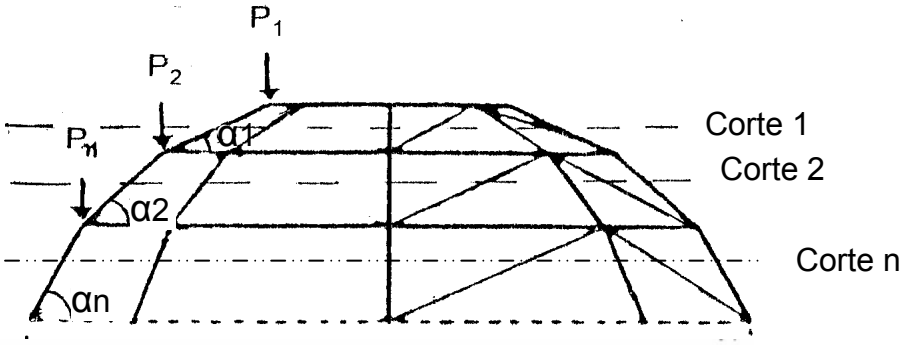
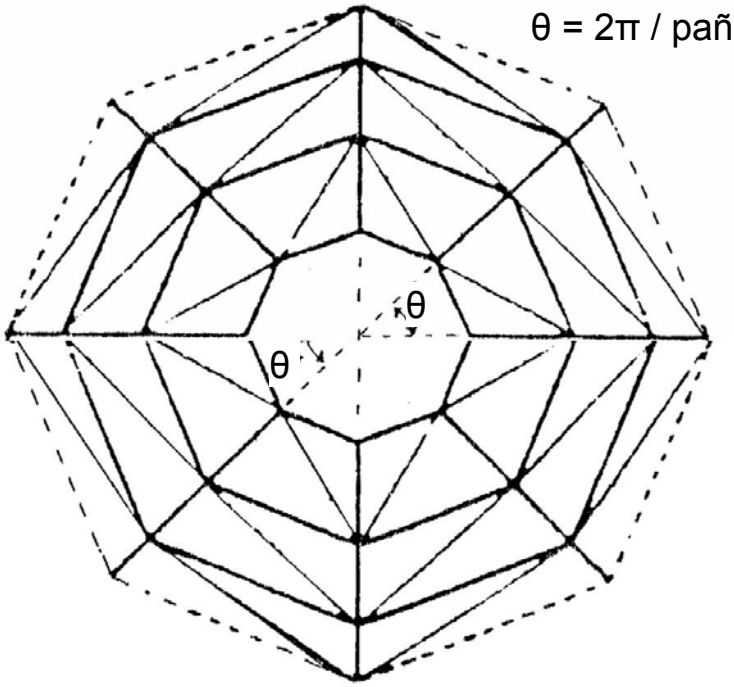
Cúpulas tipo Schwedler (mallas de una capa)

Este tipo de celosía espacial compleja cubre vanos cuyo contorno es un polígono, frecuentemente regular. Están constituidas por barras dispuestas según meridianos que apoyan en los vértices del polígono base, por otras dispuestas según los paralelos y por otras más que se disponen según una de las diagonales de los trapecios formados por meridianos y paralelos (a veces, según ambas diagonales, es decir, diagonales y contradiagonales). En la mayor parte de los casos la cúpula está abierta superiormente, o sea los meridianos no se unen en el polo, sino que terminan en el paralelo superior, llamado de linterna.



θ = 2π / paños



Nudos: 8 x 4 = 32 3n = 96

Reacciones 8 x 3 = 24

96 -24 = 72 barras

Barras:

Anillos: 8 x 3 = 24

Nervios: 8 x 3 = 24

Diagonales: 8 x 3 = 24

Total barras = 72 ISOSTÁTICA

Si en cada trapecio hay una sola diagonal (esto es, si faltan las contradiagonales), a cada nudo libre, es decir, no enlazado al suelo, corresponden tres barras: una meridiana, una paralela y una diagonal, por lo que la cúpula es indeformable y estáticamente determinada. Si existe tambien un paralelo a la altura de los arranques, éste no hace más que enlazar puntos del suelo (para mejorar la rigidez de los enlaces) y, por tanto, no modifica el comportamiento de la cúpula. No existen nudos en los que concurrar barras todas coplanarias, por lo que en estas cúpulas no aparecen disposiciones singulares, o sea defectuosas.

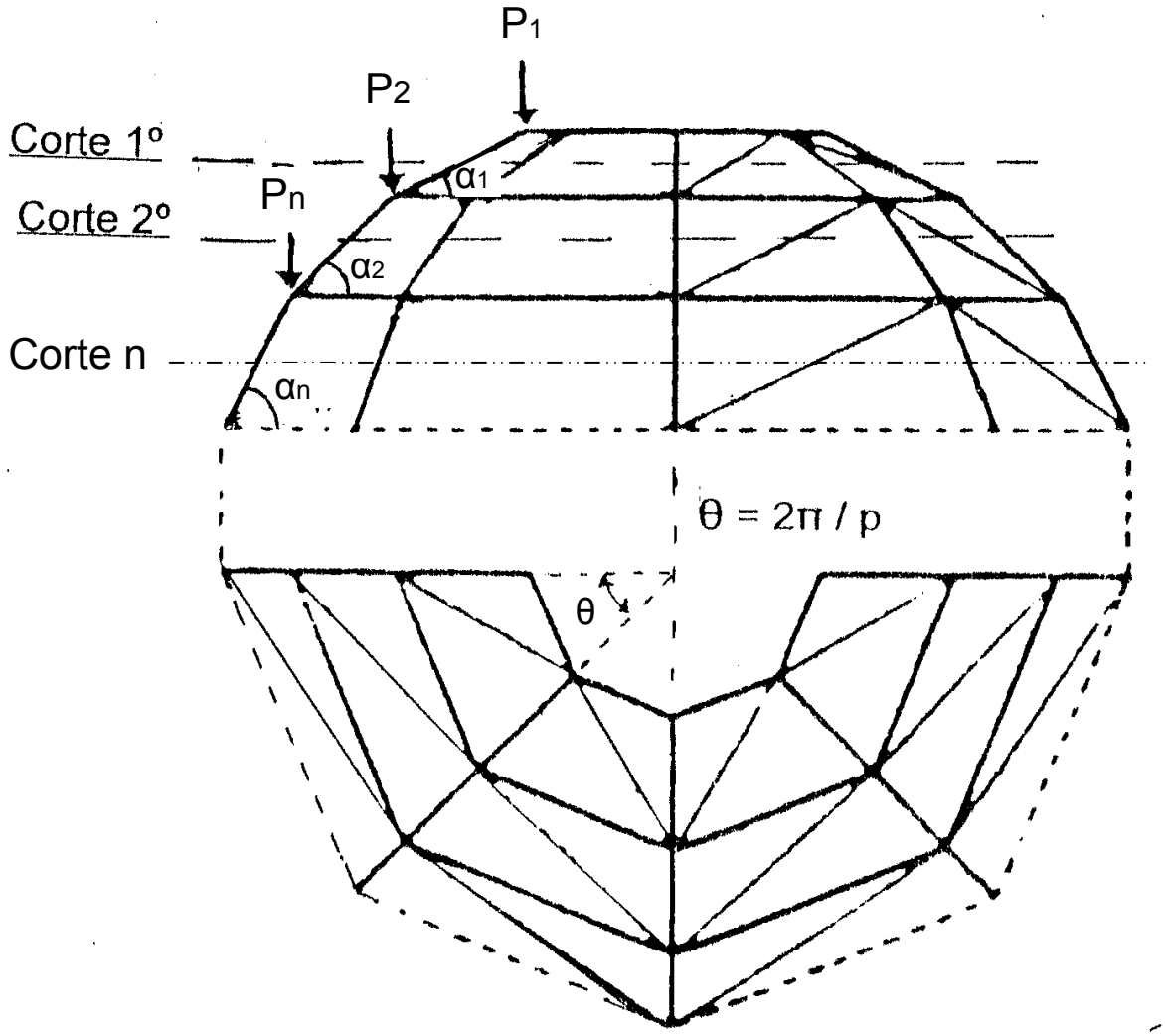
Cúpula Schwedler con carga gravitatoria simetrica.

* En las cúpulas cuyos paralelos son polígonos regulares frecuentemente todos los meridianos están cargados del mismo modo y con cargas verticales. Al tener simetría radial y de cargas, las diagonales no trabajan y solo lo hacen los meridianos y paralelos por lo que el análisis resulta muy sencillo y se limita a estudiar los nudos de un meridiano y un nudo de cada paralelo.

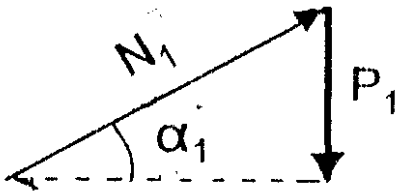
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Análisis de las barras de un meridiano

En cada nudo se igualan las cargas verticales a la proyección vertical del axil de cada barra cortada.

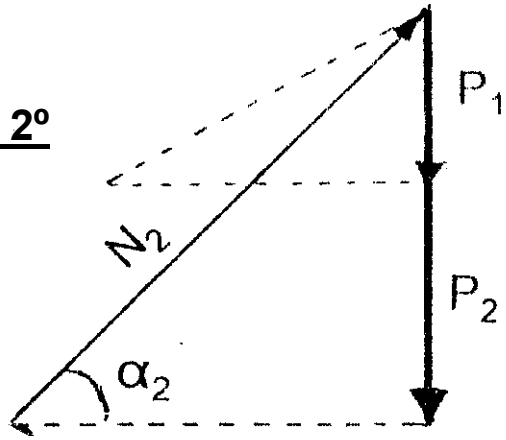


Corte 1º



$N_1 = P_1 / \operatorname{sen} \alpha_1$

Corte 2º



$N_2 = (P_1 + P_2) / \operatorname{sen} \alpha_2$

Generalizando para cualquier corte:

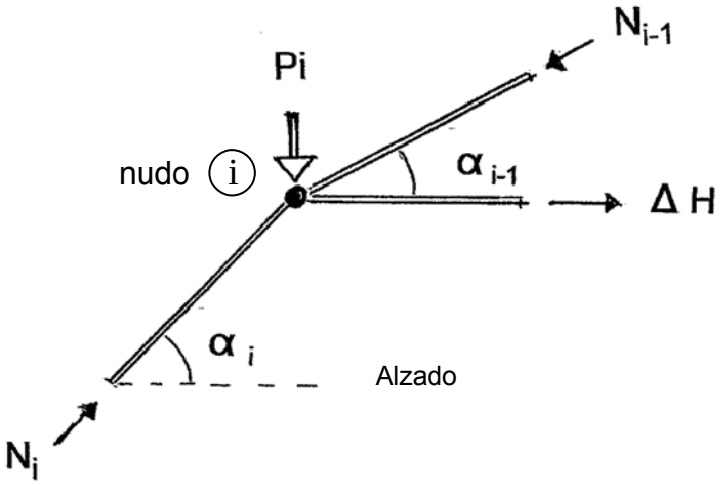
$$Ni = \sum_{1}^{n} \left(Pi / sen\alpha i \right)$$

p = nº lados del polígono del paralelo

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

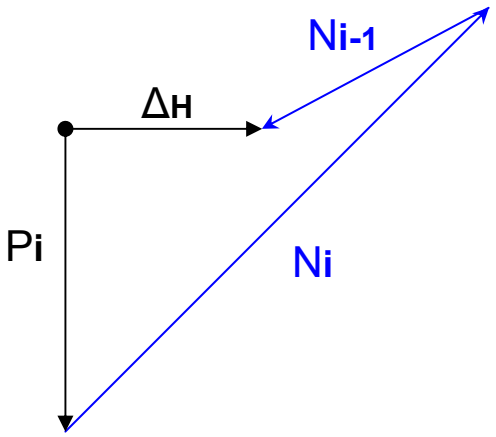
Análisis de las barras de un paralelo

Alzado en un corte n



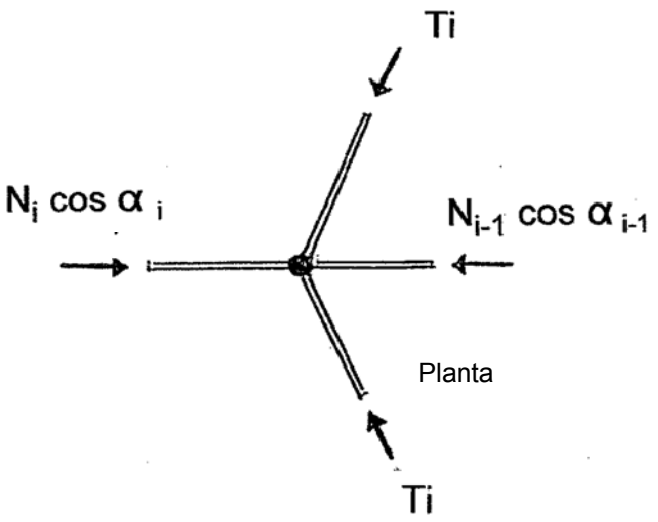
$$\Delta H = (N_i \cos \alpha_i) - (N_{i-1} \cos \alpha_{i-1})$$

Fuerza resultante en el nudo " i "

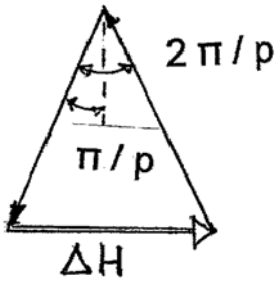


ΔH = compresión en los paralelos (en este caso)

Planta en un corte n



Equilibrio en el plano horizontal nudo " i "



$$\Delta H = 2\, Ti \,\text{sen}\,(\pi / p)$$

Solicitación en el paralelo: $Ti = [(N_i \cos \alpha_i) - (N_{i-1} \cos \alpha_{i-1})] / 2 \,\text{sen}\,(\pi / p)$

Generalizando para cualquier paralelo:

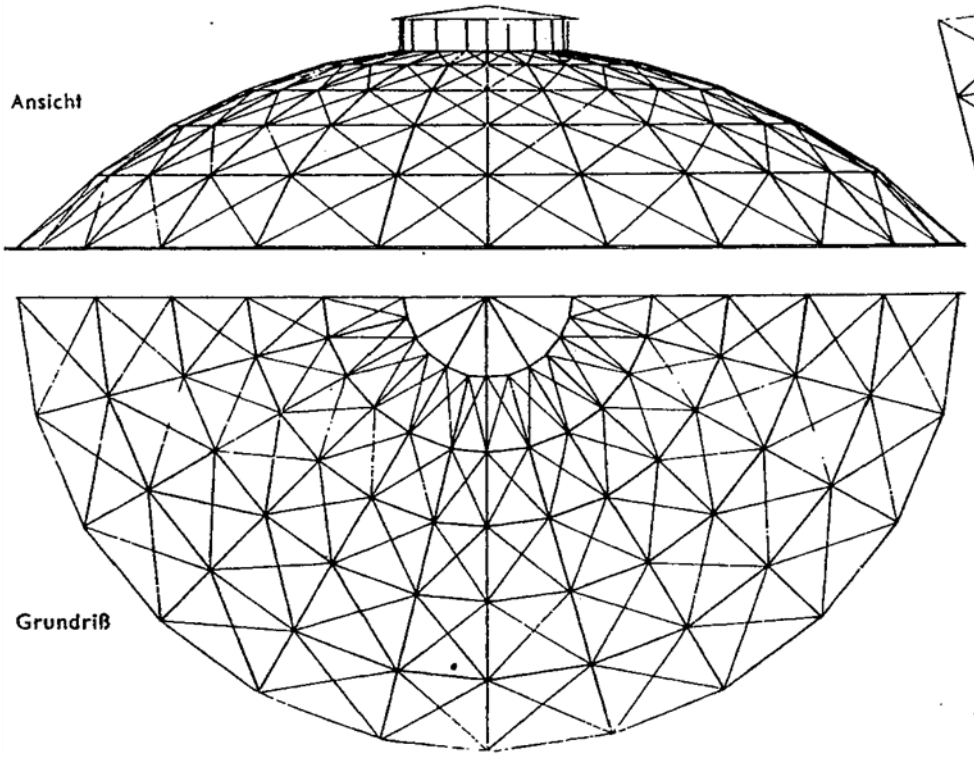
$$Ti = \left(\sum_{1}^{i} P_i \,\text{ctg}\, \alpha_i - \sum_{1}^{i} P_{i-1} \,\text{ctg}\, \alpha_{i-1} \right) / 2 \,\text{sen}\,(\pi / p)$$

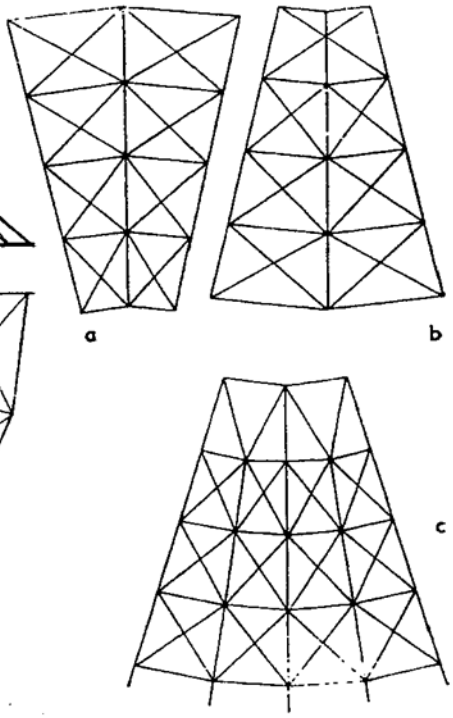
Convenio de signos:

Cargas gravitatorias - Axil : Tracción + Compresión -

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

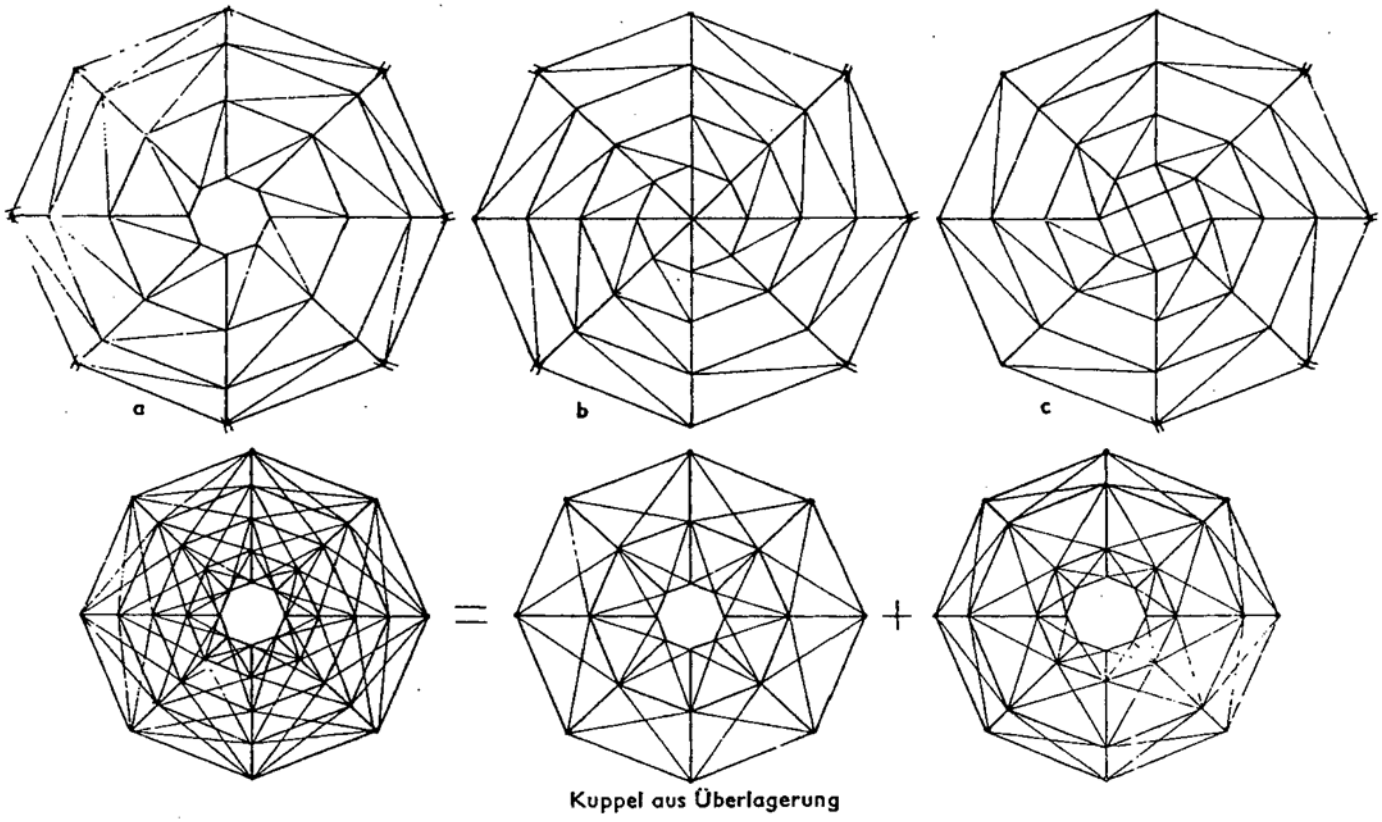
Ejemplos cúpulas tipo Schwedler





Cúpula Schwedler.

Ansicht = alzado
Grundriss = planta



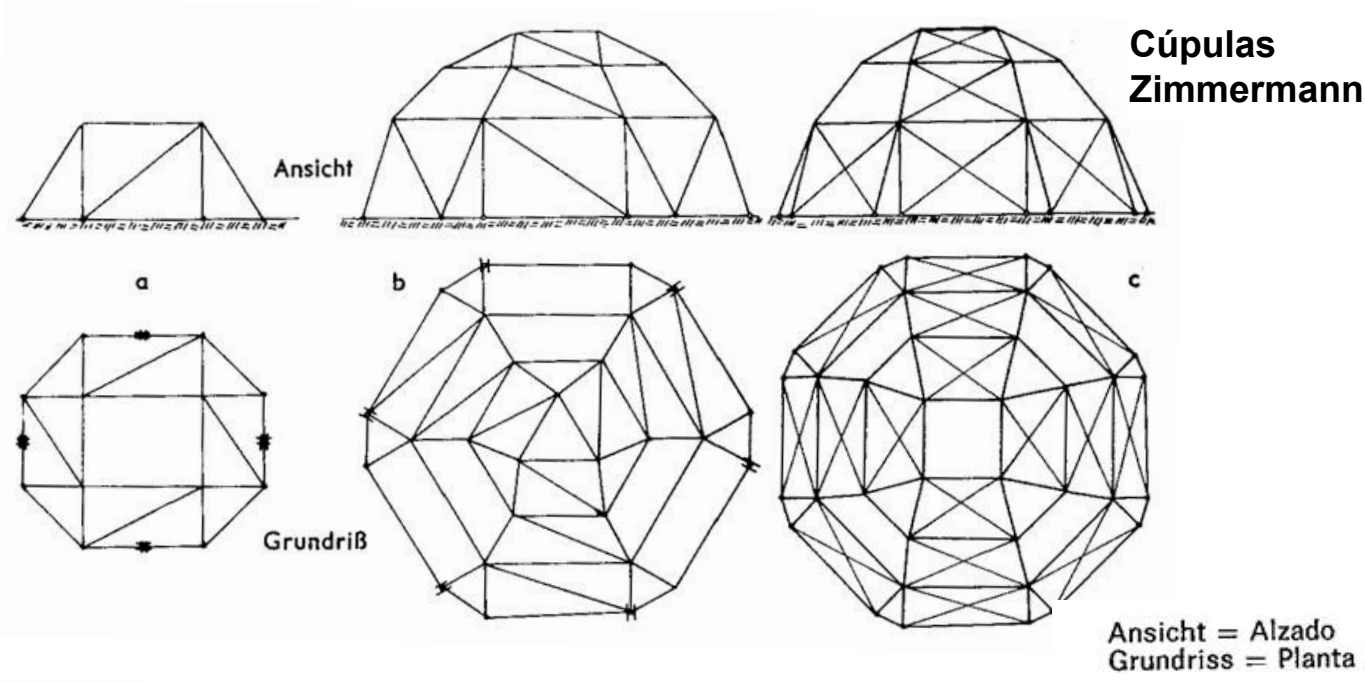
Principales tipos de cúpulas Schwedler.

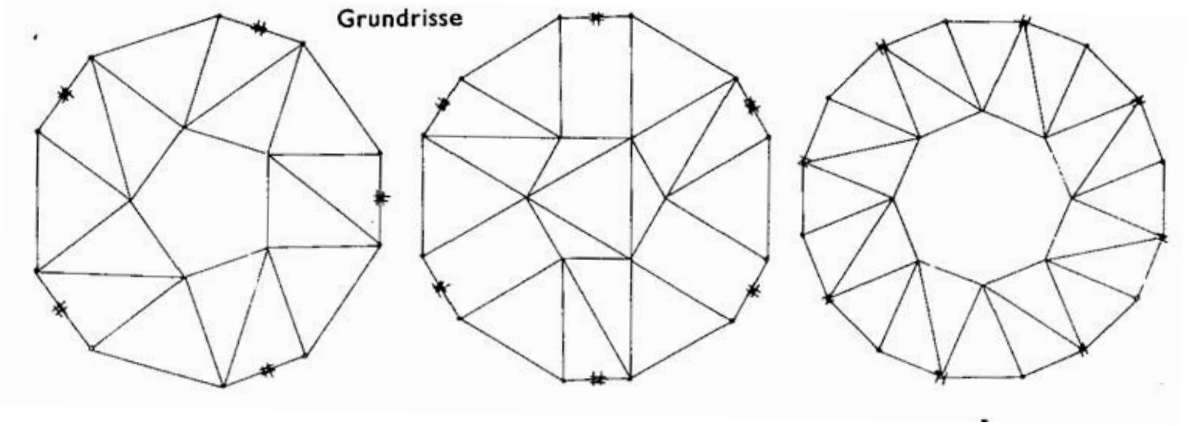
Kuppel aus Uberlagerung = cúpula obtenida por superposición

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

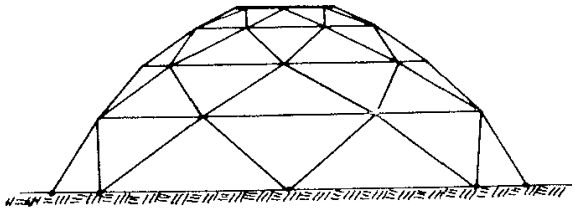
Otros ejemplos de cúpulas de la época

Cúpulas Zimmermann





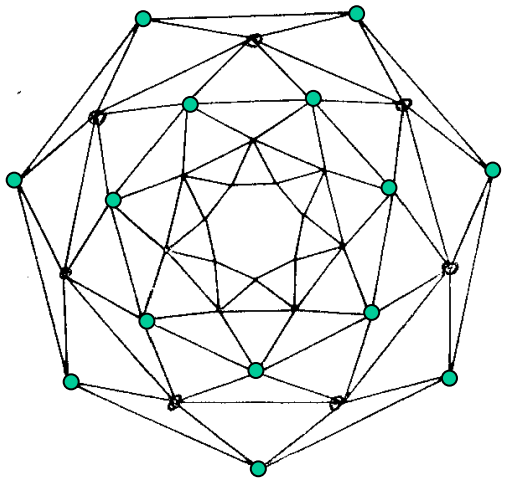
Cúpulas Föppl



También llamadas en red

En las cúpulas de red debe de tenerse especial cuidado y evitar los paralelos con número par de lados ya que resultan inestables, siendo sólo isostáticas las de número impar de lados.

Esta propiedad fue descubierta por A. Föppl.



Nudos: 7 x 5 = 35 3n = 105

Reacciones 7 x 3 = 21 105 -21 = 84 barras

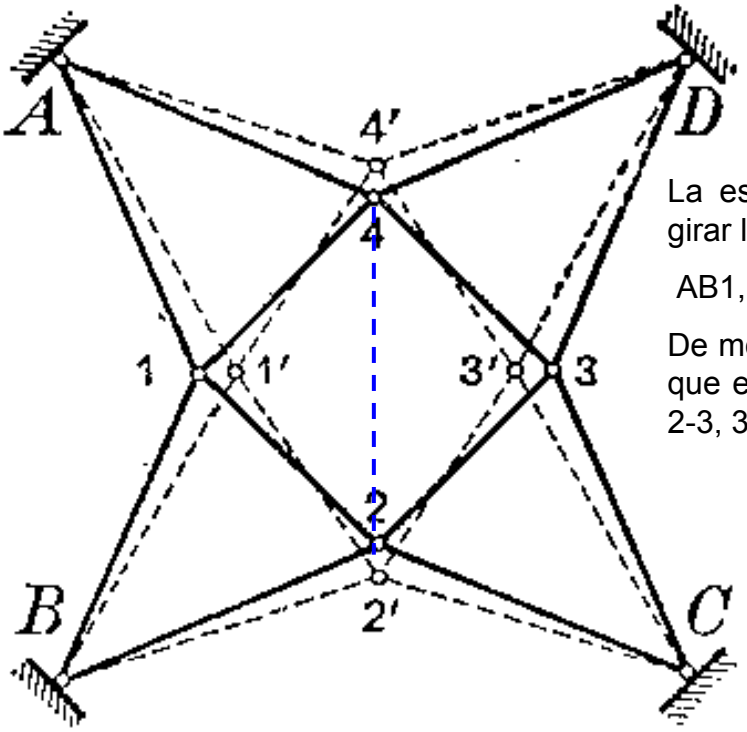
Barras:

Anillos: 7 x 4 = 28 Diagonales: 2 (7 x 4) = 56

Total barras = 84 ISOSTÁTICA

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

La inestabilidad en cubiertas de red con paralelos formados por polígonos de lados pares



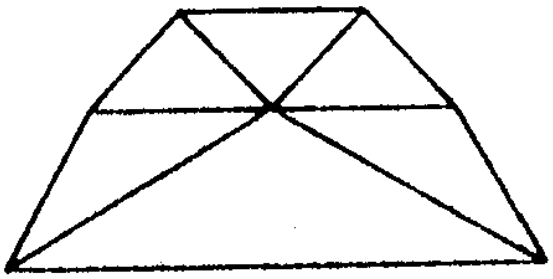
La estructura simple puede deformarse haciendo girar los diversos triángulos:

AB1, BC2, CD3, DA4

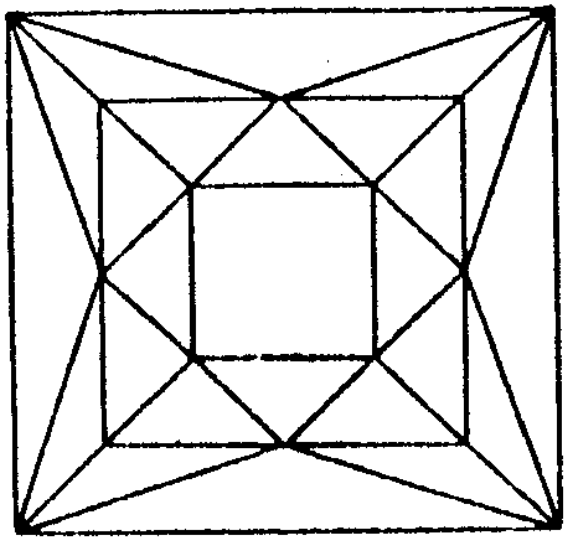
De modo que los nudos 1 y 3 desciendan mientras que el 2 y el 4 se eleven y que las distancias 1-2, 2-3, 3-4, 4-1 se mantengan invariables

En color azul y trazo discontinuo la barra necesaria para que la estructura sea indeformable.

Cúpulas de tipo plano



Son un tipo intermedio entre las de tipo Schweder y las de tipo red



Nudos: 4 + 8 + 4 = 16 3n = 48

Reacciones 4 x 3 = 12 48 -12 = 36 barras

Barras:

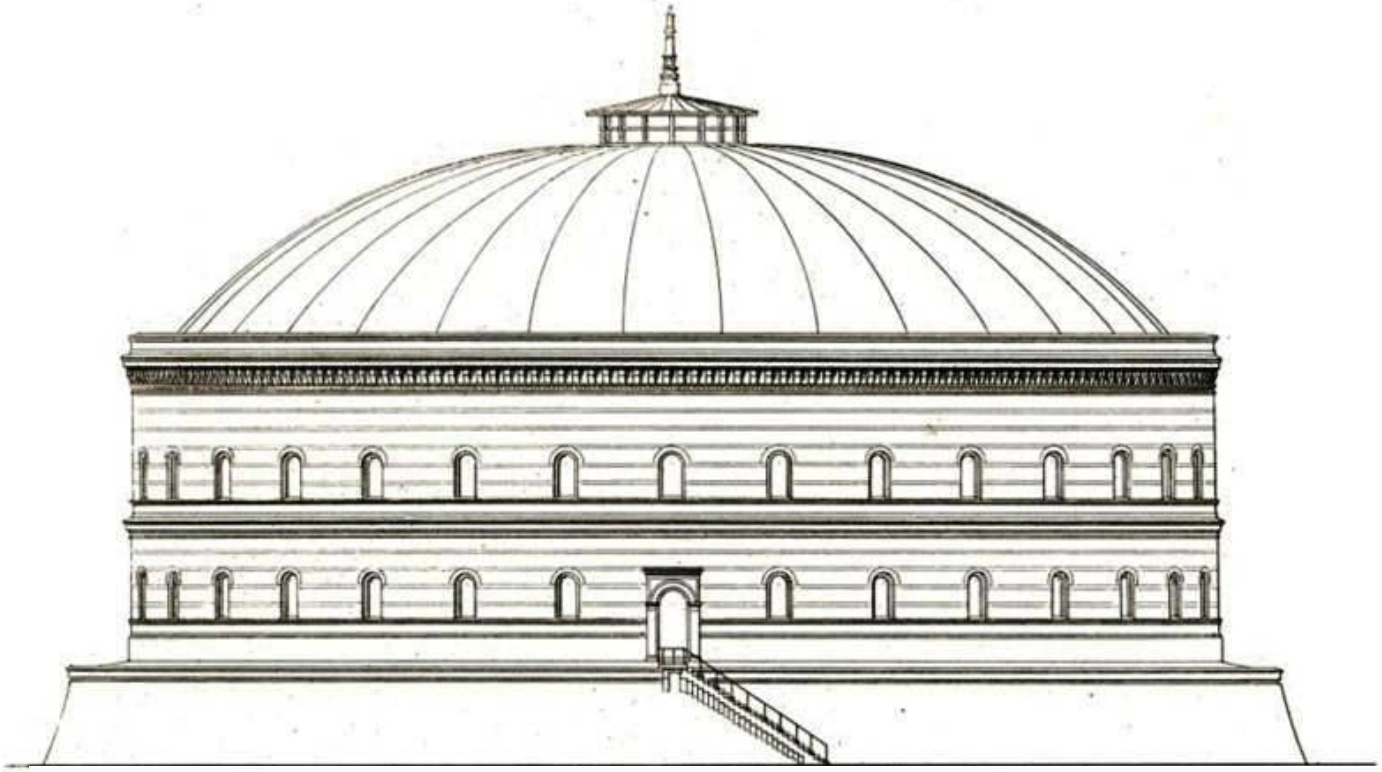
Anillos: 8 + 4 = 12

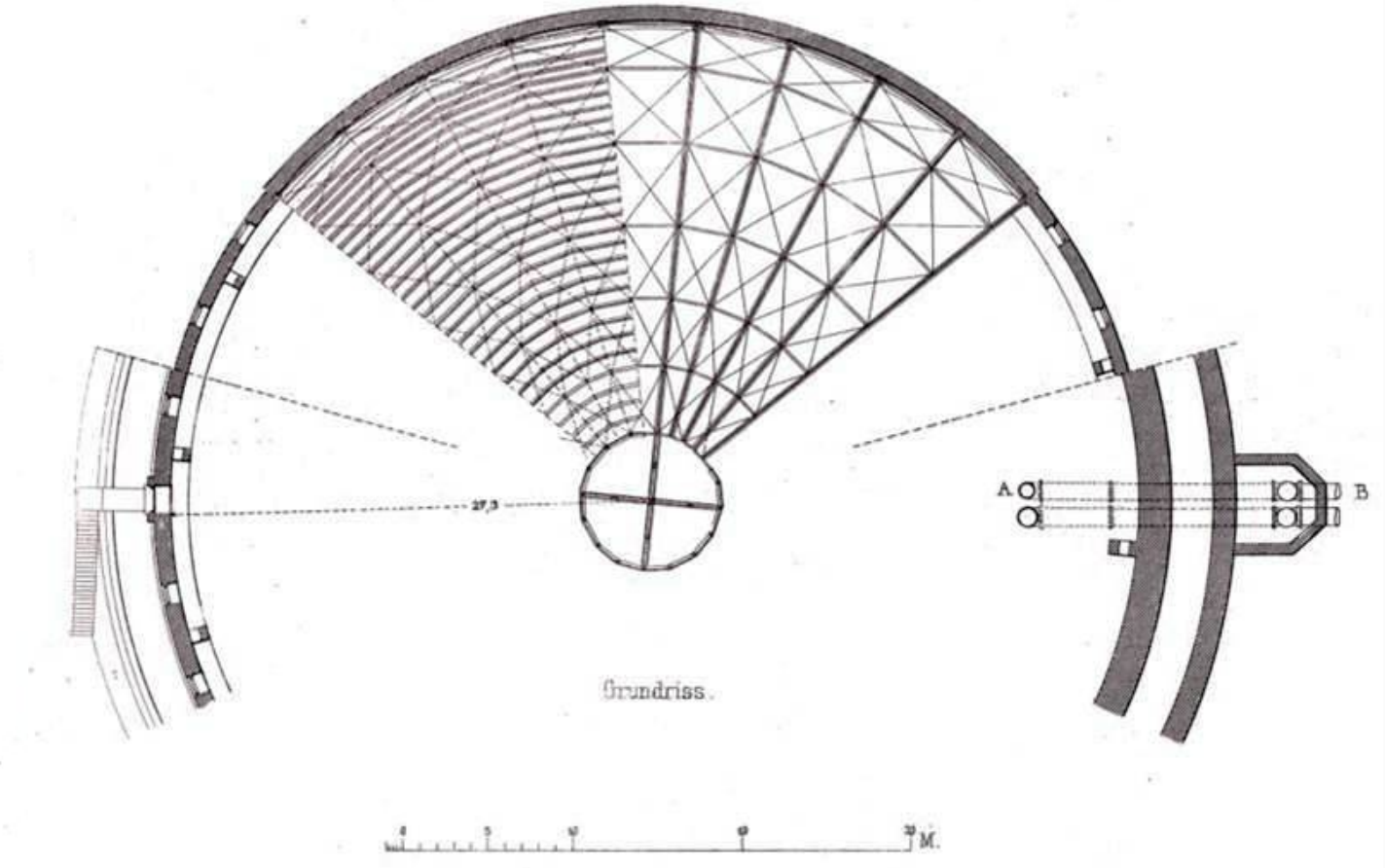
Diagonales: (4 x 3) + (4 x 3) = 24

Total barras = 36 ISOSTÁTICA

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula Schwedler, Steingasometer Berlín 1874





Bauherr war im Jahr 1874 die städtische Gasbehälter-Anstalt. Der Rundbau hat einen Durchmesser von 56 Metern, eine Höhe von 21 Metern ohne Kuppel und eine Gesamthöhe von 27 Metern. Das Speichervolumen betrug 30.000 m³ Gas.

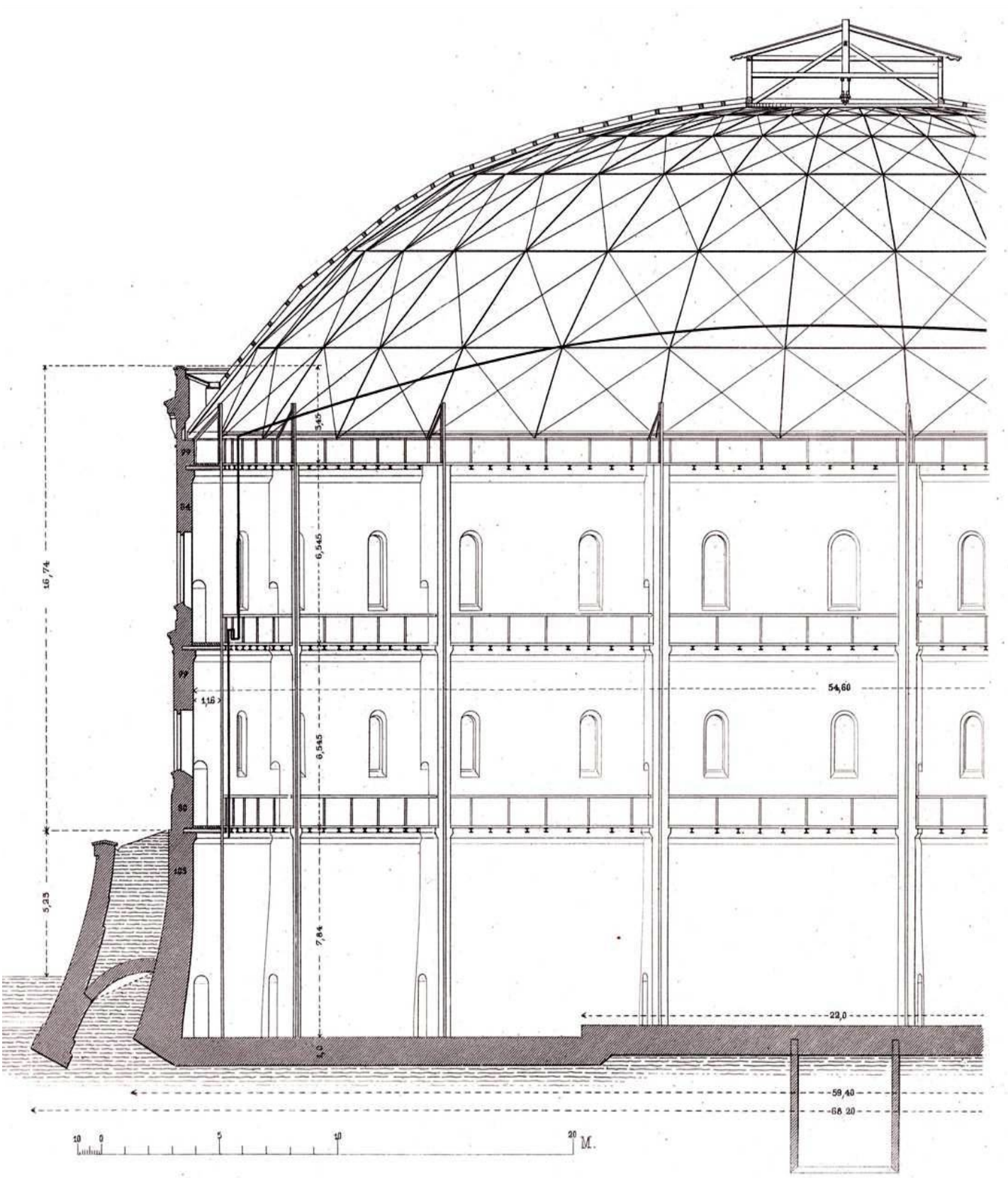
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula Schwedler, Steingasometer Berlín restauración 2006

Der Gasometer von 1874 an der Fichtestraße (Berlín)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula Schwedler, Steingasometer Berlín restauración 2006



Sección

Der Gasometer von 1874 an der Fichtestraße (Berlín)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula, Steingasometer Berlín restauración para viviendas

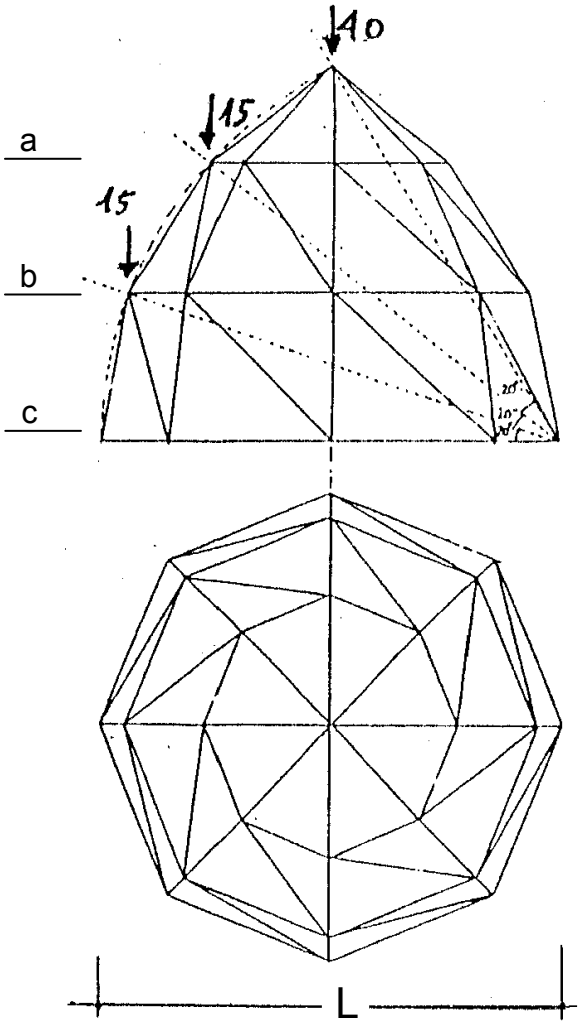
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

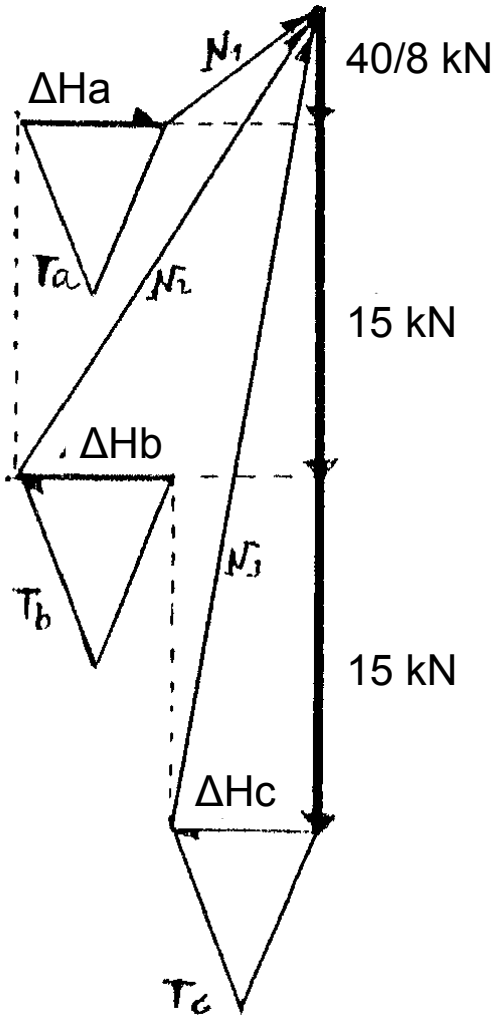
Steingasometer restauración para viviendas 2006

Der Gasometer von 1874 an der Fichtestraße (Berlín)
Wohnen auf dem Bunkerdach
Berliner Architekt plant zwölf Apartments auf dem Gasometer an der Fichtestraße

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Método gráfico del ingeniero norteamericano Eddy (1878)

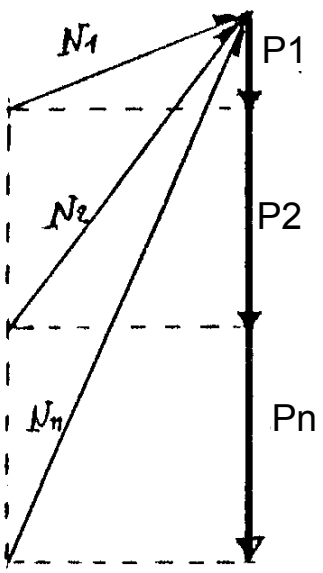




* Los paralelos estan sometidos en este caso a compresión hasta un determinado nivel y a continuación a tracción.

** Si se añade una linterna se aumenta la compresión en los meridianos y se añade tracción a todos los paralelos.

*** Los paralelos no trabajan cuando el perfil de los meridianos adopta la forma del antifunicular de las cargas.

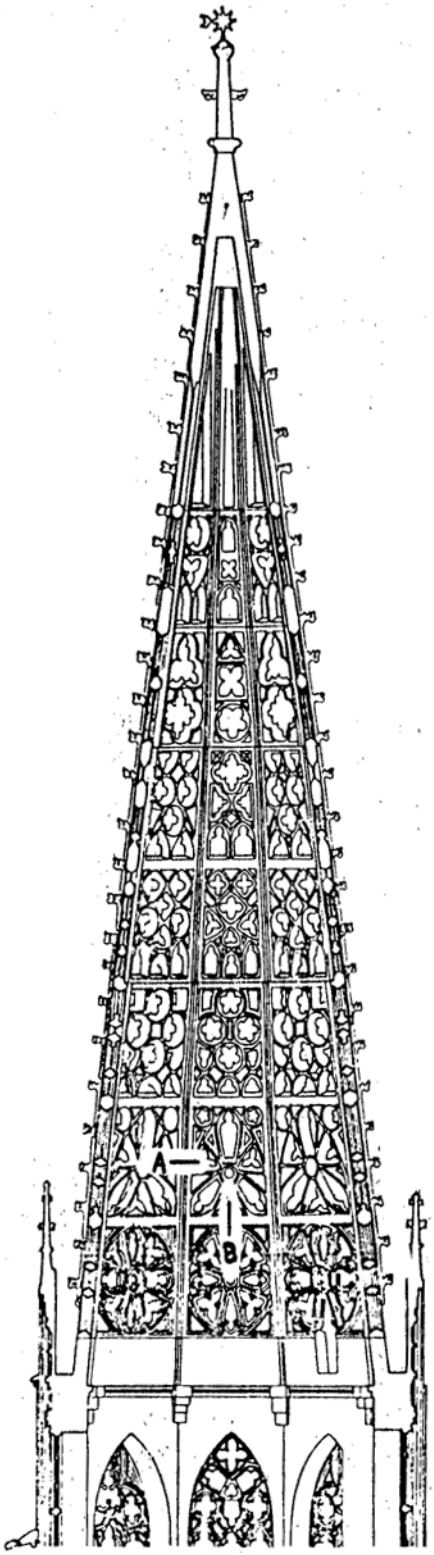


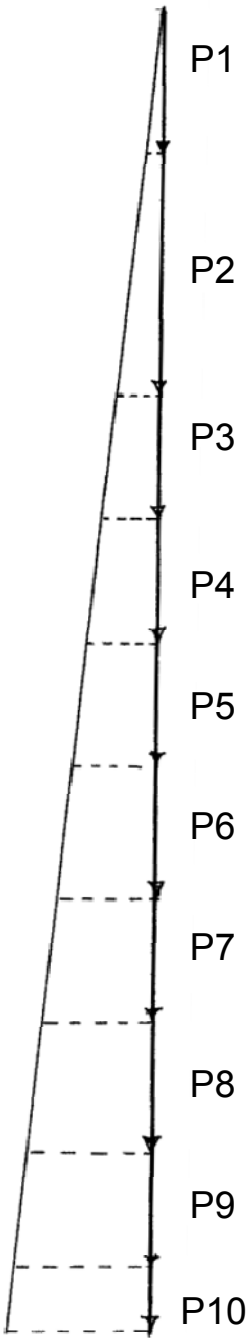
ΔH = 0

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Forma de trabajo aguja gótica

Este fenómeno de que los paralelos no trabajen es característico, por ejemplo. de las agujas en las catedrales góticas.





Se consigue calculando el tamaño de la pieza, el espesor de la misma y el aligerado de peso con el dibujo adecuado.

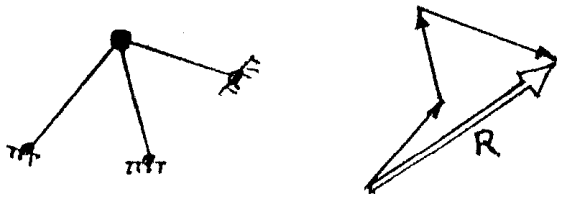
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Simplificaciones de cálculo en celosías espaciales

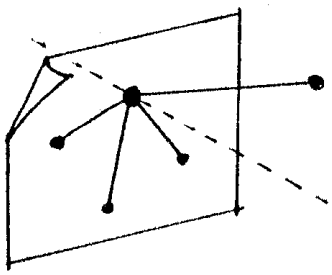
El cálculo de esfuerzos en las barras bajo el efecto de fuerzas dadas se simplifica a menudo determinando en primer lugar las barras inactivas bajo el sistema de cargas dado, es decir, las barras en las que el esfuerzo es nulo, basándose en las siguientes reglas:

Nudos descargados:

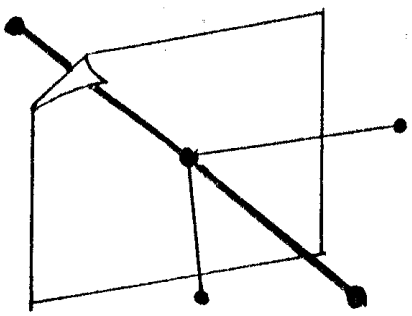
1/ Cuando concurren solo tres barras en un nudo no cargado y éstas barras no se encuentran en el mismo plano, dichas barras no trabajan. (regla análoga a la de un nudo no cargado en el plano en el que solo concurren dos barras).



2/ Si todas las barras que terminan en un nudo no cargado están en un mismo plano, salvo una, esta última no trabaja. Esto se prueba igualando a cero la suma algebraica de las proyecciones de todas las fuerzas sobre un eje normal a las fuerzas coplanares. (si ademas anulada esta barra ya solo quedan dos barras desconocidas en el nudo, al estar contenidas en el mismo plano y estar descargado el nudo tampoco trabajan estas dos barras).

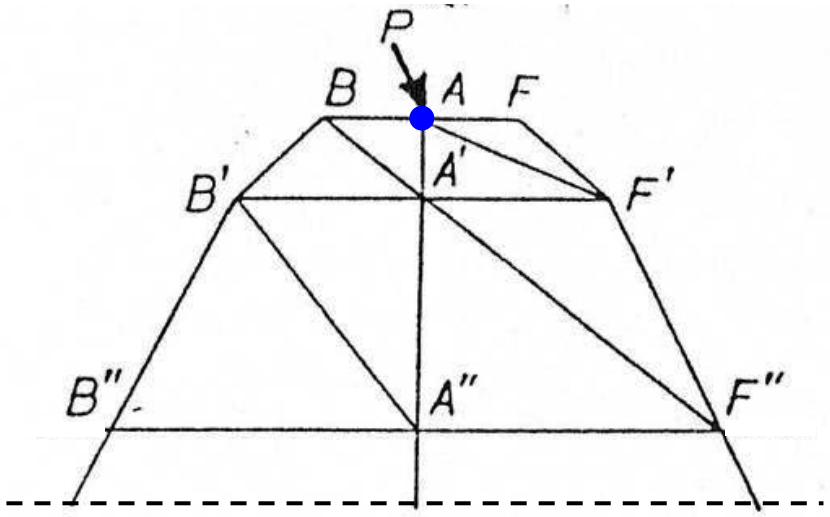


3/ Si de cuatro fuerzas concurrentes no contenidas en un mismo plano, dos son colineales, sólo puede haber equilibrio cuando las otras dos tienen intensidad nula. Las dos fuerzas colineales deben ser, desde luego, de igual intensidad y sentido contrario. (esta afirmación puede probarse proyectando todas las fuerzas sobre un plano perpendicular a la recta de acción de las dos fuerzas colineales. Sobre este plano de proyección sólo hay entonces dos fuerzas que no son colineales y que no pueden hallarse en equilibrio sino en el caso de ser ambas iguales a cero).



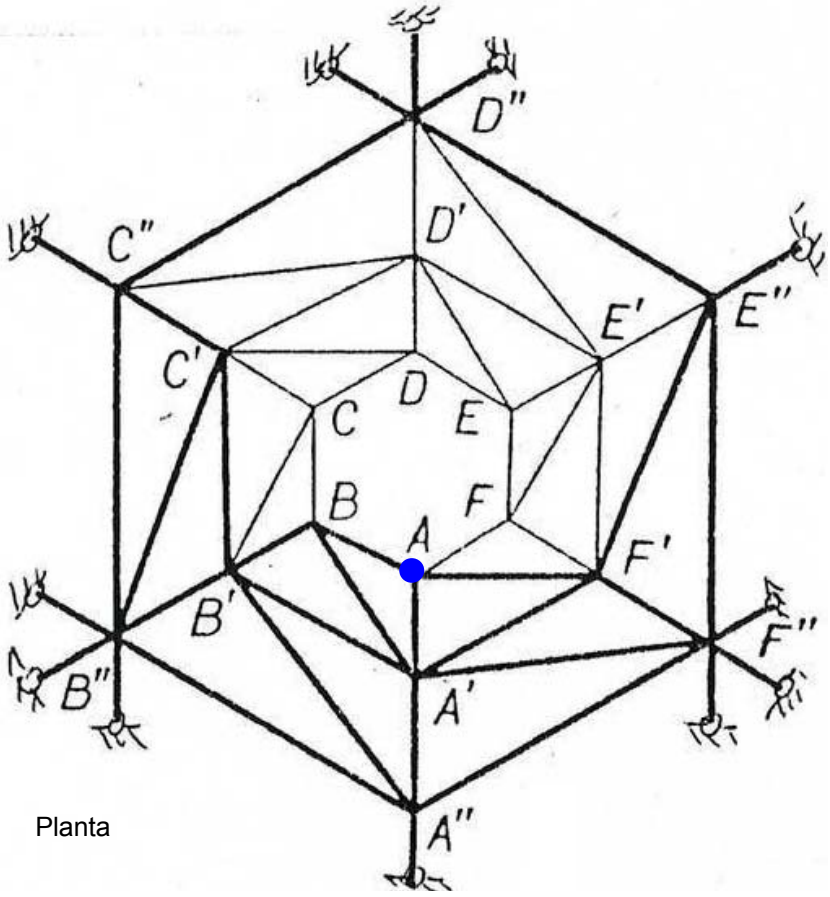
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ejemplo: cúpula Schwedler sometida a carga arbitraria única “P”



Alzado

Sólo trabajan las barras en línea gruesa.



Planta

Siguiendo las simplificaciones anteriores sobre nudos descargados y

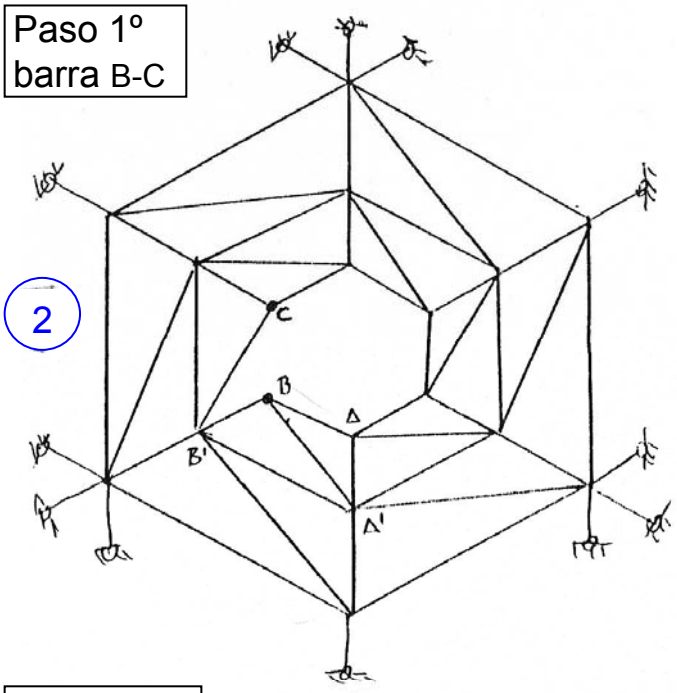
Trabajando por etapas se determinan fácilmente las barras inactivas en línea fina.

Comenzando por ejemplo por el nudo descargado “B”:

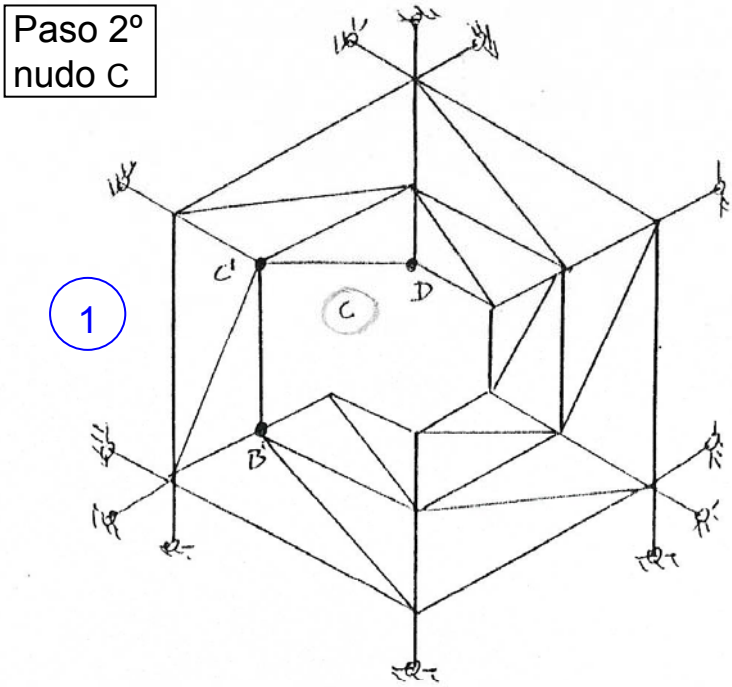
Todas las barras son coplanarias excepto la barra B-C. Luego no trabaja en esta hipótesis de carga

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

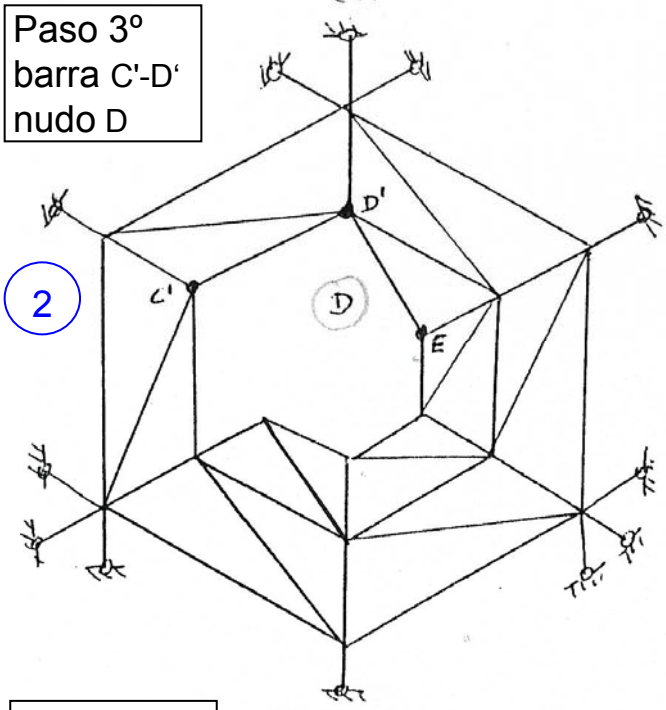
Paso 1º
barra B-C



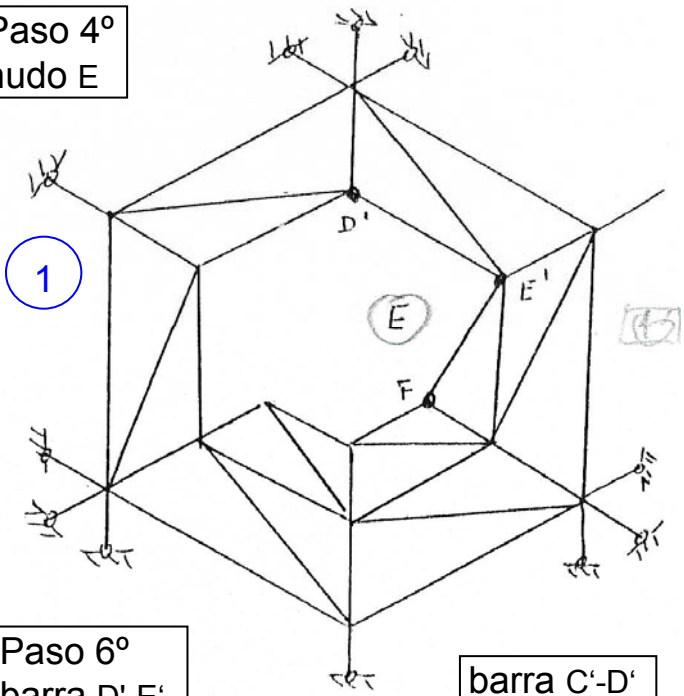
Paso 2º
nudo C



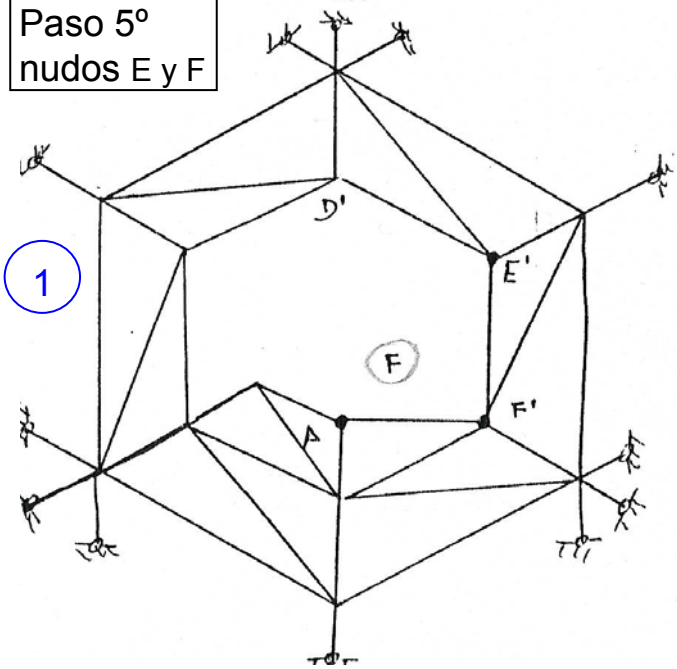
Paso 3º
barra C'-D'
nudo D



Paso 4º
nudo E

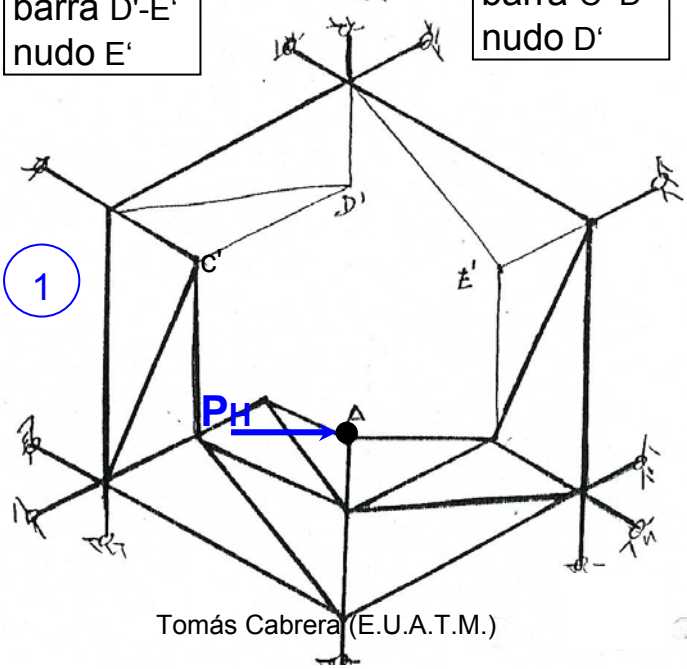


Paso 5º
nudos E y F



Paso 6º
barra D'-E'
nudo E'

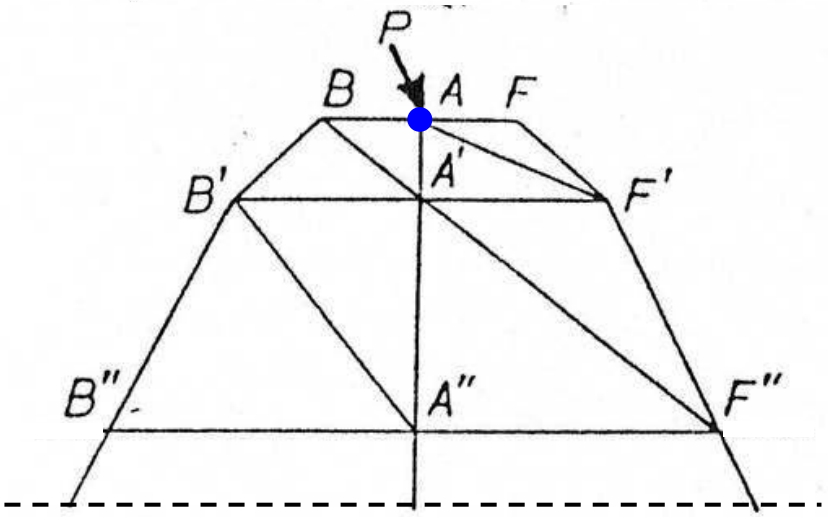
barra C'-D'
nudo D'



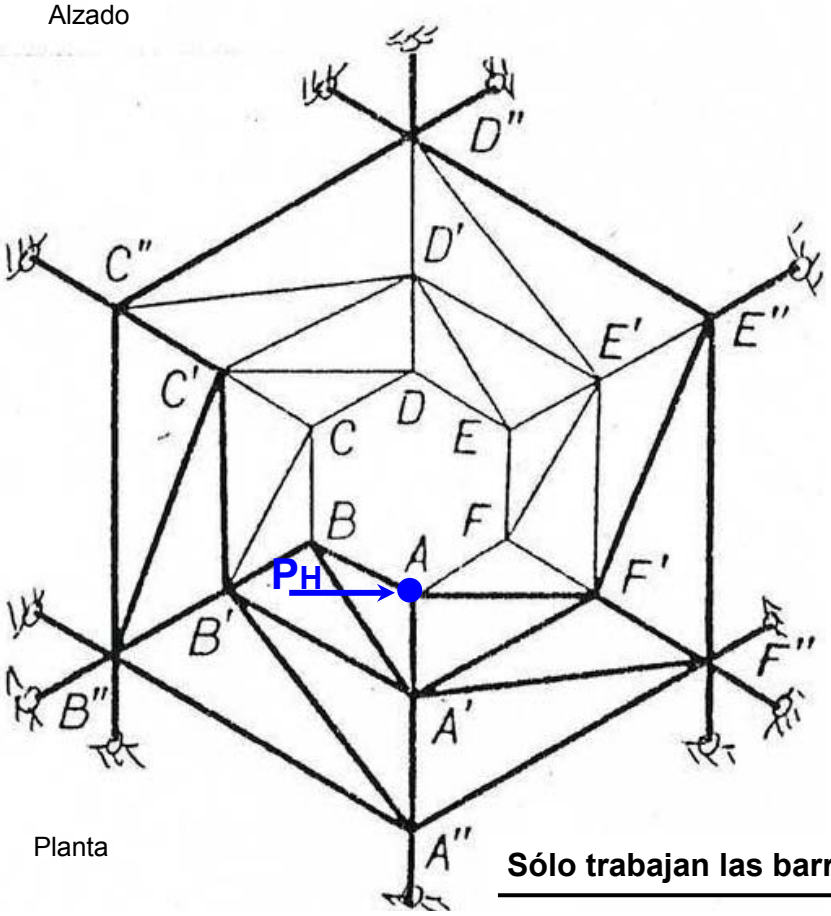
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Nudos cargados

1/ Si en un sistema de fuerzas concurrentes en equilibrio, todas las rectas de acción menos dos son coplanares y se conoce la magnitud de una de estas dos fuerzas, usualmente la carga exterior que actúa en el nudo, siempre puede determinarse la intensidad de la otra, proyectando todas las fuerzas sobre un eje normal al plano de la coplanares



Alzado



Planta

Sólo trabajan las barras en línea gruesa.

Finalmente, obtenemos como únicas barras activas las representadas en línea gruesa.

Los esfuerzos de estas barras y y las reacciones de los apoyos se determinan expresando sucesivamente el equilibrio de los nudos: A y B, en el nivel superior.

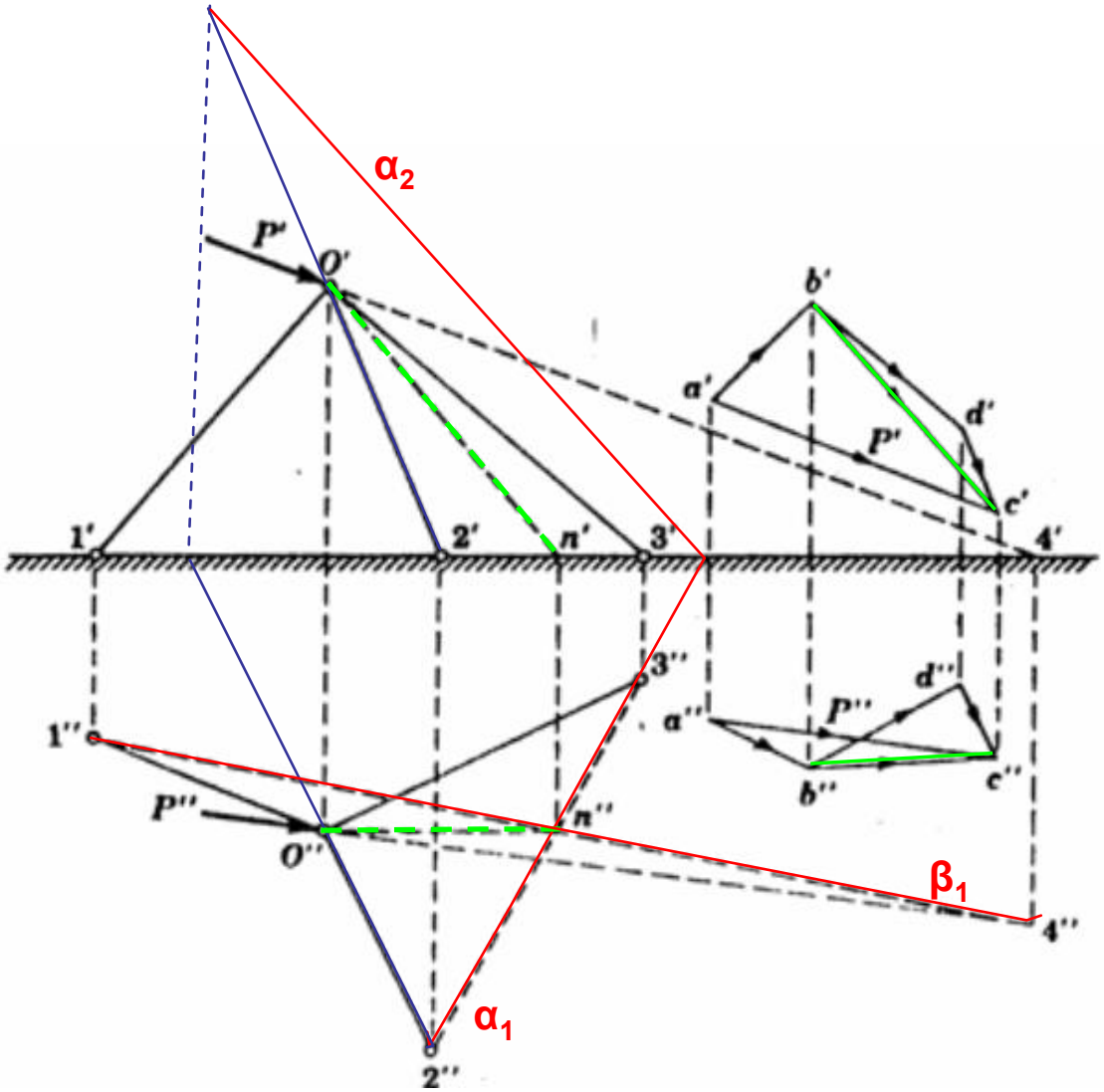
Los nudos F‘, A‘, B‘, C‘, en el nivel intermedio y A", C", E", B", D", F", en el nivel inferior.

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Método gráfico con ayuda del sistema diédrico.

La descomposición de una fuerza en tres direcciones no coplanares es un problema isostático.

Puede resolverse gráficamente descomponiendo la fuerza **P** definida por sus proyecciones ortogonales: horizontal **P'** y vertical **P''**, según los ejes de las tres barras de la estructura



1º/ Se determina el plano definido por una de las barras, en este caso O -1 (barra 1) y la fuerza P. Plano "**β**"

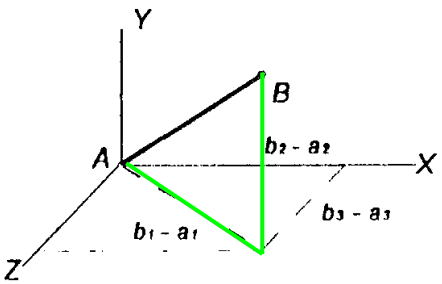
2º/ Se determina el plano definido por las obras dos barras de la estructura: O -2 y O -3. Plano "**α**"

3º/ Se realiza la intersección de los dos planos indicados que proporciona la recta auxiliar O - n.

4º/ Se descompone El vector fuerza P en la dirección de la barra 1 y de la recta auxiliar O-n.

5º/ Se descompone el vector O-N en las direcciones de las otras dos barras O-2 y O-3.

6º/ Conocidas las proyecciones horizontales y verticales de las componentes de los vectores O-1 O-2 y O-3, es inmediato obtener la verdadera magnitud de los esfuerzos en las barras N_1, N_2, N_3.

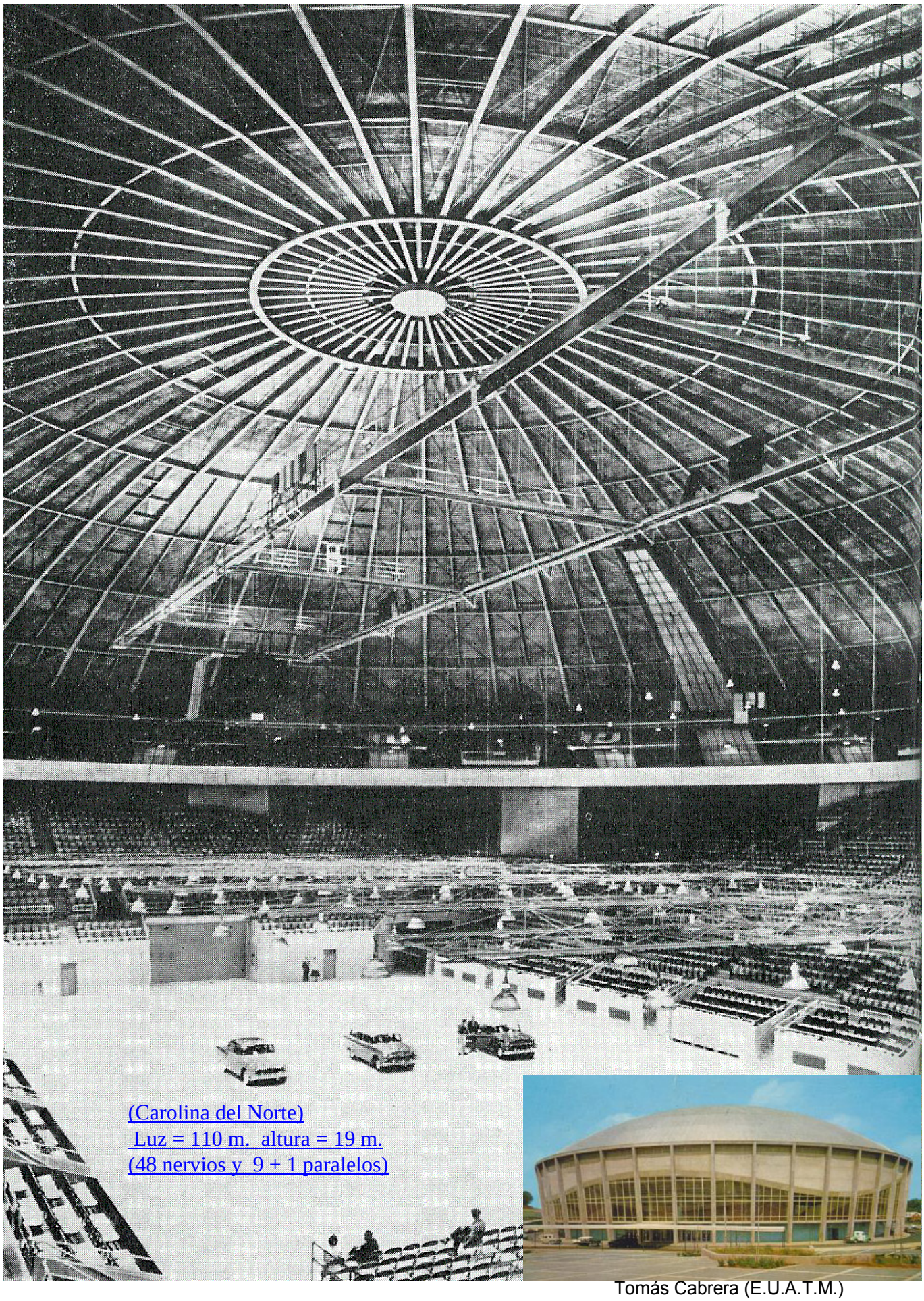


Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula Schwedler en una iglesia de Oakland (California)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

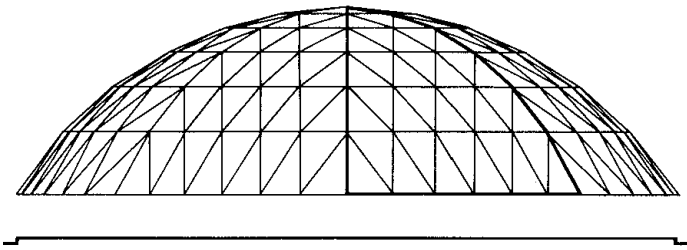
Cúpula Schwedler del Coliseum Civic Center de Charlotte 1955

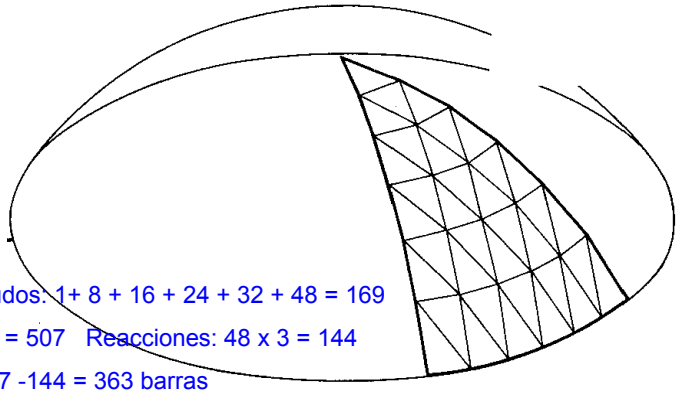


(Carolina del Norte)
Luz = 110 m. altura = 19 m.
(48 nervios y 9 + 1 paralelos)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Sistemas reticulados para superficies esféricas II





Nudos: 1+ 8 + 16 + 24 + 32 + 48 = 169

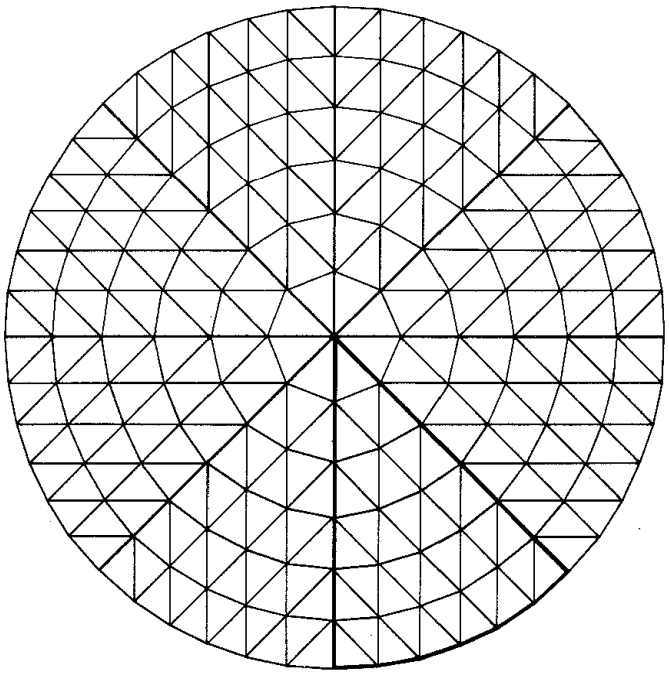
3n = 507 Reacciones: 48 x 3 = 144

507 -144 = 363 barras

8 [(6+5+4+3+2+1) +(5+4+3+2+1)*2]

8 [21+15+15] = 408

Total barras = 408

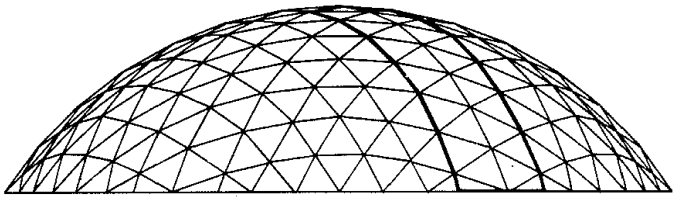


Segmentos esféricos con barras paralelas.

Cúpula reticulada con barras paralelas.

Cúpula de paralelos LAMINAR

más interesantes acabadas en un cuadrado, pentágono, hexágono u octógono.

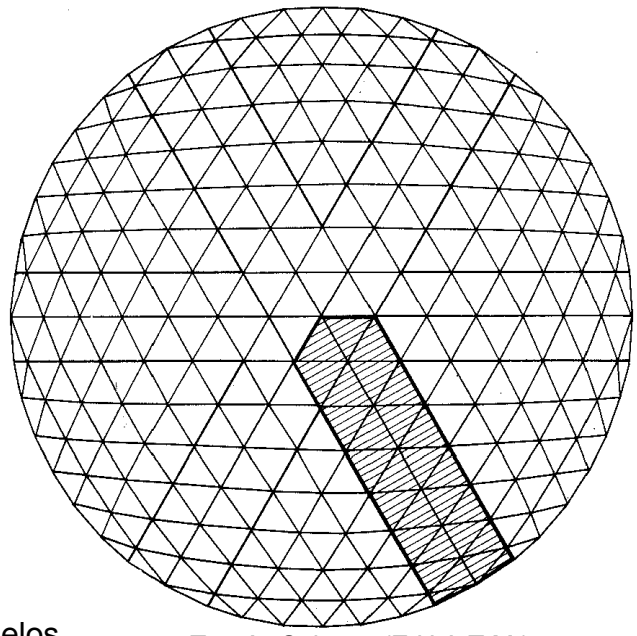


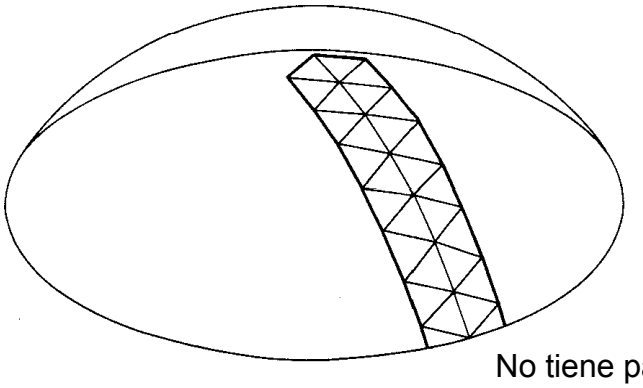
Cúpula sin paralelos

Bandas esféricas con reticulado hexagonal

Bandas esféricas con reticulado hexagonal.

Cúpula de disposición hexagonal.





No tiene paralelos

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

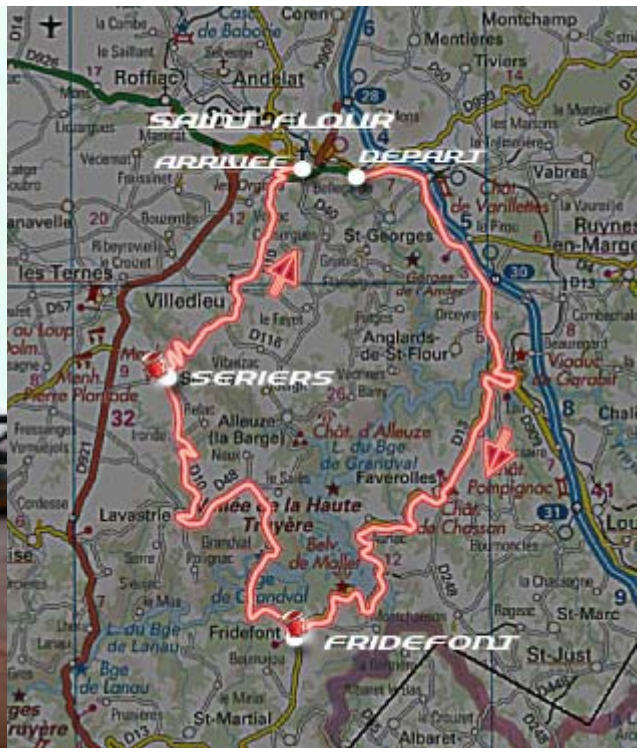
Cúpula de paralelos laminar. Centro comercial Victoria Square (Belfast)

Estructura monocapa del Victoria Square (Belfast)

Luz = 36 m. White ink Architects. 2008.

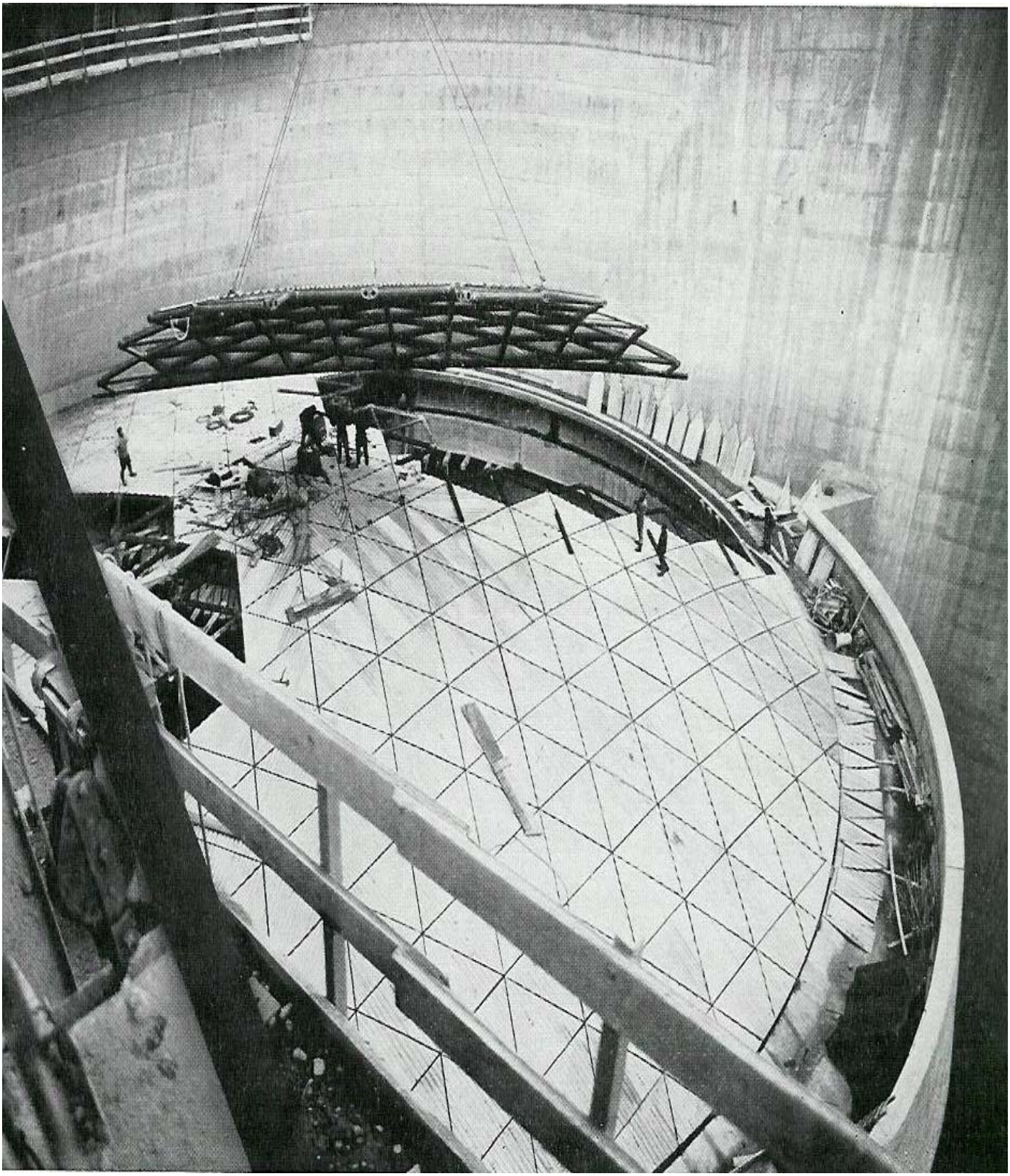
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Central hidroeléctrica de la presa de Grandval 1959 (Francia)



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula de Grandval 1959 (Francia)



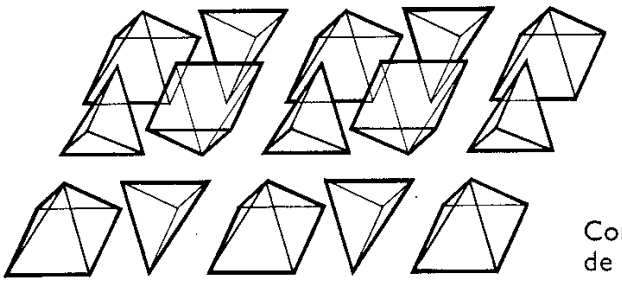
Cúpula de disposición hexagonal. Colocación de uno de los 6 segmentos que forman la cúpula sin paralelos

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

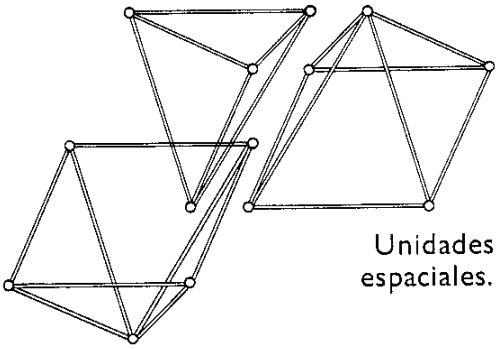
Mallas reticulares de dos capas

****** Los únicos poliedros regulares que pueden servir de base son el tetraedro y el octaedro. La malla octaédrica es la más utilizada y se forma con la composición de pirámides de base cuadrada que equivale a un semioctaedro. Se pueden generar reticulados rectangulares o diagonales. En cada nudo concurren 8 barras.

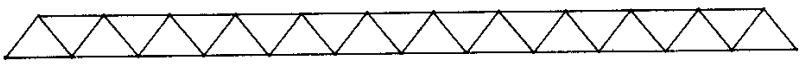
Sistemas reticulados espaciales compuestos por tetraedros y semioctaedros.

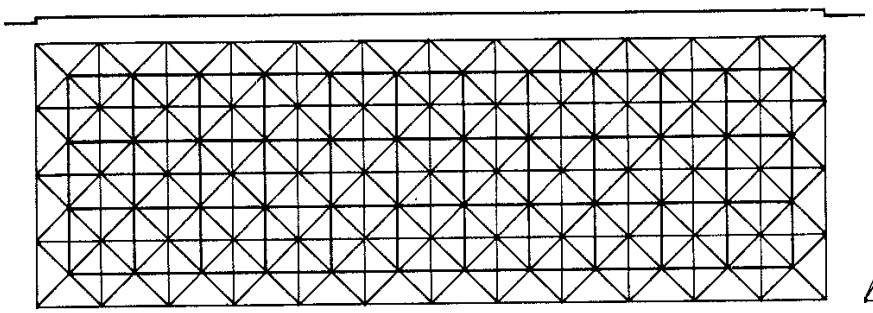


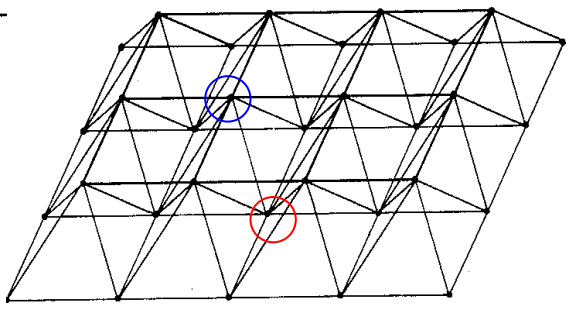
Conjunto de unidades.



Unidades espaciales.



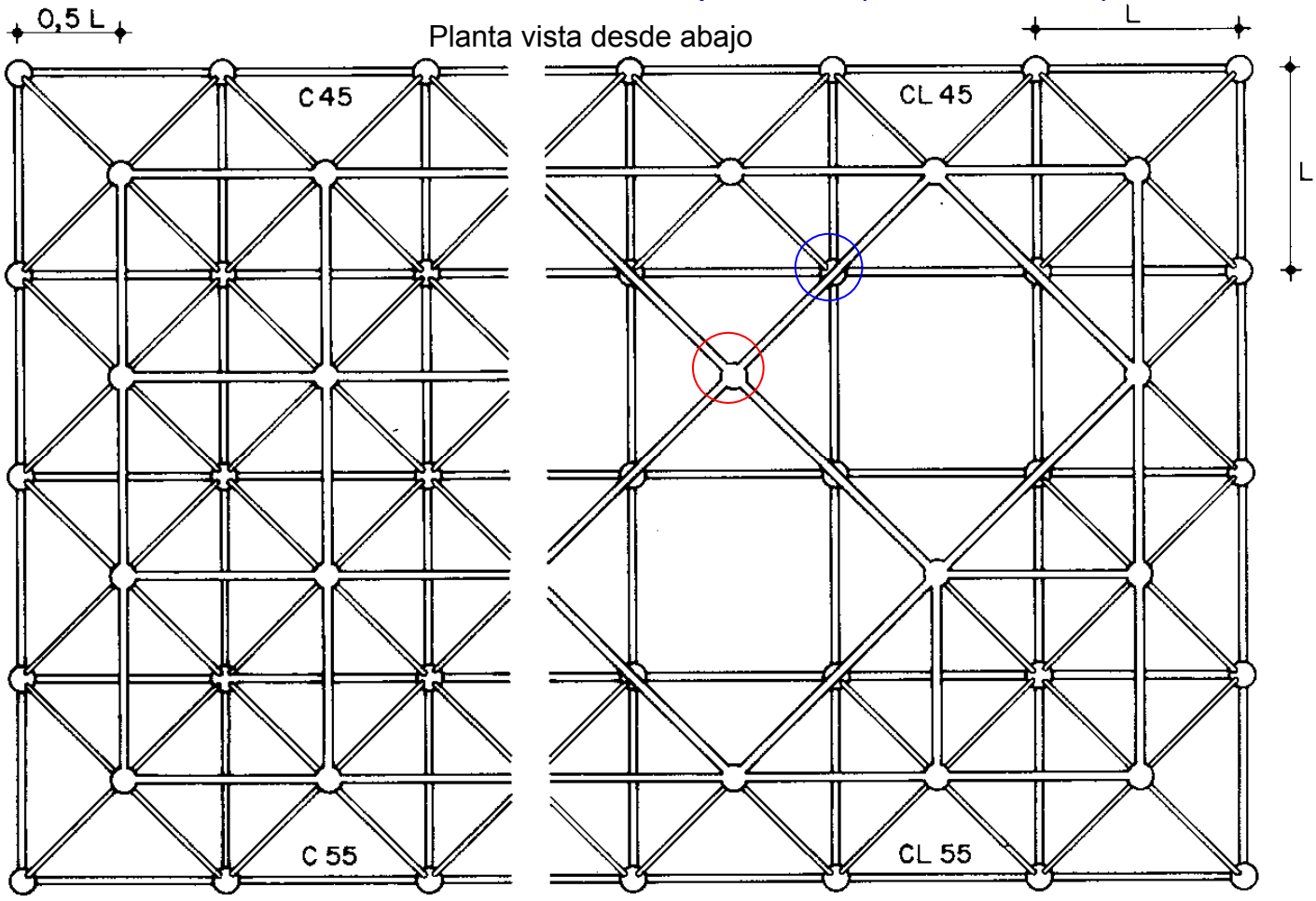


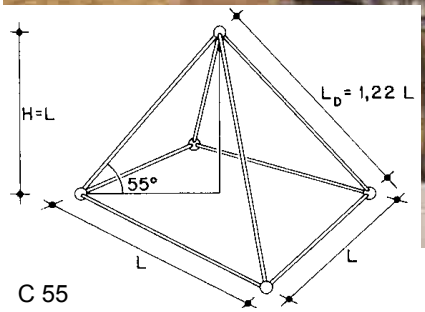


Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

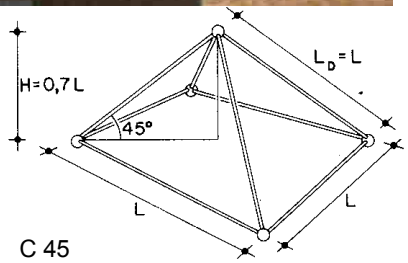
Malla base cuadrada C45 y CL 45 (N.T.E. - E.A.E.)

Planta vista desde abajo





C 55



C 45

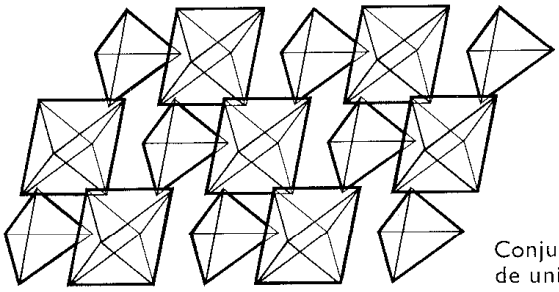
Unidades básicas espaciales

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

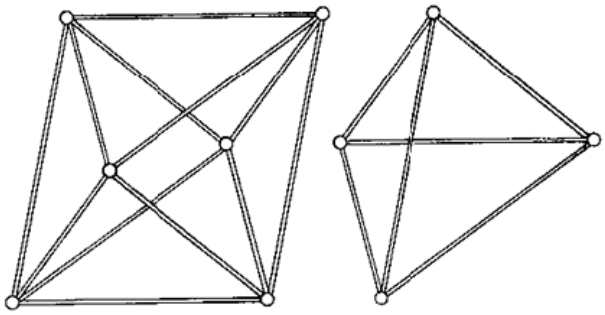
Malla de base triangular

La retícula que origina una malla compuesta de tetraedros es triangular y aunque más eficaz que la octaédrica es más costosa, al producir una densidad mayor de barras y un mayor número de barras concurrentes en cada nudo (9 barras).

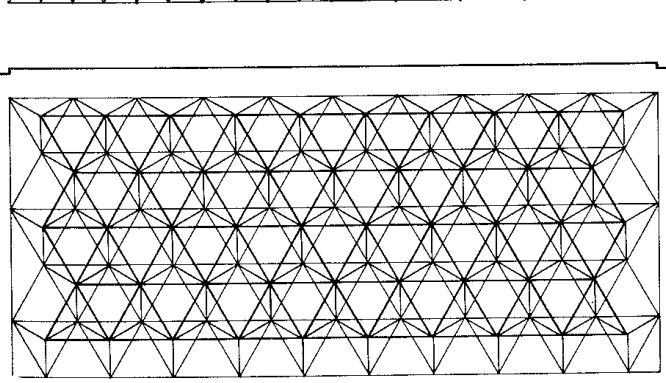
Sistemas reticulados espaciales compuestos por tetraedros y octaedros.

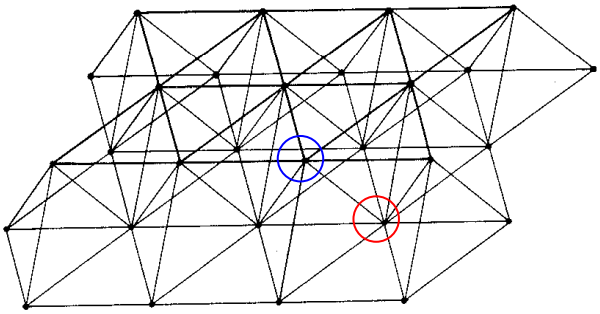


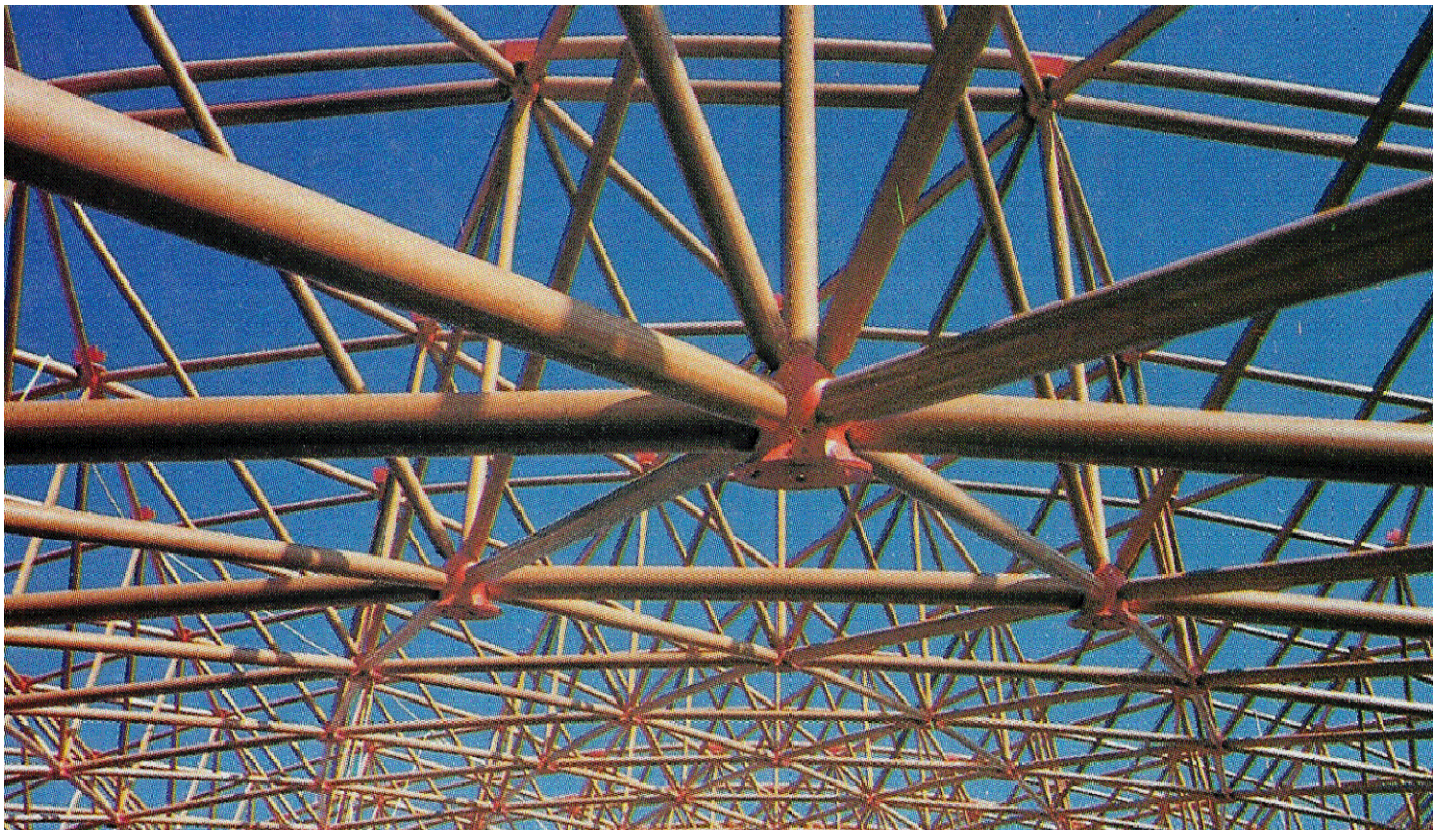
Conjunto de unidades.



Unidades espaciales.

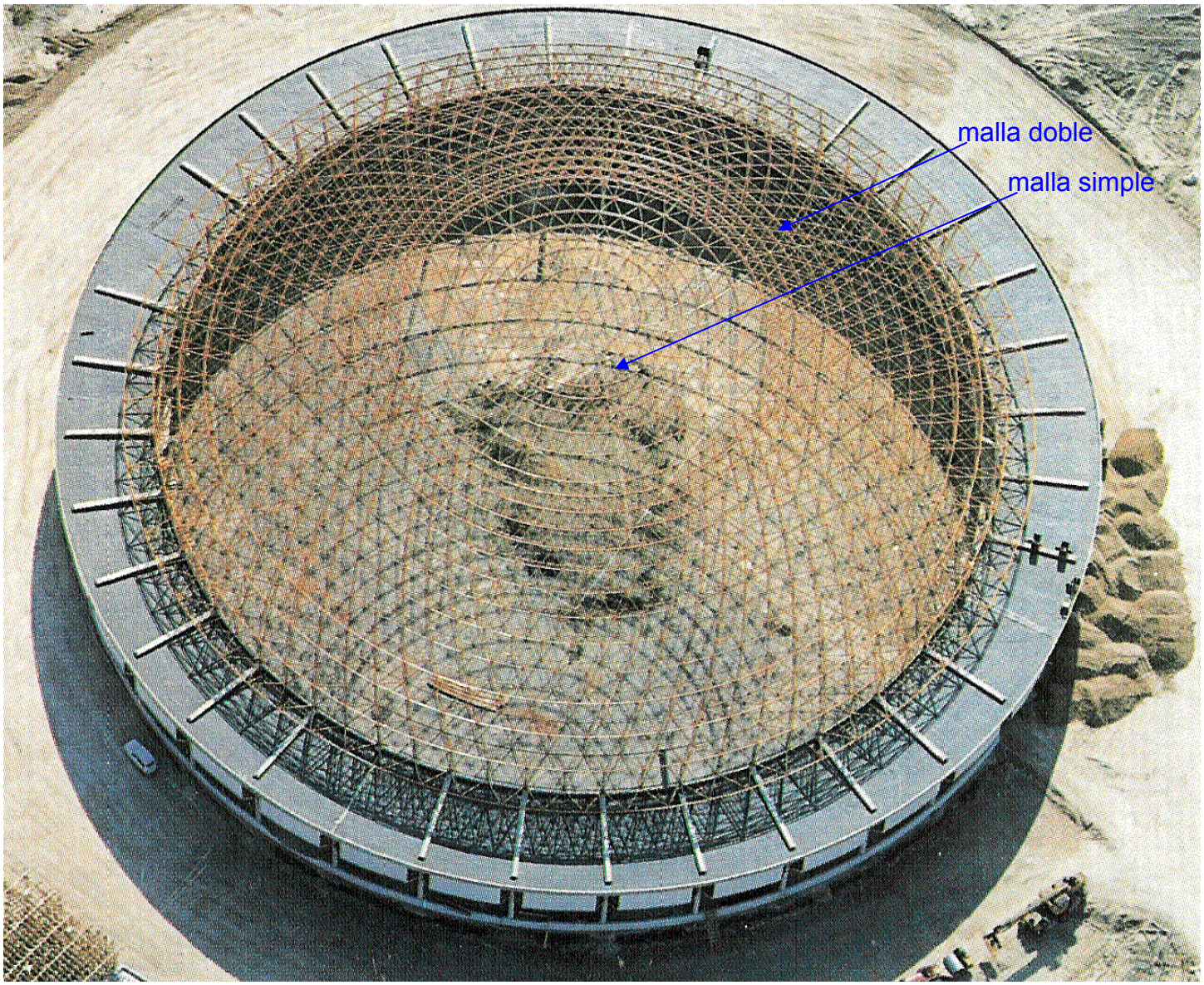


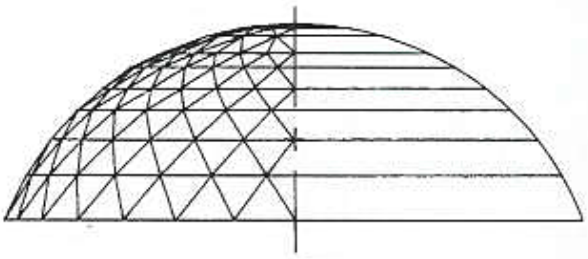


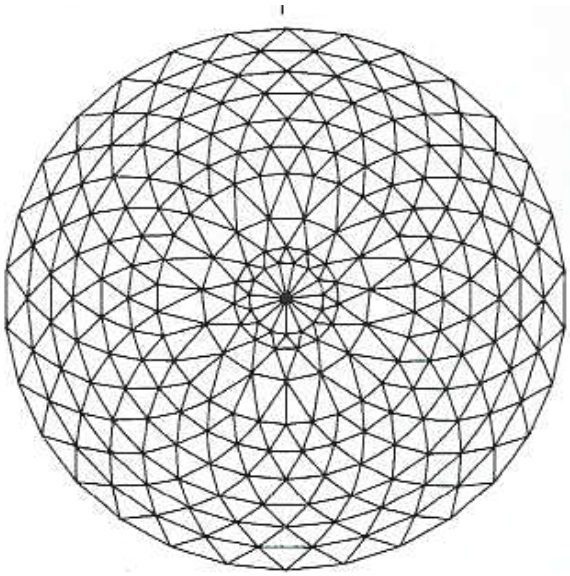


Detalle cúpula en red, mercado de ganado en Vitoria (Alava) 1975 Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula en red, mercado de ganado en Vitoria (Alava) 1975







Ø apoyos = 76 m **Ø exterior = 82 m**

Radio curvatura casquete = 140 m

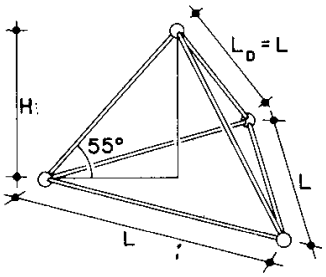
flecha = 15,5 m. Año: 1975

Una capa en rl centro y doble capa resto

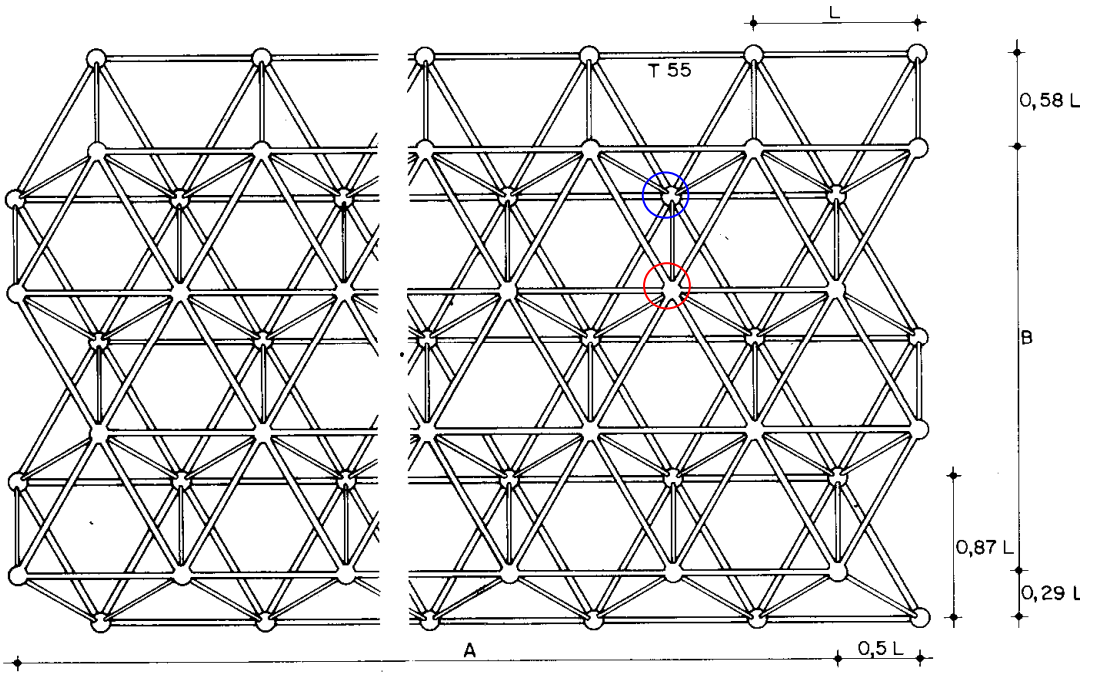
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Malla tetraédrica pabellón Fernando Buesa en Vitoria

Malla tetraédrica.



T 55 H = 0,82L



Planta vista desde abajo (NTE: EAE).

Cúpula en red, mercado de ganado en Vitoria (Alava) 1975 Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Pabellón “Fernando Buesa Arena”(1946 - febrero 2000) en Vitoria

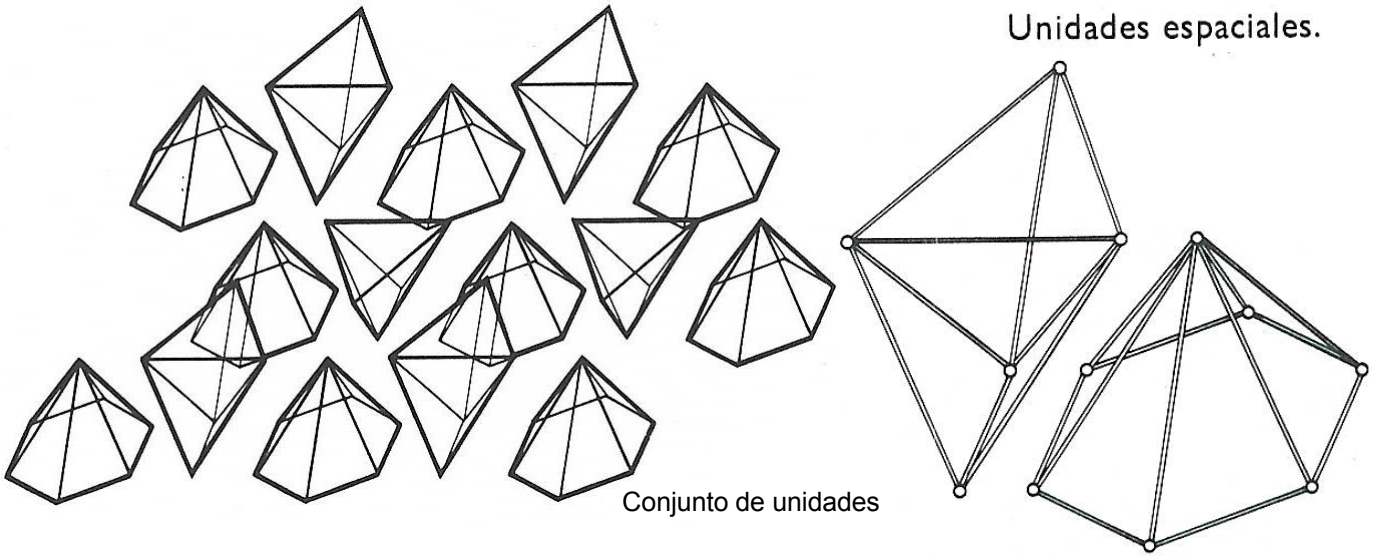
Fernando Buesa ARENA es un pabellón multiusos de Vitoria, utilizado por el Baskonia para jugar sus partidos de competición oficial.

Tiene una capacidad de 9.323 espectadores, y es utilizado frecuentemente para albergar citas deportivas nacionales e internacionales de diferentes disciplinas, conciertos o festivales.

Es uno de los pabellones multiusos más grandes del norte de la península.

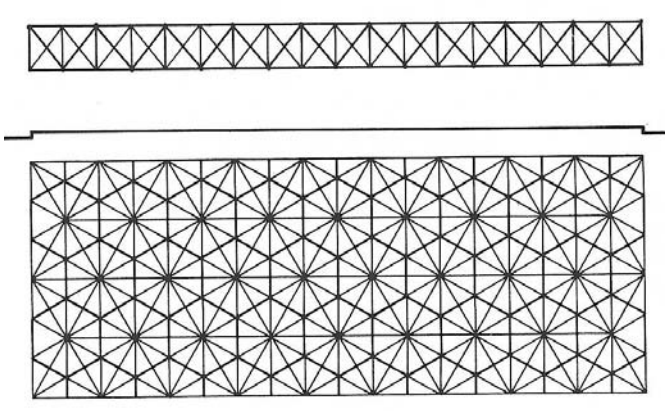
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

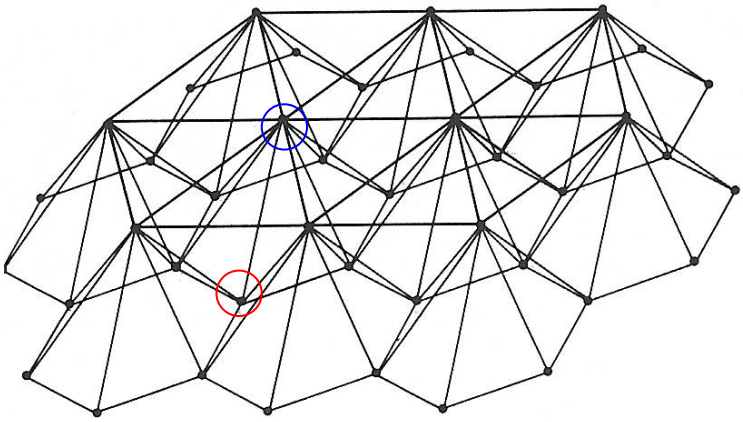
Sistemas reticulados basados en la pirámide hexagonal



Conjunto de unidades

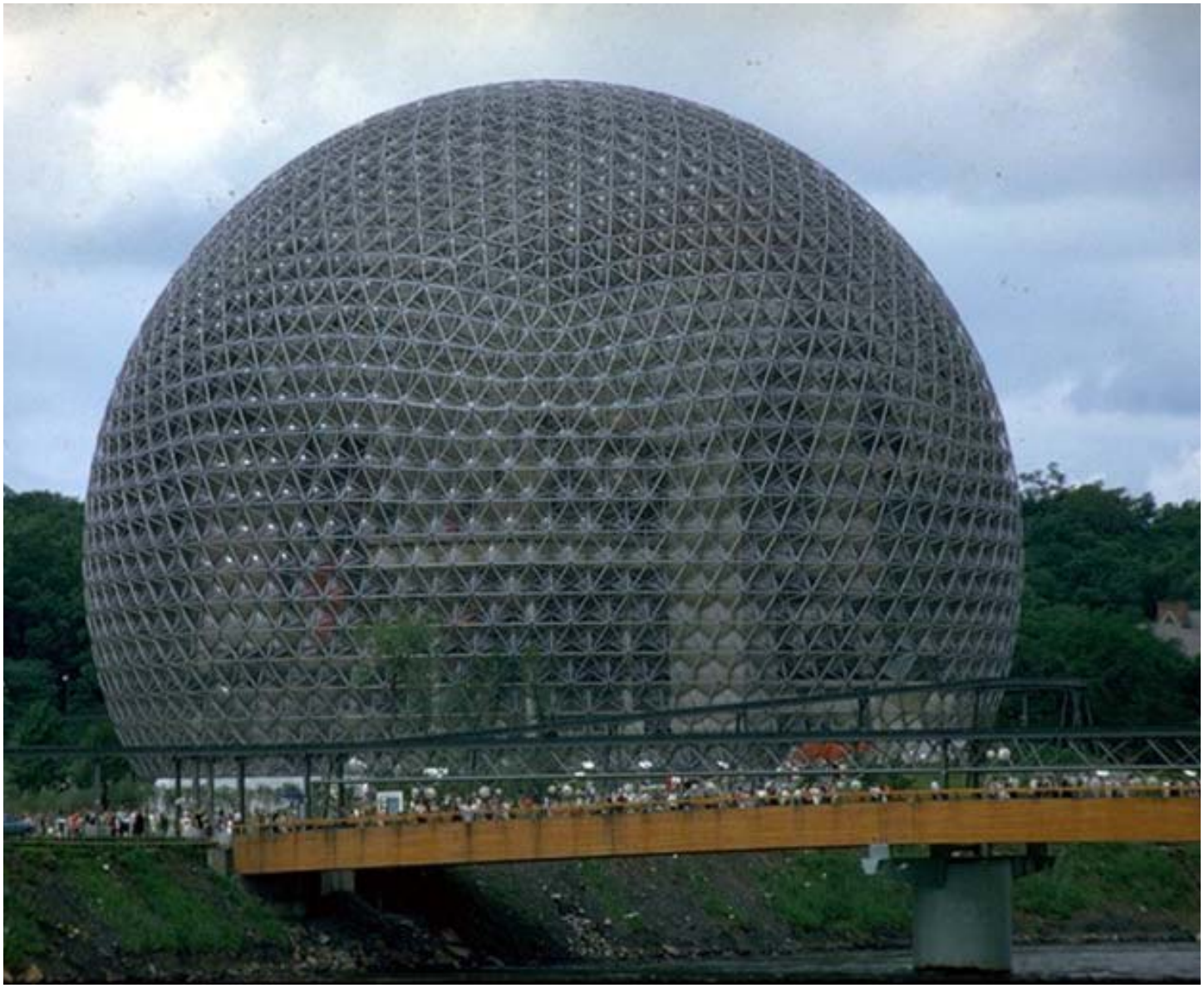
Los nudos de la capa superior doce barras mientras que los nudos de la capara inferior sólo seis.





Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Pabellón EEUU en la exposición mundial de Montreal 1967 (Canadá)



Vista interior y exterior de los nudos.

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Pabellón “Biosphere” de los EEUU expo. 1967 (Canadá)

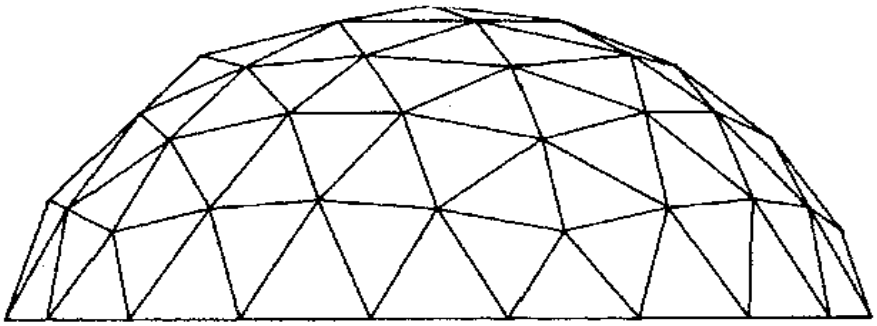
Diseñada por Richard B. Füller

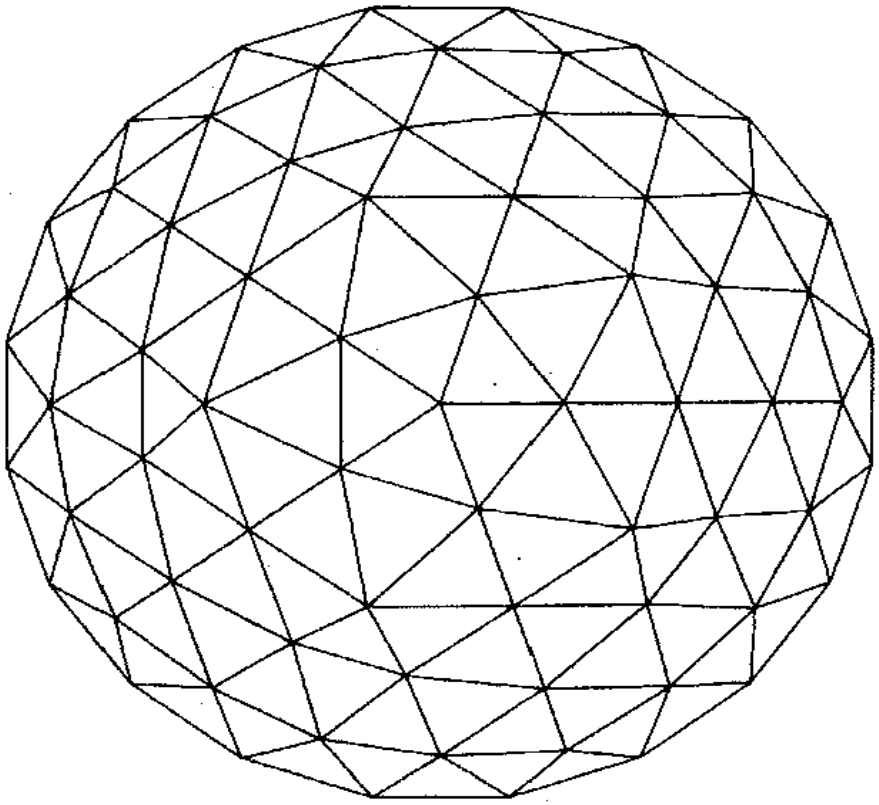
Con 76 m. de diámetro y 61 m. de altura. Se utilizaron 42 km de tubo con 600 toneladas de peso. El cerramiento se logra con pequeñas cúpulas esféricas de plástico acrílico de 1,52 m de radio

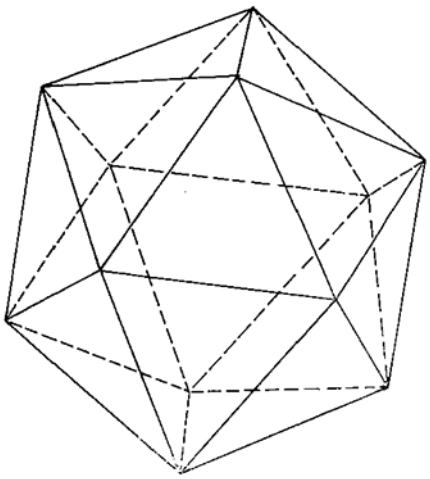
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Sistemas reticulados para superficies esféricas II

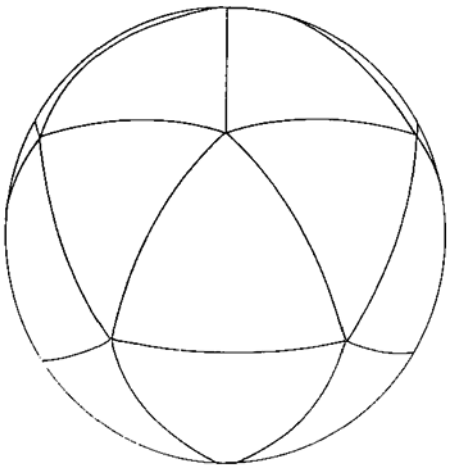
Cúpula Geodésica: proyección de un icosaedro regular sobre la esfera que le circunscribe



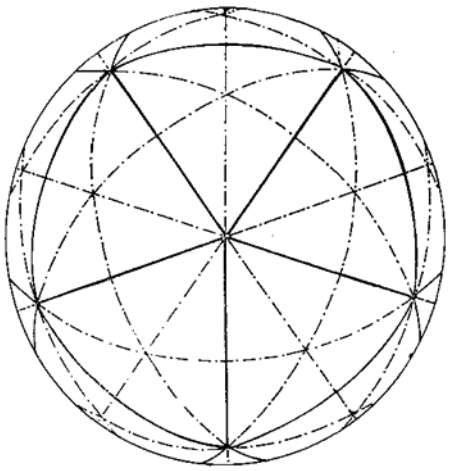




Ikosaeder



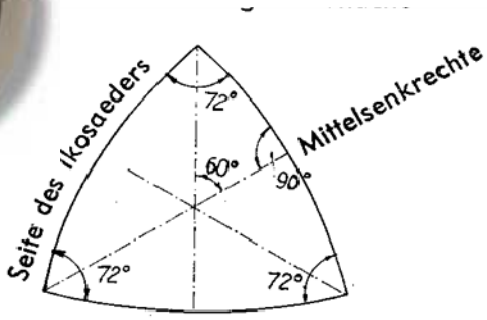
Ikosaeder, auf Kugel projiziert

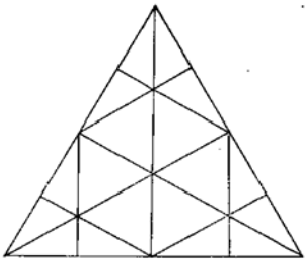


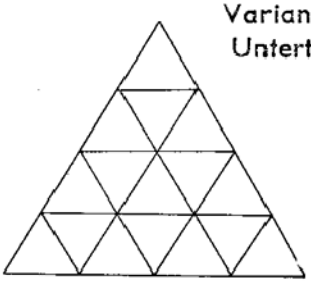
Dreiläufige Großkreisaufteilung der Kugeloberfläche

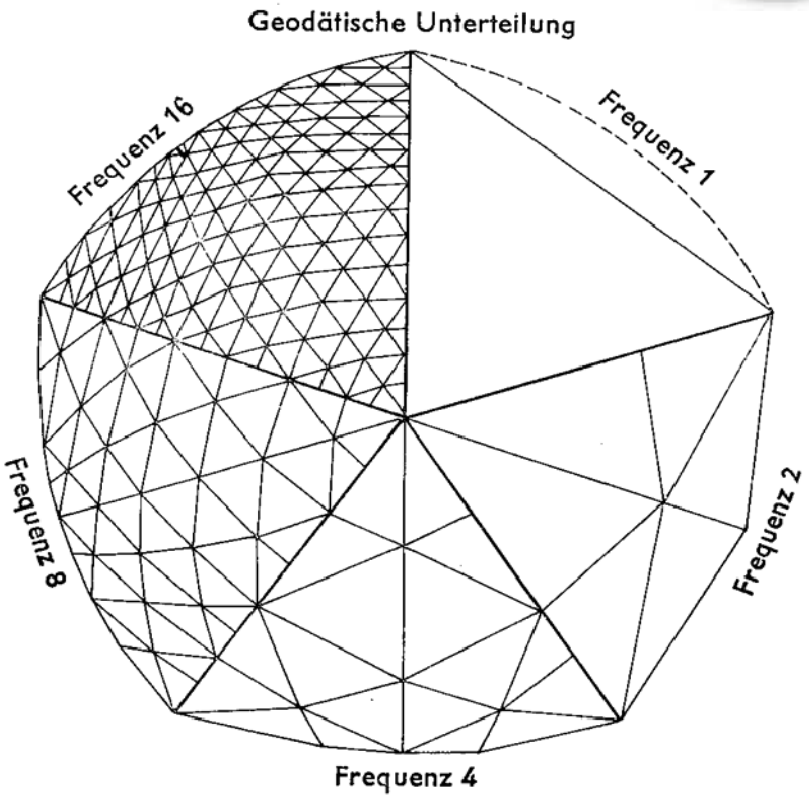
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

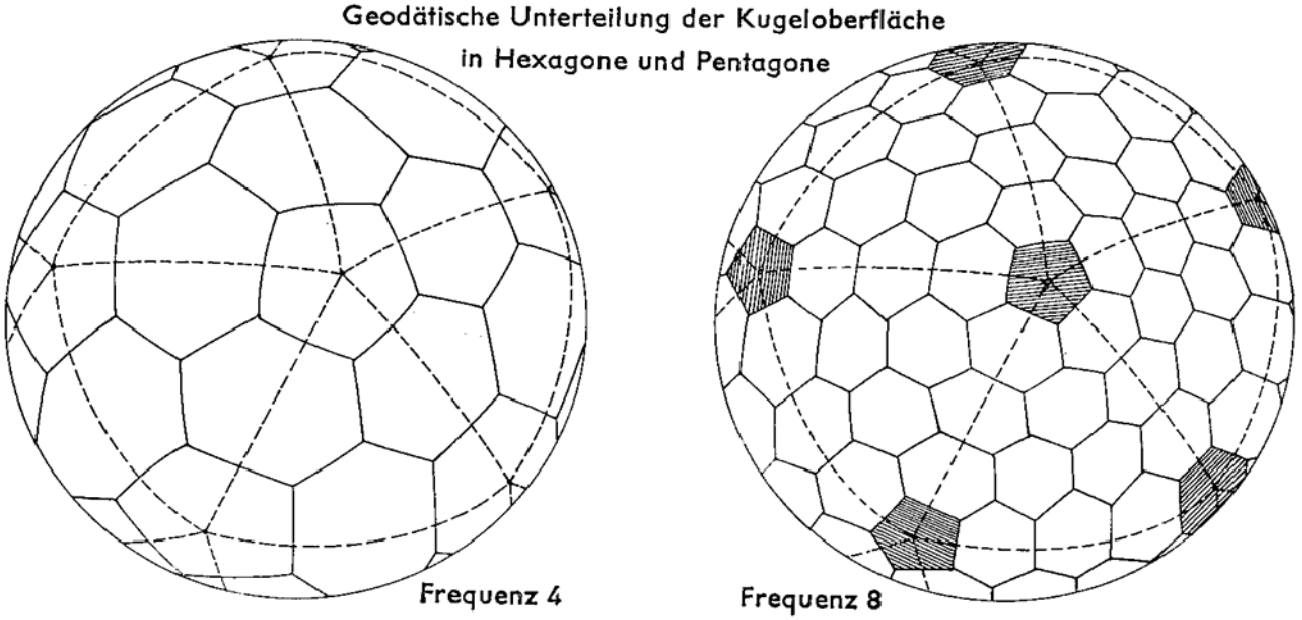
Detalle de transformación de icosaedro a cúpula geodésica











Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

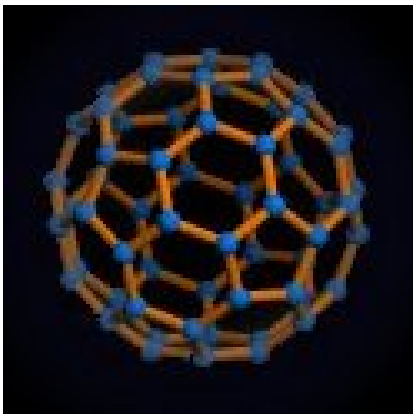
Richard Buckminster Füller 1895-1983

En 1947 hizo célebres sus cúpulas geodésicas, estructuras de gran ligereza y resistencia, de fácil transporte y capaces de cubrir grandes superficies. En 1967 construyó el pabellón de su país E.E.U.U. en la Exposición Universal de Montréal.

En 1985 se descubrió una nueva forma del carbono (de hecho una familia entera de nuevas formas). El primer miembro de esta familia y el mejor conocido es una forma con estructura esférica, compuesta por 60 átomos de carbono: Esta bola de fórmula C_{60} se conoce también como "fullereno“,

Sus descubridores obtuvieron el Novel de química en 1985.

Proyecto para cubrir Manhattam 1962



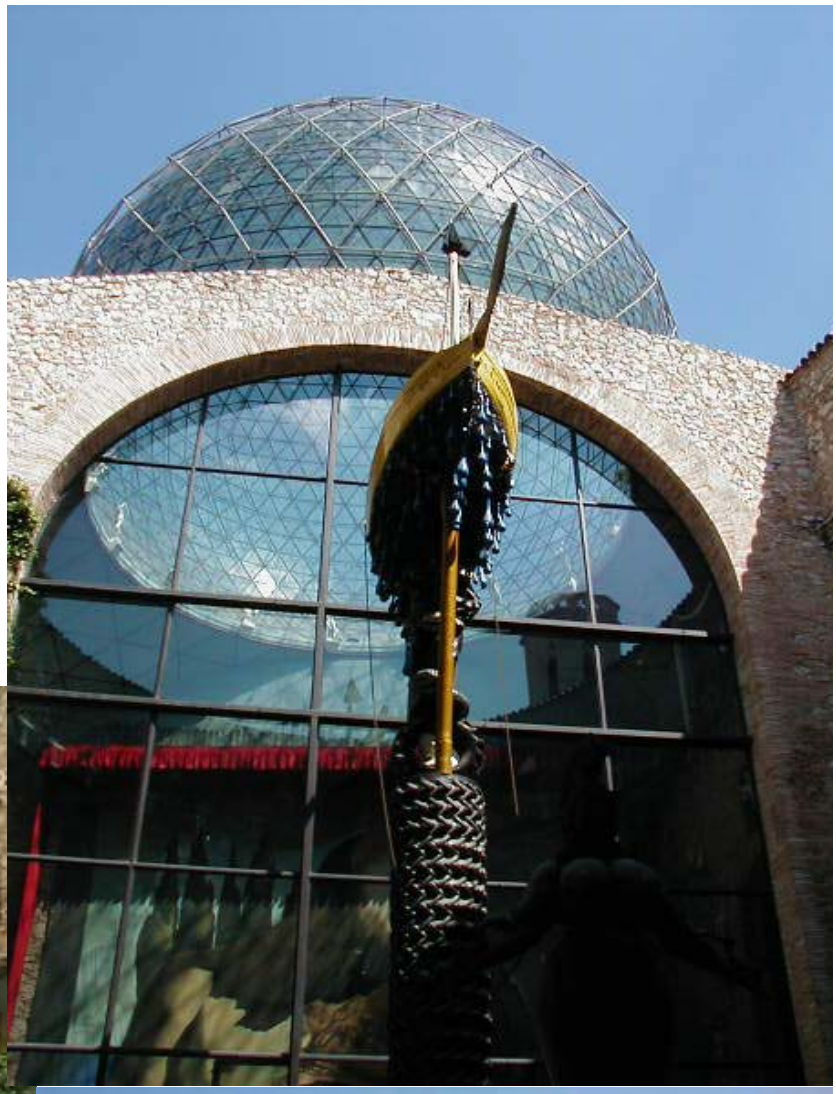
Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

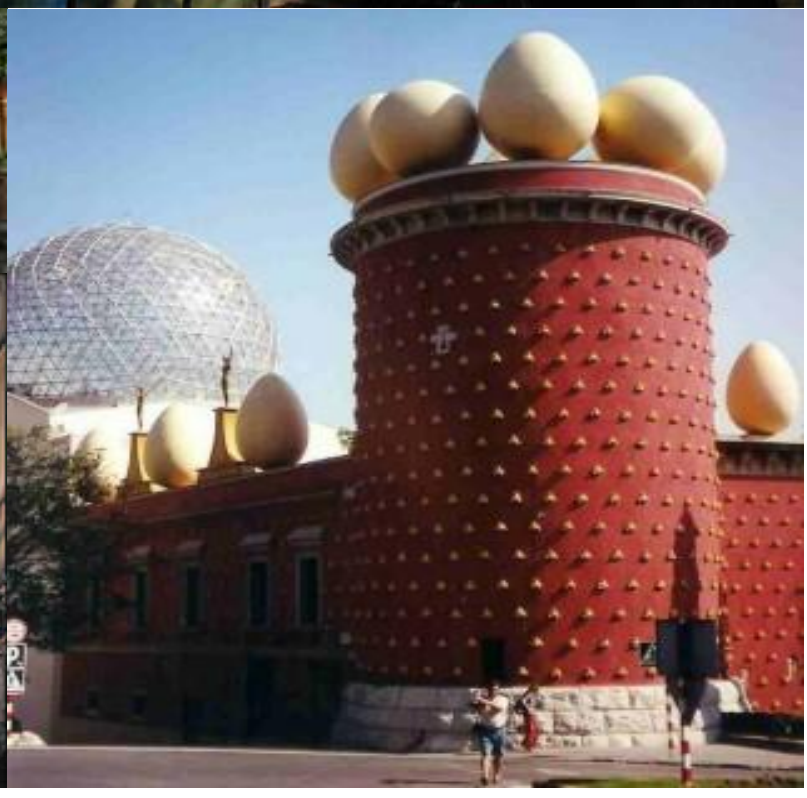
Viviendas experimentales

Viviendas en la comuna Hippie Drop City 1960 Colorado (USA)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Cúpula del teatro-museo Dalí en Figueres



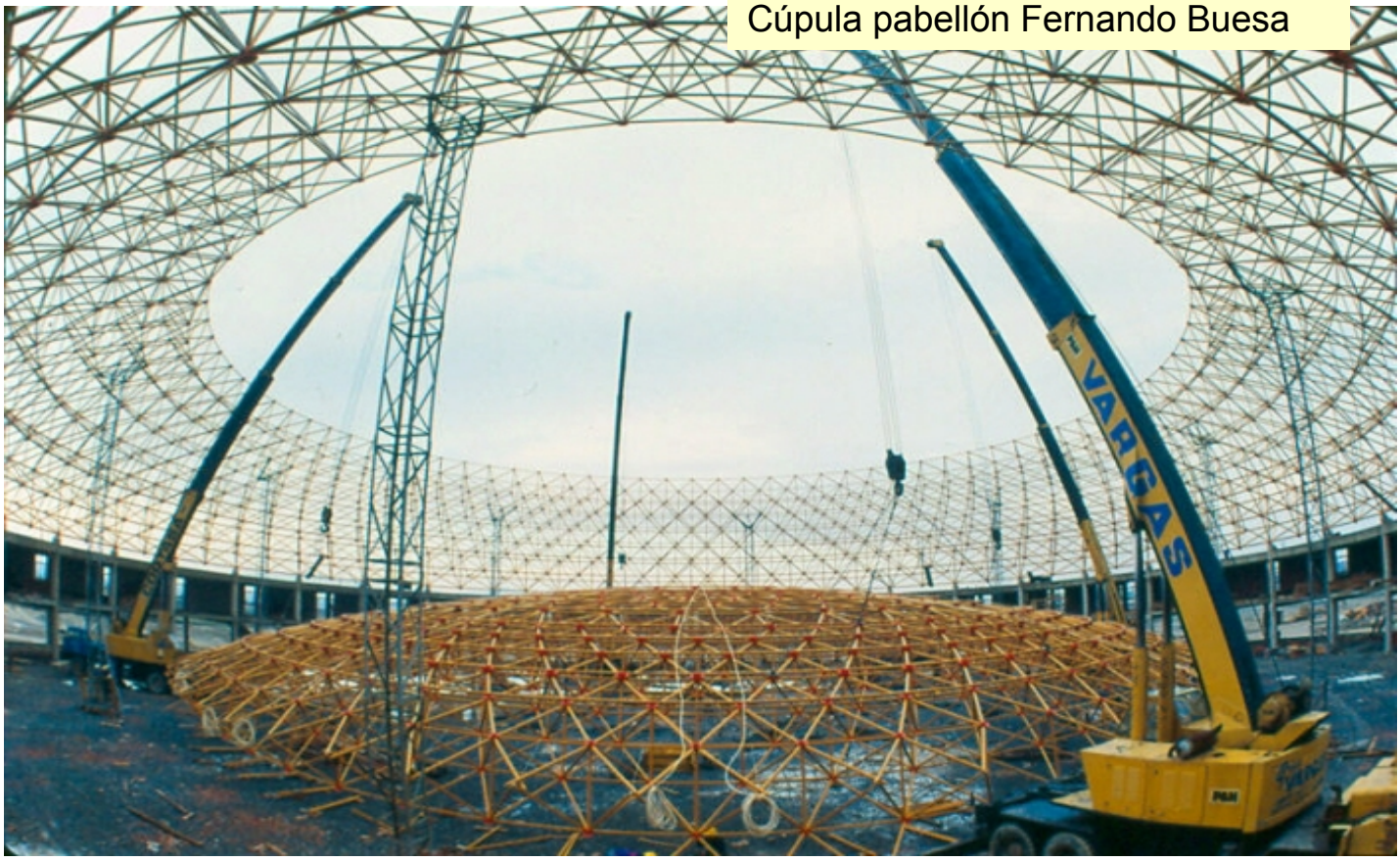


Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Elevación y montaje de bóvedas reticulares

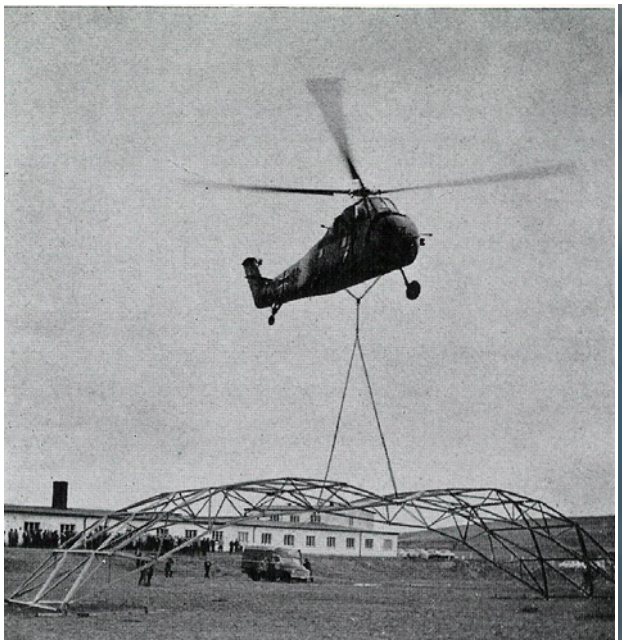
Cúpula museo de la infantería

Cúpula pabellón Fernando Buesa



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Utilización de helicópteros.

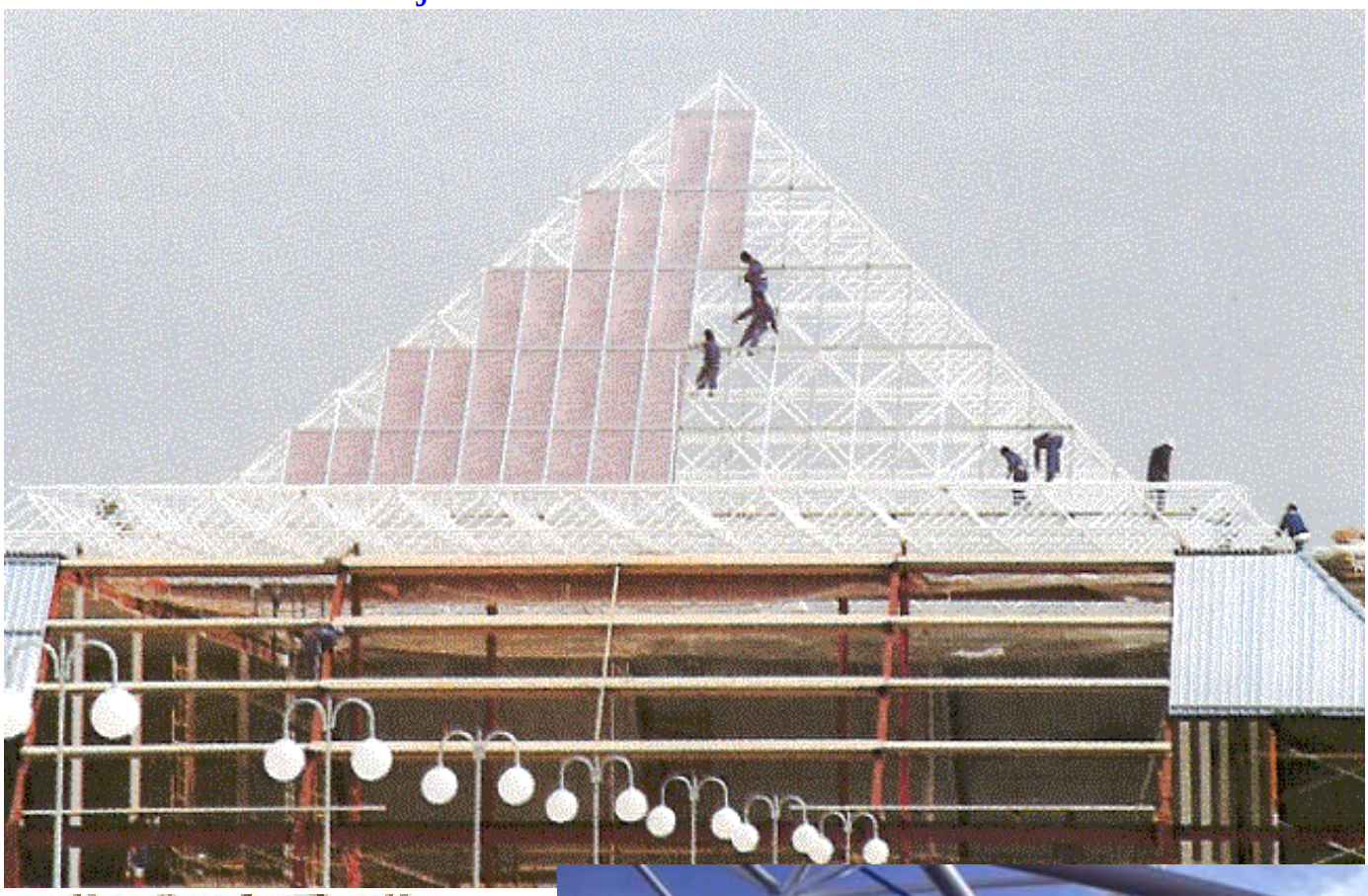


Caída de la sonda Génesis 2004

Ensayo de recuperación de la sonda Génesis 2004 por la Nasa

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Montaje manual de bóvedas reticulares



Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

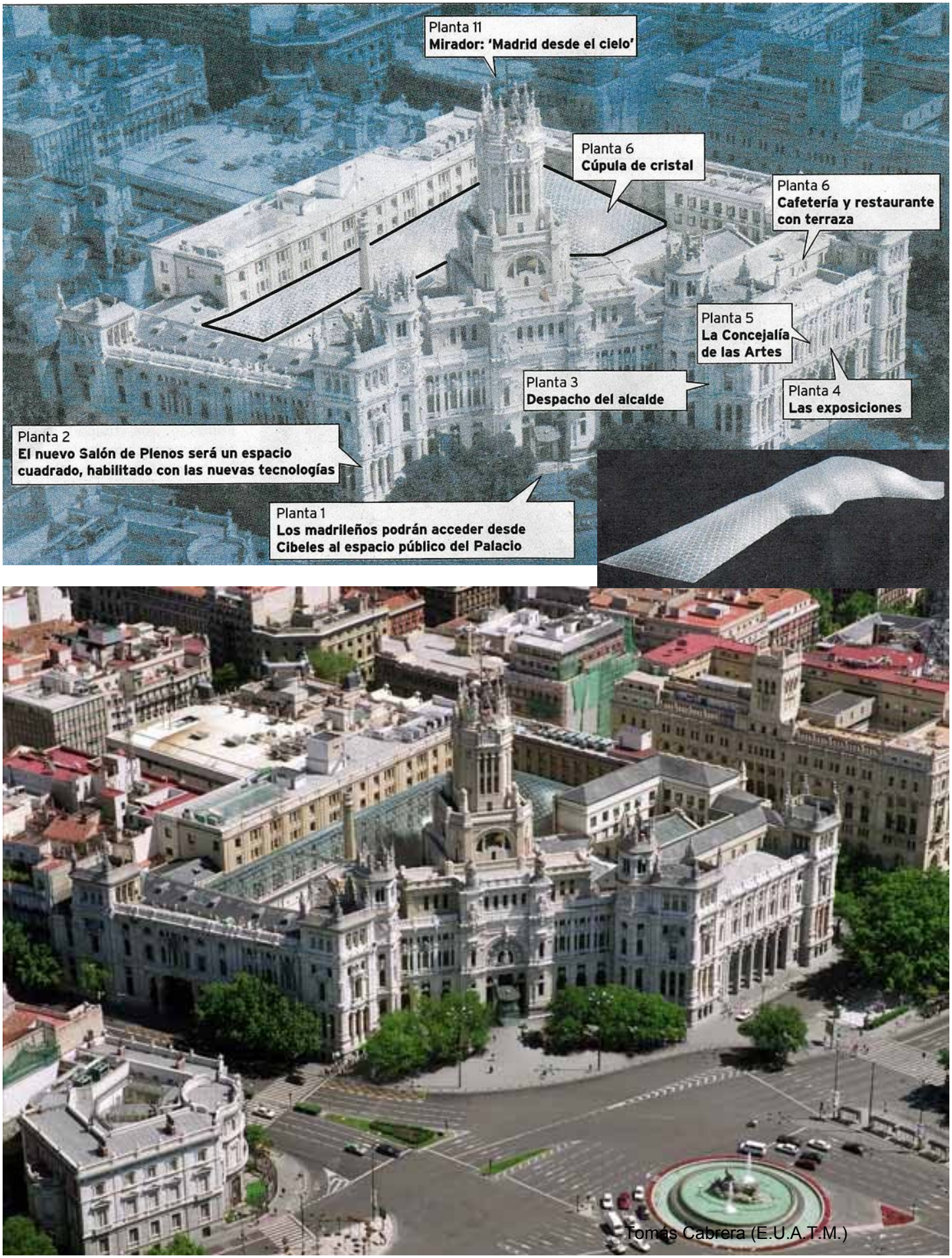
Polideportivo Arenas (Madrid)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Fotografía Madrid

Peaje autopista radial 3-5 (Madrid)

Tomás Cabrera (E.U.A.T.M.)

Ayuntamiento Madrid (Palacio Correos)

Arquimática gana el concurso (diario El Mundo 2/02/2005)